

# Risque de Défaut et Risque de Liquidité : Une Etude de Deux Composantes du Spread de Crédit

Hayette Gatfaoui\*

Version préliminaire

Avril 2002

## Résumé

*La marge de taux obligataire ou encore le spread de crédit est réputé(e) pour son rôle de mesure du risque de crédit. Dans ce contexte, l'attention est portée à deux de ses principales composantes : le risque de défaut et le risque de liquidité. L'évolution du risque de défaut dépend alors de l'articulation entre ces deux quantités que l'on ne sait pas encore distinguer l'une de l'autre. Dans un contexte de crise financière, le risque de défaut l'emporte sur le risque de liquidité, ce qui se matérialise par un phénomène de "flight-to-quality". Par contre, dans un cadre économique défavorable, le risque de liquidité l'emporte sur le risque de défaut engendrant ainsi un phénomène de "flight-to-liquidity". Par conséquent, même si ces phénomènes semblent liés, il est aisé de comprendre l'importance que représente l'enjeu de la possibilité d'une mesure séparée de chacun de ces risques. En ce sens, nous tentons d'élaborer une méthodologie fondée sur des estimations économétriques s'appuyant sur les taux de swaps pour tenter de distinguer l'évolution de chacune de ces deux composantes. En effet, le spread de taux de swaps contre taux du gouvernement joue le rôle d'indicateur de l'effet de liquidité dans notre étude. Ensuite, en relation avec la théorie moderne de l'évaluation du risque de crédit, nous tentons de caractériser l'évolution continue du risque de défaut à travers une méthode d'estimation de diffusions stochastiques.*

"Plus le péril est grand, plus doux en est le fruit"

Pierre Corneille, *Cinna*.

---

\* *TEAM Pôle Finance* (UMR 8059 du CNRS) de l'Université Paris I - Panthéon-Sorbonne, Maison des Sciences Economiques, 106-112, boulevard de L'Hôpital, 75013 Paris. Email: gatfaoui@univ-paris1.fr

# 1 Introduction

Tout titre de dette émis par une entreprise quelconque verse un taux de rendement ou encore paie un prix additionnel afin de compenser l'investisseur des risques qu'il supporte par rapport à un titre sans risque émis par le gouvernement. En effet, dès lors qu'un investisseur achète un titre de dette émis par une entreprise (i. e. : une obligation ou encore un titre de créance), ce dernier établit alors une relation de crédit avec cette contrepartie qui verse un rendement pour le risque de crédit encouru. La compensation additionnelle par rapport aux titres du Trésor est versée sous la forme d'un différentiel de taux communément appelé spread de crédit.

La théorie du risque de crédit a connu un essor lors de la décennie passée notamment à travers l'étude du spread de crédit, ce dernier étant défini comme la différence entre les taux de rendement des obligations d'entreprises et des titres du Trésor de caractéristiques similaires. Il existe à ce jour deux approches considérant le risque de crédit à travers la marge de taux obligataire : l'approche dite *structurelle* qui trouve son origine avec Merton (1974) puis Kim, Ramaswamy & Sundaresan (1993), Shimko, Tejima & Van Deventer (1993), Longstaff & Schwartz (1995a) ainsi que Leland (1994, 1998), et l'approche *forme réduite* initiée, entre autres, par Duffie & Singleton (1999), Jarrow, Lando & Turnbull (1997) ainsi que Duffee (1999). L'approche structurelle se concentre sur l'évolution de la valeur de la firme pour déterminer la situation de défaut et le taux de recouvrement (modèles de *valeur de la firme*) alors que l'approche dite de *forme réduite* spécifie un processus de défaut exogène généralement représenté par un processus de Poisson (modèles d'*intensité* ou encore de *taux de hasard*). A l'image des taux d'intérêt sans risque, ces études formalisent la structure par terme des spreads de crédit, mettant ainsi en évidence les faits stylisés caractéristiques des titres de dette. Suite à ces découvertes et à l'importance de l'impact des défaillances d'entreprise, le Comité de Bales a mis l'accent, depuis le mois de janvier 2001, sur la nécessité d'établir de "bonnes" mesures du risque de défaut. Ces mesures doivent consister en l'évaluation du risque de crédit via la conception de modèles de ratings internes aux banques et aux institutions financières (voir à ce propos Carey [2000]; Evanoff & Wall [2001]; Hirtle, Levonian, Saldenberg, Walter & Wright [2001]).

Jusqu'à présent, les études se concentraient surtout sur le risque de défaut qui constitue la composante essentielle du spread de crédit. Or, cette variable possède trois composantes<sup>1</sup> correspondant respectivement à une prime de risque de taux d'intérêt, une prime de risque de défaut et enfin une prime de risque de liquidité (Brown [2000b]). Depuis quelques temps, cette dernière composante fait l'objet d'une recherche attentive, celle-ci n'étant pas facilement distinguable de la prime de risque de défaut. En effet, même si les modèles de type forme réduite prennent en compte implicitement un effet de liquidité, la composante de prime de liquidité ne trouve toutefois pas de formalisation explicite (Pagès [2001]). Du point de vue empirique, Amihud & Mendelson (1991), Daves & Ehrhardt (1993),

---

<sup>1</sup>Elton, Gruber, Agrawal & Mann (1999) montrent aussi l'existence de plusieurs composantes caractéristiques du spread de crédit.

Grinblatt (1995), Rappoport (1999), Fleming (2000), entre autres, mettent en évidence les phénomènes de liquidité inhérents aux titres du Trésor américain et montrent l'existence d'une structure par terme de l'effet de liquidité. Dans le prolongement, Schultz (1998), Chakravarty & Sarkar (1999), Elton, Gruber, Agrawal & Mann (1999), Hotchkiss & Ronen (1999) et Brown (2000b) mettent également en évidence les problèmes de liquidité caractéristiques des obligations émises par les entreprises. Ericsson & Renault (2000) confirment ces études en prouvant l'existence d'une structure par terme de l'effet de liquidité inhérent aux obligations "corporate" (i. e. : émises par les entreprises). Formalisant les composantes du spread de crédit issues respectivement des risques de défaut et de liquidité, ces auteurs montrent de plus que ces deux composantes dépendent toutes deux du risque de défaut puisque ces dernières sont corrélées avec la volatilité de la valeur de la firme émettrice de dette.

A la lumière de ces résultats empiriques, nous allons tenter d'observer et de modéliser l'évolution de la structure par terme de la prime de liquidité inhérente au risque de crédit. Dans une première section, nous décrivons les données analysées ainsi que certaines de leurs caractéristiques statistiques. Puis, nous définissons le spread de crédit ainsi que ses composantes de risque de défaut et de risque de liquidité. Dans une deuxième section, nous présentons la modélisation choisie pour la prime de risque de défaut ainsi que les résultats obtenus. Ensuite, nous en déduisons l'évolution correspondante de la prime de liquidité. Dans une troisième section, nous tentons d'établir, en termes de proportion, l'importance de la prime de liquidité dans l'évolution du risque de défaut via une étude économétrique succincte. Dans une quatrième section, nous observons et estimons les caractéristiques des primes de risque de défaut et de liquidité obtenues. Enfin, une cinquième et dernière section expose les remarques de conclusion.

## 2 Données et modélisation du spread de crédit

Dans cette section, nous décrivons les données traitées ainsi que leurs propriétés statistiques, puis nous expliquons le mode de calcul et le choix de modélisation des spreads de crédit observés.

### 2.1 Données

Les données analysées sont issues de la base *Bloomberg* et concernent les obligations du Trésor américain et corporatives américaines ainsi que les taux de swaps associés. Ces taux de rendement obligataires, qui sont des taux *middle* de fréquence mensuelle, s'étendent sur la période allant du mois d'avril 1991 au mois de novembre 2000 (soit 116 observations par série). Les taux obligataires corporatifs considérés sont des taux de rendement agrégés ordonnés par secteur d'activité, par classe de rating et par horizon de temps ou encore maturité (soit 1, 2, 5, 7 et 10 an(s)). Les taux du gouvernement américain ainsi que ceux des swaps de taux d'intérêt considérés sont les taux de rendement correspondant

à ces horizons<sup>2</sup>. Les secteurs d'activité considérés sont au nombre de quatre: le secteur industriel, secteur de l'énergie, secteur des télécommunications et secteur de la banque & finance. Les classes de rating prises en compte bénéficient de la notation dispensée par l'agence de rating *Moody's* et concernent les obligations dites *investment grade* dont les notations se répartissent entre les deux bornes AAA et BAA. Nous décrivons plus en détail, dans la section suivante, la typologie des classes de rating dont nous disposons suivant le secteur économique considéré. Nous disposons également, sur la même période, des valeurs de l'indice boursier américain Dow Jones qui sont extraites de la base *Datastream*.

Nous intéressons au comportement temporel des séries à savoir leur stationnarité, nous effectuons le test de Phillips & Perron (1988) du fait de la robustesse à l'hétéroscédasticité de la statistique fournie. Nous trouvons que les séries de taux de rendement étudiées sont intégrées à l'ordre 1, les différences premières de ces séries étant stationnaires<sup>3</sup> pour un seuil de test de 1%.

## 2.2 Calcul et modélisation des spreads de crédit

Dans un premier temps, nous supposons que les taux de rendement observés pour les obligations du Trésor américain servant de base au calcul du spread de crédit, incorporent la composante de prime de risque de taux d'intérêt. A partir de cette hypothèse, nous calculons alors les spreads de défaut<sup>4</sup> (i. e. : les spreads de crédit épurés du risque de taux d'intérêt que nous continuerons à appeler *spreads de crédit* par simplicité) en retranchant aux taux sectoriels agrégés les niveaux correspondants des taux du Trésor américain observés<sup>5</sup>. Ensuite, pour chaque secteur économique et pour chaque classe de rating ainsi que pour chaque maturité considérés, nous supposons que tout spread de crédit se décompose en la somme de deux taux de rendement représentant respectivement le risque de défaut<sup>6</sup> et le risque de liquidité, soit :

$$S(t, T) = r_d(t, T) + r_l(t, T) \quad (1)$$

avec

$t \in \{1, \dots, 116\}$  : date courante telle que les indices 1 et 116 correspondent respectivement aux mois d'avril 1991 et novembre 2000 ;

---

<sup>2</sup>Nous disposons réellement des taux à 2, 5 et 10 ans, et nous interpolons linéairement les taux à 1 et 7 an(s). Ces données sont issues de la base *DATASTREAM*.

<sup>3</sup>Les résultats statistiques ne figurent pas dans ce papier et sont, toutefois, disponibles sur demande.

<sup>4</sup>Dans la littérature, les spreads de crédit sont couramment assimilés aux spreads de défaut et inversement. En effet, de nombreuses études ignorent la composante de prime de risque de taux d'intérêt caractéristique du spread de crédit.

<sup>5</sup>Les niveaux moyens des spreads de crédit observés (obtenus comme moyennes arithmétiques des séries d'observations) sont représentés en annexe.

<sup>6</sup>Ce risque correspond à la possibilité de défaillance de la contrepartie initiatrice de la relation de crédit, à savoir l'entreprise émettrice de titres de dette obligataire.

$T \in \{1, 2, 5, 7, 10\}$  : horizon de temps (en années) associé au taux de rendement considéré ;

$S(t, T)$  : valeur du spread de crédit à la date courante pour l'horizon de temps  $T$  ;

$r_d(t, T)$  : prime de risque de défaut correspondante ; et

$r_l(t, T)$  : prime de risque de liquidité correspondante.

Nous supposons implicitement que le taux de rendement associé au risque de liquidité possède lui-même deux composantes indistinguables correspondant à :

- une composante découlant des conditions de marché dont notamment la confrontation entre l'offre et la demande de titres de dettes ainsi que le nombre de dealers sur ces titres de dette;
- une composante spécifique aux titres en question matérialisée notamment par sa popularité auprès des investisseurs et autres caractéristiques de l'entreprise émettrice<sup>7</sup>.

Notons que cette décomposition du risque de défaut est en accord avec les résultats obtenus par Ericsson & Renault (2000) selon lesquels les primes de risque de défaut et de risque de liquidité sont corrélées du fait de leur dépendance vis-à-vis du risque d'actif de la firme. Ainsi, nous décomposons le spread de crédit en deux quantités pouvant être corrélées, tout en prenant en compte les structures par terme des risques de défaut et de liquidité.

Par convenance, nous nous restreignons aux ratings AAA et AA, ce qui nous laisse 38 séries de spreads de crédit à analyser. Nous notons à ce propos  $SXXnnYRRR$  le spread de crédit du secteur  $XX$  pour une maturité de  $nn$  ans ( $nnY$ ) et pour un rating  $RRR$ . Les secteurs d'activité  $XX$  sont indicés par  $IN$  pour l'industrie,  $TL$  pour les télécommunications,  $PW$  pour l'énergie et  $BF$  pour la banque & finance. Les maturités  $nnY$  peuvent prendre la valeur de 1, 2, 5, 7 ou 10 ans. Et, les ratings peuvent être AAA, AA2 ou AA3. Pour simplifier la présentation des spreads de crédit considérés dans l'étude qui suit, nous présentons ces derniers sous forme de tableau.

---

<sup>7</sup>En effet, un titre "à la mode" sera beaucoup plus négocié que les autres. Par exemple, il suffit de se référer à la période concernant l'année 1999 et le tout début de l'année 2000 qui a connu un fort engouement pour les valeurs technologiques. Dans un tel contexte, la composante spécifique du risque de liquidité se trouve corrélée avec le risque d'actif de la firme.

<u>Horizon (ans)</u> Spread	1	2	5	7	10
Industrie	AAA	AAA	AAA	AAA	AAA
	AA2	AA2	AA2	AA2	AA2
	AA3	AA3	AA3	AA3	AA2
Télécommunications	AA2	AA3	AA2	AA2	AA2
	AA3	AA3	AA3	AA3	AA3
Energie	AA3	AA3	AA3	AA3	AA3
Banque & Finance	AAA	AAA	AAA	AAA	AAA
	AA2	AA2	AA2	AA2	AA2

### 3 Modélisation et estimation des risques de défaut et de liquidité

Dans cette section, nous présentons le modèle choisi pour l'évolution de la part du spread de crédit associée aux variations propres au risque de défaut et nous en déduisons une estimation de la prime de risque de liquidité.

#### 3.1 Calcul des primes de risque de défaut

Dans cette section, nous prenons comme indicateur de liquidité le spread de taux de swaps contre les taux du gouvernement américain associés. D'après bon nombre de traders et selon certains auteurs<sup>8</sup>, cette quantité est censée caractériser les effets d'offre et de demande inhérents aux obligations corporatives dont notamment les phénomènes de rareté, d'où son rôle d'indicateur de l'effet de liquidité. Cet indicateur va permettre d'isoler l'effet de liquidité et d'exhiber de ce fait l'effet du risque de défaut. Pour ce faire, étant donnée la non stationnarité des séries considérées, nous estimons les régressions suivantes, en différences premières, du spread de crédit sur le spread de taux de swaps contre taux du gouvernement américain<sup>9</sup>:

$$\Delta S(t, T) = a(T) \Delta r_{swap}(t, T) + \epsilon(t, T) \quad (2)$$

où

$t \in \{2, \dots, 116\}$  : date courante telle que les indices 2 et 116 correspondent respectivement aux mois de mai 1991 et novembre 2000 ;

---

<sup>8</sup>Le lecteur pourra notamment se référer à l'article de Cooper, Hillman & Lynch (2001). Par exemple, selon Liu, Longstaff & Mandell (2000), les spreads de taux de swaps contre taux du gouvernement évoluent essentiellement suite à des phénomènes de liquidité.

<sup>9</sup>Ces spreads sont obtenus en retranchant les taux du Trésor aux taux de swaps correspondants.

$\forall X, \Delta X_t = X_t - X_{t-1}$  ;

$T \in \{1, 2, 5, 7, 10\}$  : horizon de temps (en années) associé au taux de rendement considéré ;

$r_{swap}(t, T)$  : valeur du spread de taux de swaps contre taux du gouvernement à la date courante pour l'horizon  $T$  ;

$a(T)$  : paramètre constant de régression sur l'horizon  $T$  ;

$\epsilon(t, T)$  : variable aléatoire de loi normale pour tout horizon  $T$  donné.

Notons que, par analogie à la relation (1) , la spécification (2) implique les égalités suivantes :

$$\begin{cases} \Delta r_l(t, T) = a(T) \Delta r_{swap}(t, T) \\ \epsilon(t, T) = \Delta r_d(t, T) \end{cases}$$

où  $\Delta r_l(t, T)$  est la variation première de la prime de risque de liquidité et  $\epsilon(t, T)$  est le résidu de la régression ou encore la variation première de la prime de risque de défaut.

Ce cadre économétrique appelle deux remarques. En premier lieu, cette formalisation revient à supposer que les variations premières des primes de risque de défaut suivent des lois normales. En second lieu, cette spécification revient à supposer implicitement que la prime de risque de liquidité est proportionnelle au niveau du spread de taux de swaps contre taux du Trésor américain.

*Estimation des paramètres de régression :*

Les tableaux ci-dessous donnent les valeurs des paramètres de régression  $a(T)$  avec, entre parenthèses et juste en-dessous, les valeurs des  $t$  - *statistiques* associées.

<b>Spreads</b> <b>Horizon (ans)</b>	<b>SINAA</b>	<b>SINAA2</b>	<b>SINAA3</b>
<b>1</b>	<b>0.018365</b> (0.474715)	<b>0.038925</b> (1.000417)	<b>0.019199</b> (0.535276)
<b>2</b>	<b>0.032693</b> (1.205473)	<b>0.045866</b> (1.579556)	<b>0.011734</b> (0.409939)
<b>5</b>	<b>0.38313</b> (1.707702)	<b>0.054713</b> (2.276881)	<b>0.033827</b> (1.403549)
<b>7</b>	<b>0.086188</b> (3.313184)	<b>0.124238</b> (5.071890)	<b>0.085928</b> (3.161568)
<b>10</b>	<b>0.108290</b> (3.045564)	<b>0.152005</b> (4.328795)	

<b>Spreads</b>	<b>STLAA3</b>	<b>SBFAAA</b>	<b>SBFAA2</b>
<b>Horizon (ans)</b>			
<b>1</b>	<b>0.061312</b> (1.430994)	<b>0.017478</b> (0.369700)	<b>0.022719</b> (0.540960)
<b>2</b>	<b>0.067549</b> (1.860456)	<b>-0.009673</b> (-0.256555)	<b>-0.014750</b> (-0.415468)
<b>5</b>	<b>0.076436</b> (2.846255)	<b>0.038437</b> (1.204228)	<b>0.026374</b> (0.811909)
<b>7</b>	<b>0.070646</b> (2.350148)	<b>0.068611</b> (1.882022)	<b>0.048328</b> <b>(1.190211)</b>
<b>10</b>	0.145887 (4.019619)	<b>0.088001</b> (2.324230)	<b>0.075885</b> (1.690638)

<b>Spreads</b>	<b>SPWAA2</b>	<b>SPWAA3</b>
<b>Horizon (ans)</b>		
<b>1</b>	<b>0.121979</b> (2.541534)	<b>0.107463</b> (2.120909)
<b>2</b>		<b>0.046203</b> (1.185842)
<b>5</b>	<b>0.095151</b> (2.942842)	<b>0.054874</b> (1.851934)
<b>7</b>	<b>0.115988</b> (3.543541)	<b>0.056810</b> (2.201155)
<b>10</b>	<b>0.132038</b> (3.607514)	<b>0.102312</b> (2.593407)

Par conséquent, pourvu que nous disposions d'une valeur initiale donnée pour toute prime de risque de défaut, nous pouvons calculer les estimations de chacune de ces primes à partir de la régression introduite ci-dessus. La régression, en différences premières, du spread de crédit sur le spread de taux de swaps contre taux du Trésor américains permet d'obtenir la prime de risque de défaut comme suit, pour tout  $t \in \{2, \dots, 116\}$  :

$$\begin{aligned}
r_d(t, T) &= [\Delta S(t, T) - a(T) \Delta r_{swap}(t, T)] + r_d(t-1, T) \\
&= \epsilon(t, T) + r_d(t-1, T)
\end{aligned}$$

où  $(\epsilon(t, T), t \in \{2, \dots, 116\})$  est le résidu économétrique de la régression (2), pour tout horizon  $T$  fixé, tel que  $\epsilon(2, T) = r_d(2, T) - r_d(1, T)$  avec  $r_d(1, T) = r_1(T)$ .

Pour générer les primes de risque de défaut ainsi formalisées, nous choisissons comme valeurs initiales de ces primes des estimations basées sur les résultats fournis par Ericsson & Renault (2000)<sup>10</sup>. Ces estimations nous permettent alors

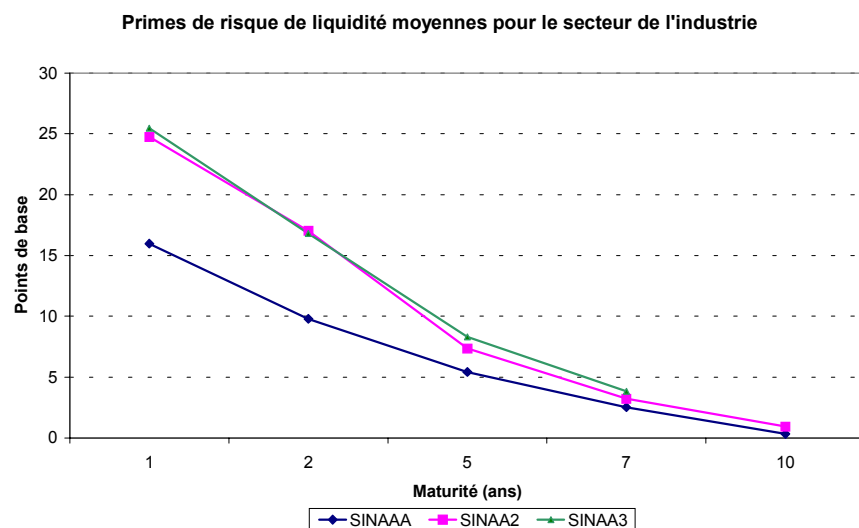
<sup>10</sup>Chaque classe de rating possède un niveau spécifique de risque d'exploitation caractéristique des entreprises qui en font partie. A ce propos, les auteurs donnent des niveaux de prime de liquidité en fonction du niveau de risque d'actif ou encore d'exploitation des entreprises.

de calculer les niveaux des primes de risque de défaut en fonction du rating, de l'horizon et du secteur d'activité considérés, puis d'en inférer, à partir des spreads de crédit observés, les niveaux correspondants de la prime de risque de liquidité.

### 3.2 Calcul des primes de risque de liquidité

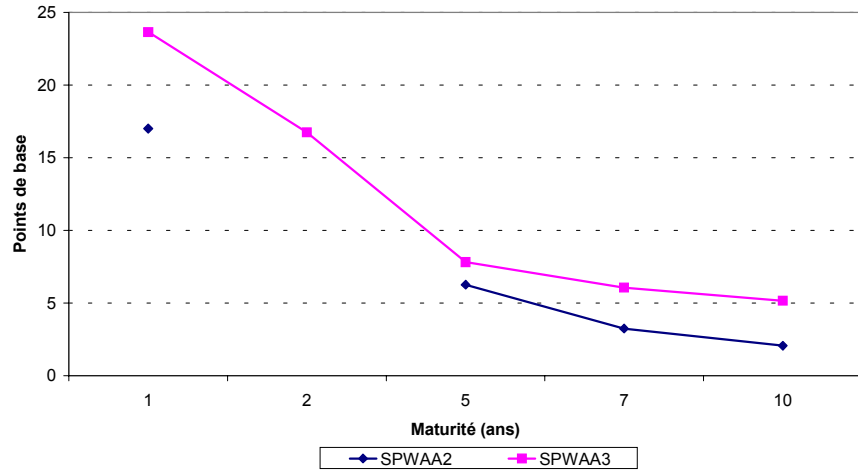
Disposant selon la section précédente des estimations ( $r_d(t, T)$ ) des primes de risque de défaut obtenues à partir des spreads de crédit observés, l'effet de liquidité est alors mis en évidence par induction via la différence suivante :  $r_l(t, T) = S(t, T) - r_d(t, T)$  pour tout  $t \in \{2, \dots, 116\}$ . Nous pouvons donc estimer ou encore inférer la structure par terme des primes de risque de liquidité par analogie à celles des spreads de crédit et des primes de risque de défaut, ces structures par terme étant également fonction du rating et du secteur d'activité considérés.

Sur la période d'étude allant du mois d'avril 1991 au mois de novembre 2000, nous calculons les niveaux moyens<sup>11</sup> des primes de risque de liquidité associées aux spreads de défaut analysés, puis nous présentons les résultats obtenus dans les graphiques ci-dessous :

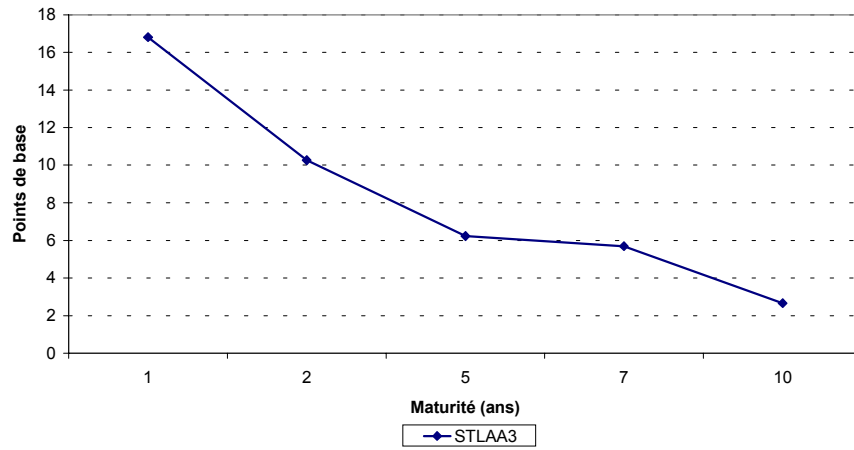


<sup>11</sup>Il s'agit des moyennes arithmétiques de chaque série. Notons que, conformément à Rapport (1999), les estimations obtenues sur toute la période d'étude relativement aux primes de risque de liquidité montrent bien un accroissement de ces dernières à partir du milieu de l'année 1999. De plus, nous constatons globalement que le creusement du spread de crédit dû à un accroissement de la prime de liquidité sur cette période s'avère plus prononcé pour les maturités de 5, 7 et 10 ans.

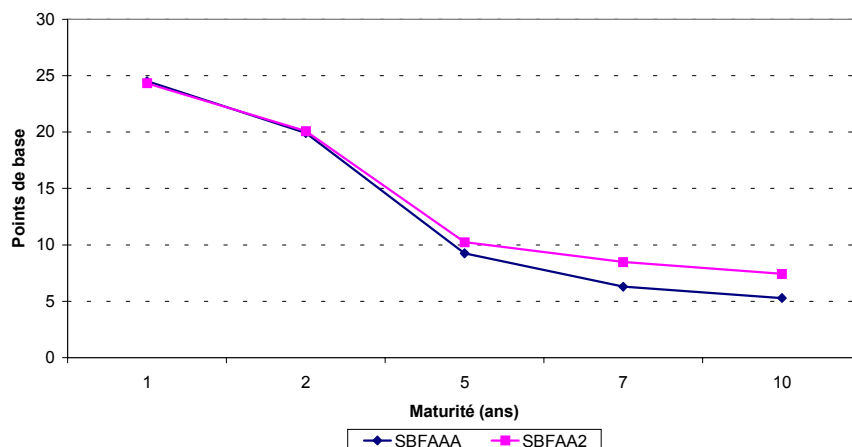
Primes de risque de liquidité moyennes pour le secteur de l'énergie



Prime de risque de liquidité moyenne pour le secteur des télécommunications



**Primes de risque de liquidité moyennes pour le secteur de la banque & finance**



L'effet de liquidité moyen (mesuré par la prime de risque de liquidité moyenne) diminue avec la maturité quels que soient les secteurs d'activité et les ratings considérés. Les structures par terme des primes de liquidité estimées sont donc décroissantes en moyenne. De plus, nous observons globalement que le niveau de la prime de liquidité est d'autant plus faible que le rating est élevé. Cette observation s'applique quels que soient les secteurs d'activité et les ratings considérés, exception faite de l'horizon à un an concernant le secteur de la banque & finance ainsi que l'horizon à deux ans pour les ratings AA2 et AA3 du secteur industriel. En conséquence, l'effet de liquidité s'avère donc d'autant plus prononcé que l'horizon est court, ce qui appuie les résultats obtenus par Ericsson & Renault (2000).

Nous présentons dans le tableau ci-dessous la prime de liquidité moyenne en pourcentage  $\alpha$  du spread de crédit moyen pour les spreads de taux analysés :

<u>Horizon (ans)</u> Spreads	1	2	5	7	10
<b>SINAAA</b>	43.05	29.03	14.73	7.13	0.83
<b>SINAA2</b>	54.01	41.60	17.44	7.47	1.92
<b>SINAA3</b>	49.71	36.87	17.74	8.08	
<b>STLAA3</b>	33.36	22.49	12.80	10.88	4.53
<u>Horizon (ans)</u> Spreads	1	2	5	7	10
<b>SPWAA2</b>	38.75		13.93	6.57	3.76
<b>SPWAA3</b>	46.19	35.52	15.41	11.07	8.66
<b>SBFAAA</b>	58.60	50.71	19.86	12.46	9.42
<b>SBFAA2</b>	48.35	41.87	17.77	13.76	11.08

avec  $\alpha$  défini par  $\bar{r}_l(T) = \alpha \bar{S}(T)$  où  $\bar{r}_l(T)$  et  $\bar{S}(T)$  sont les moyennes arithmétiques respectives des séries de prime de liquidité et de spread de crédit sur la période d'étude et pour l'horizon  $T$  considérés.

Les tableaux ci-dessus ne font qu'appuyer les résultats graphiques. De plus, nous présentons également ci-dessous les coefficients de corrélation des primes de risque de liquidité avec les spreads de crédit correspondants sur la période allant du mois d'avril 1991 au mois de novembre 2000.

<u>Horizon (ans)</u> Spreads	1	2	5	7	10
<b>SINAAA</b>	-0.10	-0.04	0.45	0.24	0.60
<b>SINAA2</b>	-0.04	-0.22	0.38	-0.12	0.09
<b>SINAA3</b>	-0.04	-0.27	0.08	0.05	
<b>STLAA3</b>	-0.09	-0.02	0.36	0.25	0.44
<u>Horizon (ans)</u> Spreads	1	2	5	7	10
<b>SPWAA2</b>	0.03		0.24	0.18	0.40
<b>SPWAA3</b>	-0.02	-0.08	0.19	0.11	0.44
<b>SBFAAA</b>	-0.09	0.00	0.16	-0.03	0.19
<b>SBFAA2</b>	-0.05	0.17	-0.14	-0.08	0.19

Nous calculons également les coefficients de corrélation entre les primes de risque de liquidité et les primes de risque de défaut présentées dans les tableaux ci-dessous.

<u>Horizon (ans)</u> Spreads	1	2	5	7	10
<b>SINAAA</b>	0.41	0.53	0.65	0.64	0.57
<b>SINAA2</b>	0.39	0.49	0.68	0.68	0.65
<b>SINAA3</b>	0.40	0.47	0.74	0.74	
<b>STLAA3</b>	0.47	0.62	0.69	0.76	0.62
<u>Horizon (ans)</u> Spreads	1	2	5	7	10
<b>SPWAA2</b>	0.43		0.70	0.75	0.67
<b>SPWAA3</b>	0.43	0.56	0.72	0.78	0.68
<b>SBFAAA</b>	0.35	-0.57	0.68	0.72	0.72
<b>SBFAA2</b>	0.44	-0.60	0.73	0.75	0.73

Nous constatons globalement l'existence d'une corrélation non négligeable entre les primes de risques de défaut et de liquidité comme le soulignent Ericsson & Renault (2000).

## 4 Importance de l'effet de liquidité

L'objectif de cette section est d'observer l'impact de la prime de risque de liquidité, induite selon les estimations précédentes, sur l'évolution du spread de crédit.

### 4.1 Volatilité de la prime de risque de liquidité

Avant de mesurer l'influence de l'effet de liquidité sur le spread de crédit<sup>12</sup>, nous observons la volatilité annuelle en glissement de chacune des primes de liquidité sur toute la période d'étude. Nous calculons par conséquent la quantité suivante :  $\forall t \in \{12, \dots, 116\}$ ,

$$\sigma_l(t, T) = \left\{ \frac{1}{12} \sum_{i=t-11}^t [r_l(i, T) - \bar{r}_l(t)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

avec

$r_l$  : prime de risque de liquidité;

$\sigma_l(t, T)$  : volatilité de la prime de risque de liquidité considérée à la date courante sur l'horizon  $T$ ;

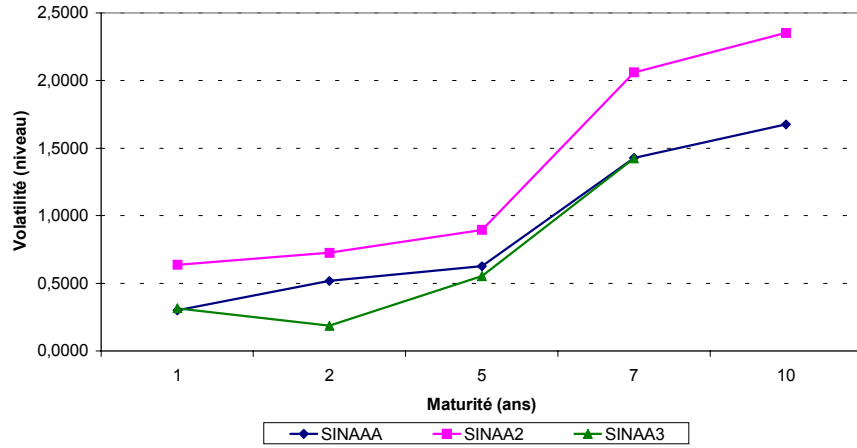
$\bar{r}_l(t) = \frac{1}{12} \sum_{i=t-11}^t r_l(i, T)$  : moyenne arithmétique annuelle glissante.

Après calcul de ces volatilités annuelles glissantes sur la période allant du mois de mars 1992 au mois de novembre 2000 (soit 105 observations par série), nous en calculons le niveau moyen sur cette période. L'évolution de ces volatilités moyennes est représentée en fonction de la maturité sur les graphiques suivants :

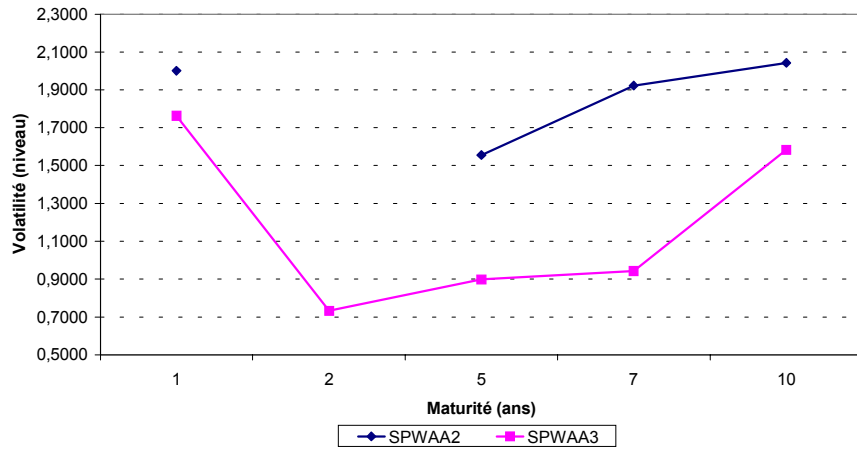
---

<sup>12</sup>Rappelons que le spread de crédit se décompose en deux quantités selon la relation (1).

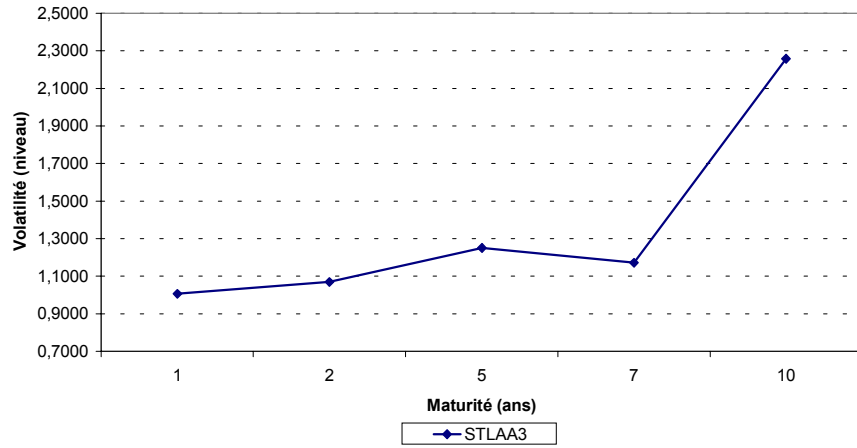
**Volatilités annuelles moyennes des primes de liquidité du secteur de l'industrie**



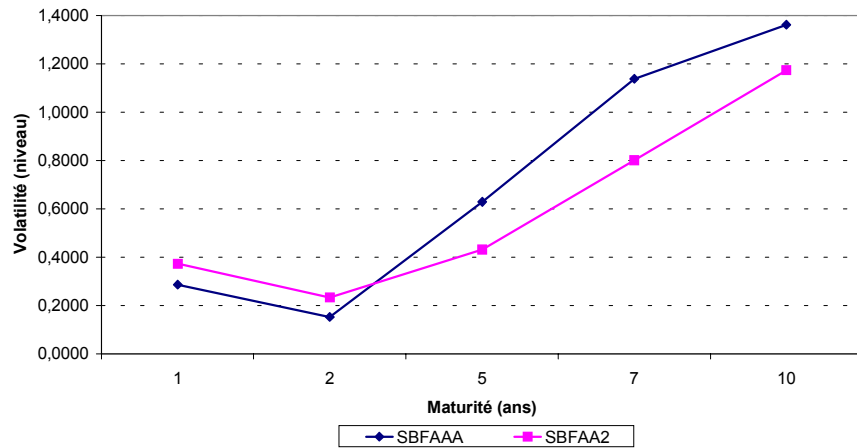
**Volatilités annuelles moyennes des primes de liquidité du secteur de l'énergie**



**Volatilité annuelle moyenne de la prime de liquidité du secteur des télécommunications**



**Volatilités annuelles moyennes des primes de liquidité du secteur de la banque & finance**

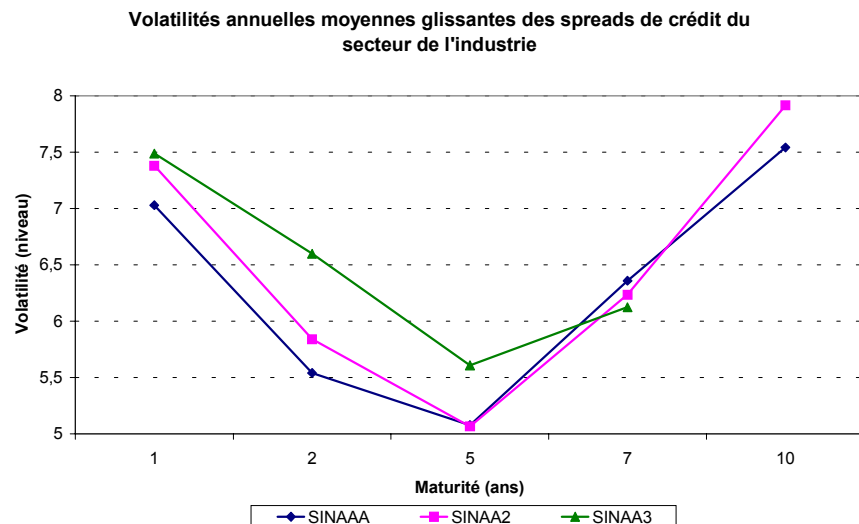


Nous constatons que la volatilité annuelle moyenne augmente globalement en fonction des horizons considérés pour les ratings AAA et AA2 des spreads de crédit du secteur industriel et pour le rating AA3 du spread de crédit du secteur des télécommunications. De manière différente, la volatilité annuelle moyenne s'avère d'abord décroissante jusqu'à la maturité de deux ans, puis croissante jusqu'à la maturité de dix ans, soit sur le reste de l'horizon de temps, pour le rating AA3 du secteur de l'industrie ainsi que pour les ratings AAA et AA2 du secteur de la banque & finance.

## 4.2 Impact sur le spread de crédit

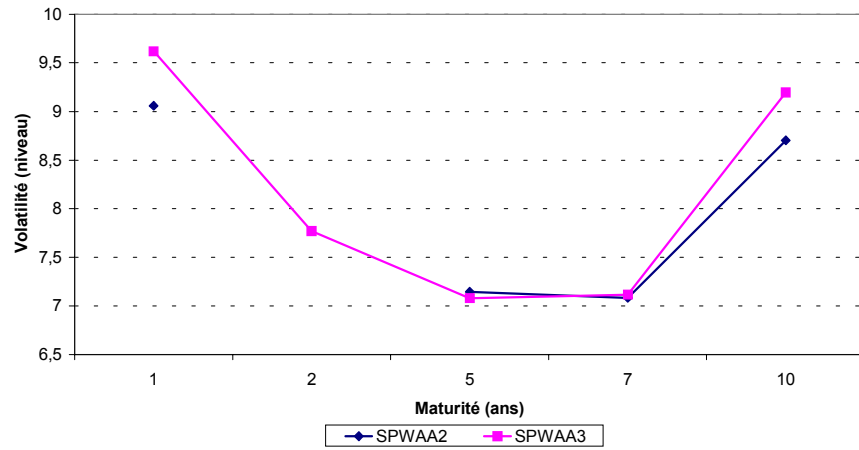
Dans cette section, nous tentons de mesurer l'impact de l'effet de liquidité sur l'évolution du spread de crédit à l'aide de la volatilité de la prime de liquidité qui le compose. Pour ce faire, nous appliquons les régressions adéquates, en différences premières, des volatilités des spreads de crédit sur les volatilités des primes de liquidité correspondantes. Cette méthodologie a pour but de mesurer l'ampleur de l'influence des variations de volatilité de la prime de liquidité en général sur l'évolution mensuelle du spread de crédit. Le résultat nous permettra alors de vérifier dans quelle mesure les variations de volatilité de la prime de liquidité expliquent celles du spread de crédit associé.

À titre indicatif, nous traçons ci-dessous les niveaux des volatilités annuelles moyennes<sup>13</sup> (en glissement) des spreads de crédit considérés en fonction de la maturité :

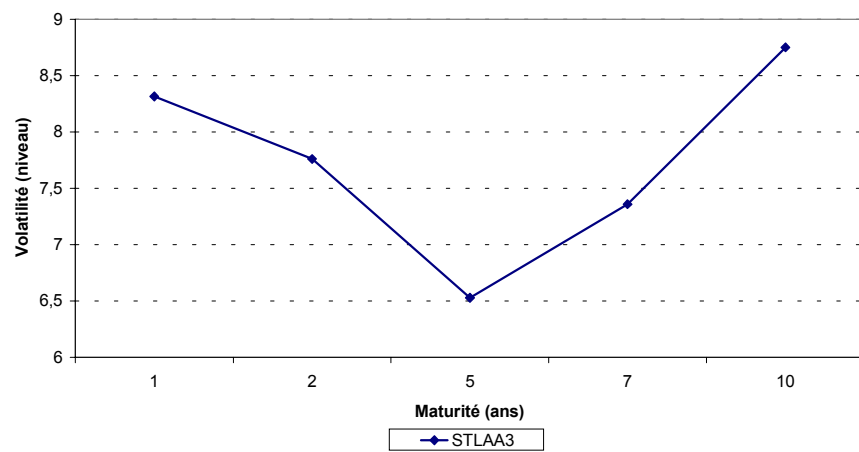


<sup>13</sup>Celles-ci sont calculées de façon analogue à la section précédente selon la relation (3).

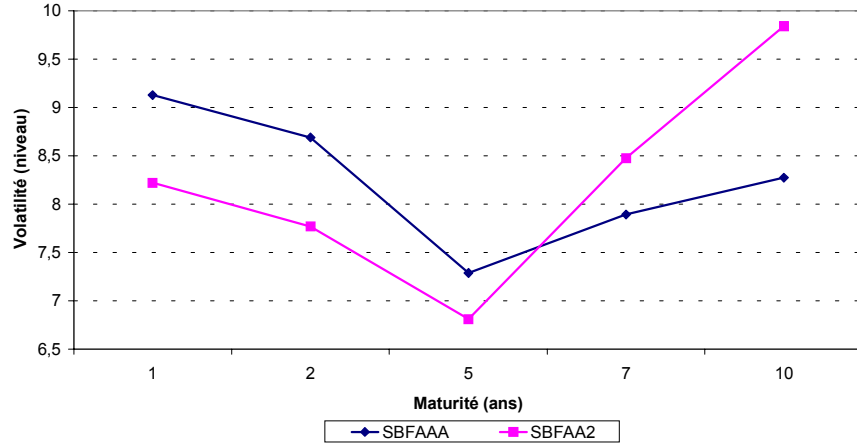
**Volatilités annuelles moyennes glissantes des spreads de crédit du secteur de l'énergie**



**Volatilité annuelle moyenne glissante du spread de crédit du secteur des télécommunications**



**Volatilités annuelles moyennes glissantes des spreads de crédit du secteur de la banque & finance**



Les volatilités étant des séries intégrées d'ordre 1, nous optons pour la régression des différences premières de la volatilité annuelle glissante du spread de crédit sur celles de la volatilité annuelle glissante de la prime de risque de liquidité associée. Nous posons donc la relation suivante :  $\forall t \in \{13, \dots, 116\}$

$$\Delta\sigma_S(t, T) = \beta(T) \Delta\sigma_l(t, T) \quad (4)$$

avec

$$\forall t \geq 2, \forall X_t, \quad \Delta X_t = X_t - X_{t-1};$$

$\sigma_S(t, T)$  : volatilité annuelle glissante du spread de crédit tel que  $t \in \{12, \dots, 116\}$ ;

$\beta(T)$  : constante dépendant de l'horizon  $T$  considéré.

Sur une période allant du mois d'avril 1992 au mois de novembre 2000 (soit 104 observations), les estimations montrent la non significativité de la constante de régression usuellement considérée, d'où l'absence de cette dernière dans l'équation de régression (4). Les estimations de cette régression nous mènent alors aux résultats suivants :

Spread	$\beta(T)$	t – statistique	R <sup>2</sup> (%)
SIN01YAAA	2.176308	0.877406	0.3829
SIN02YAAA	0.366042	0.295434	0.0417
SIN05YAAA	3.022903	3.121577	8.5038
SIN07YAAA	1.364139	2.733950	6.3689
SIN10YAAA	1.433487	3.391925	8.3455
SIN01YAA2	1.540650	1.186458	1.3325
SIN02YAA2	0.956511	0.918829	0.8108
SIN05YAA2	2.252039	3.194603	8.9814
SIN07YAA2	1.529337	4.063718	13.5328
SIN10YAA2	1.478725	4.696357	15.9089

Spread	$\beta(T)$	t – statistique	R <sup>2</sup> (%)
SIN01YAA3	6.505078	2.002420	3.7359
SIN02YAA3	7.577765	1.972144	3.5616
SIN05YAA3	5.156768	4.350370	15.3382
SIN07YAA3	1.762983	3.800772	11.3934
STL01YAA3	1.084765	1.178224	1.3268
STL02YAA3	2.809394	3.736322	11.7211
STL05YAA3	2.130199	3.918575	12.4779
STL07YAA3	3.352328	4.756635	17.5246
STL10YAA3	2.036075	4.640243	15.7855

Spread	$\beta(T)$	t – statistique	R <sup>2</sup> (%)
SPW01YAA2	0.712089	1.068286	0.9618
SPW05YAA2	1.683692	3.889630	12.8066
SPW07YAA2	2.354921	7.015235	31.2416
SPW10YAA2	1.764562	4.376205	13.7171
SPW01YAA3	0.980992	1.288698	1.0362
SPW02YAA3	2.401617	2.310198	4.7420
SPW05YAA3	2.214868	2.899446	7.4152
SPW07YAA3	4.675498	5.974412	23.6625
SPW10YAA3	2.774654	4.846255	17.2578

Spread	$\beta(T)$	t – statistique	R <sup>2</sup> (%)
SBF01YAAA	4.437153	1.308081	1.5839
SBF02YAAA	14.68012	2.028226	3.6589
SBF05YAAA	3.200430	2.289659	4.8014
SBF07YAAA	2.250115	2.770996	6.8407
SBF10YAAA	1.245328	2.090804	3.9571
SBF01YAA2	4.173560	1.742020	2.5830
SBF02YAA2	5.769086	1.518498	2.1198
SBF05YAA2	2.444510	1.241641	1.3278
SBF07YAA2	2.204501	1.822787	2.9759
SBF10YAA2	1.404160	1.442055	1.5513

A l'exception des spreads de crédit SIN01YAAA, SBF01YAAA, SIN01YAA2, SPW01YAA2, STL01YAA3, SPW01YAA3, SIN01YAAA, SIN02YAA2 ainsi que l'ensemble des spreads de crédit du secteur de la banque & finance de rating AA2 pour lesquels les régressions et les statistiques de Student ne sont pas significatives<sup>14</sup>, le  $R^2$  permet de déduire le pourcentage avec lequel les variations de la volatilité annuelle glissante des primes de risque de liquidité expliquent celles de la volatilité annuelle glissante des spreads de crédit correspondants. Notons que le  $R^2$  est une fonction non monotone de la maturité quels que soient le rating et le secteur d'activité considérés. De plus, le taux d'explication le plus fort est atteint pour le spread de crédit SPW07YAA2 dont le niveau du  $R^2$  est de 31.2416 %.

## 5 Caractéristiques des composantes du spread de crédit

Dans cette section, nous tentons de caractériser les primes de risque de défaut et de liquidité qui composent tout spread de crédit. Dans un premier temps, nous tentons simplement d'observer l'influence du marché ou encore du cycle d'affaires sur ces quantités en recourant à une statistique élémentaire. Ensuite, en relation avec la théorie moderne du risque de crédit, nous tentons de formaliser l'évolution continue au cours du temps de la prime de risque de défaut en termes de processus de diffusion.

### 5.1 Influence du marché

La littérature récente sur le risque de crédit s'interroge sur l'influence du marché sur le risque de crédit. Cette voie de recherche initiée, entre autres, par Wilson (1998) ainsi que Jarrow, Lando & Yu (2001), met en évidence l'existence d'une partie systématique et d'une partie spécifique du risque de crédit. Par conséquent, à la lumière de ces considérations, les composantes du spread de crédit devraient comporter chacune à la fois un risque de marché et un risque idiosyncratique.

Nous tentons d'observer l'influence du marché sur le risque de crédit à travers la volatilité annuelle glissante de l'indice *Dow Jones* du marché boursier américain sur la période allant du mois de mars 1992 au mois de novembre 2000. Pour ce faire, nous calculons simplement et successivement les coefficients de corrélation, sur cette période, entre la volatilité annuelle glissante de l'indice Dow Jones et celles des spreads de crédit, des primes de risque de défaut ainsi que des primes de risque de liquidité respectivement.

---

<sup>14</sup>Le seuil de test ici est de 5% pour les t-statistiques. Notons toutefois que les résultats obtenus pour le seul précédent sont tels que les régressions relatives aux spreads de crédit SBF01YAA2 et SBF07YAA2 sont significatives.

Coefficients de corrélation entre les volatilités annuelles glissantes du Dow Jones et des spreads de crédit :

<b>Horizon (ans)</b> <b>Spreads</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>10</b>
<b>SINAAA</b>	0.0267	0.4333	-0.1825	-0.2075	0.4555
<b>SINAA2</b>	-0.3025	0.0987	-0.0768	-0.1006	0.3345
<b>SINAA3</b>	-0.3020	0.0646	0.0641	-0.0571	
<b>SPWAA2</b>	-0.3716		-0.0838	-0.1166	0.3751
<b>SPWAA3</b>	-0.2459	0.0459	-0.0543	0.0011	0.2479
<b>STLAA3</b>	-0.1103	-0.0535	0.1186	-0.0505	0.2929
<b>SBFAAA</b>	0.0662	-0.0327	-0.2239	0.1410	0.3710
<b>SBFAA2</b>	0.0143	0.0378	-0.0813	-0.1710	0.1375

Coefficients de corrélation entre les volatilités annuelles glissantes du Dow Jones et des primes de risque de liquidité<sup>15</sup> :

<b>Horizon (ans)</b> <b>Spreads</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>10</b>
<b>SINAAA</b>	-0.53136	0.07309	0.14429	0.07826	0.19299
<b>SINAA2</b>	-0.53135	0.07308	0.14428	0.07825	0.19299
<b>SINAA3</b>	-0.53134	0.07299	0.14427	0.07824	
<b>SPWAA2</b>	-0.53135		0.14428	0.07825	0.19299
<b>SPWAA3</b>	-0.53135	0.07306	0.14429	0.07826	0.19298
<b>STLAA3</b>	-0.53137	0.07307	0.14428	0.07825	0.19299
<b>SBFAAA</b>	-0.53138	0.07311	0.14430	0.07823	0.19299
<b>SBFAA2</b>	-0.53138	0.07312	0.14430	0.07827	0.19299

Coefficients de corrélation entre les volatilités annuelles glissantes du Dow Jones et des primes de risque de défaut :

<b>Horizon (ans)</b> <b>Spreads</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>10</b>
<b>SINAAA</b>	0.0459	0.4041	-0.2000	-0.2134	0.4231
<b>SINAA2</b>	-0.2993	0.0499	-0.0820	-0.0984	0.2648
<b>SINAA3</b>	-0.2981	0.0558	0.0630	-0.0582	
<b>SPWAA2</b>	-0.3587		-0.1263	-0.1257	0.3357
<b>SPWAA3</b>	-0.1704	0.0130	-0.0836	-0.0016	0.2115
<b>STLAA3</b>	-0.0603	-0.1066	0.1078	-0.0229	0.2682
<b>SBFAAA</b>	0.0849	-0.0267	-0.2525	0.1207	0.3602
<b>SBFAA2</b>	0.0351	0.0405	-0.0948	-0.1790	0.1261

Les coefficients de corrélations sont globalement significatifs pour l'ensemble des spreads de crédit considérés. Ceci montre donc l'influence de l'évolution

<sup>15</sup>Nous avons délibérément ajouté une décimale de précision ici afin de mieux différencier les corrélations.

générale du marché sur les évolutions respectives des spreads de crédit ainsi que des primes de risques de liquidité et de défaut correspondantes, ce qui va bien dans le sens de la littérature récente<sup>16</sup>. Nous pouvons par conséquent déduire que la part d'évolution de ces quantités non expliquée par le risque de marché provient du risque spécifique<sup>17</sup> à chaque firme émettrice de dette obligataire, ce risque spécifique étant agrégé ici en un risque sectoriel d'après les données analysées.

## 5.2 Modélisation

Dans ce cadre, nous adoptons la démarche caractéristique de la seconde voie de recherche renseignée par les modèles de type forme réduite en stipulant directement une dynamique *a priori* pour la composante de défaut du spread de crédit. Si cette génération de modèles choisit souvent une formulation de type processus de diffusion à saut pour caractériser l'évolution de ces spreads de crédit, Pagès (2001) souligne toutefois l'inconvénient de la prise en compte implicite de l'effet de liquidité sans distinction possible du risque de défaut. Aussi, dans une volonté de distinction de l'effet de liquidité inhérent à l'évolution des spreads de crédit, nous optons pour une modélisation de type processus de retour à la moyenne pour caractériser la composante du spread de crédit associée au risque de défaut. En effet, l'étude économétrique réalisée par Collin-Dufresne, Goldstein & Martin (2000) montre que les spreads de crédit exhibent un comportement de retour à la moyenne<sup>18</sup>.

Pour chaque horizon, chaque rating et chaque secteur économique considérés, nous posons la dynamique suivante pour les primes de risque de défaut :  $\forall T$ ,

$$\begin{cases} dr_d(t, T) = a(T) [b(T) - r_d(t, T)] dt + \sigma(T) dW(t) \\ r_d(1, T) = r_{d,1}(T) \end{cases} \quad (5)$$

avec

$a(T), b(T)$  : constantes dépendant de l'horizon de temps  $T$  considéré (pour un secteur et un rating donnés);

$r_{d,1}(T)$  : valeur initiale de la prime de risque de défaut associée à l'horizon  $T$ ;

$\sigma(T)$  : volatilité de la prime de risque de défaut ;

$(W(t))$  : mouvement brownien standard.

Signalons toutefois que la méthodologie d'estimation de la diffusion des primes de risque de défaut invalide la configuration de retour à la moyenne

<sup>16</sup>Notons que l'influence du marché sur les primes de risque de liquidité semble se faire sentir essentiellement en termes d'horizon ici et non pas en termes de secteurs ou de ratings.

<sup>17</sup>Nous posons ici l'hypothèse implicite d'indépendance entre le risque systématique et le risque spécifique.

<sup>18</sup>Signalons que ces auteurs analysent des données (dont taux de rendement) mensuelles sur la période allant du mois de juillet 1988 au mois de décembre 1997.

pour l'ensemble des spreads sauf pour la prime de risque de défaut associée au spread SIN01YAAA, conduisant ainsi à une modélisation de type mouvement brownien géométrique.

La modélisation appliquée à l'ensemble des primes de risque de défaut dans ce contexte est la suivante :

$$\begin{cases} \frac{dr_d(t,T)}{r_d(t,T)} = \mu(T) dt + \sigma(T) dW(t) \\ r_d(1, T) = r_{d,1}(T) \end{cases} \quad (6)$$

avec

$\mu(T)$  : constante de drift ou tendance dépendant de l'horizon de temps  $T$  considéré ;

$r_{d,1}(T)$  : valeur initiale de la prime de risque de défaut associée à l'horizon  $T$  ;

$\sigma(T)$  : volatilité de la prime de risque de défaut ;

$(W(t))$  : mouvement brownien standard.

Nous nous retrouvons par conséquent avec deux modélisations possibles suivant les spreads analysés<sup>19</sup>.

### 5.3 Estimations

Nous présentons ici les estimations des paramètres de la dynamique (5) et de la dynamique (6) caractéristiques des primes de risque de défaut. Cette modélisation de la dynamique de la prime de risque de défaut nécessite, pour un horizon de temps  $T$  fixé et pour un secteur d'activité donné, d'estimer le vecteur de paramètres du modèle  $\theta' = [ a(T) \quad b(T) \quad \sigma(T) ]$  pour un processus de retour à la moyenne ou  $\theta' = [ \mu(T) \quad \sigma(T) ]$  pour un mouvement brownien géométrique. L'estimation de ces paramètres est réalisée par application de la méthode des moments généralisés, ce qui nous permet d'obtenir les résultats suivants pour un seuil de test de 5 % :

*Mouvement brownien géométrique :*

Spread	$\mu(T)$	$\sigma(T)$
<b>SIN02YAAA</b>	0.053874	-0.305646
<b>SIN05YAAA</b>	0.553301	1.059151
<b>SIN07YAAA</b>	0.349566	0.838393
<b>SIN10YAAA</b>	0.518074	1.026233
<b>SIN01YAA2</b>	0.354307	0.849160
<b>SIN02YAA2</b>	0.072794	-0.375717
<b>SIN05YAA2</b>	0.371252	0.872722
<b>SIN07YAA2</b>	0.475379	0.980003
<b>SIN10YAA2</b>	0.475173	0.979298

<sup>19</sup>A titre comparatif, nous appliquons également cette méthodologie de modélisation aux spreads de crédit. Les estimations obtenues sont renseignées en annexe.

Spread	$\mu(T)$	$\sigma(T)$
<b>SIN01YAA3</b>	0.246813	-0.710682
<b>SIN02YAA3</b>	0	-0.252599
<b>SIN05YAA3</b>	0.870679	1.324495
<b>SIN07YAA3</b>	0.398759	0.908483
<b>STL01YAA3</b>	0.083172	-0.394152
<b>STL02YAA3</b>	0.049408	-0.286559
<b>STL05YAA3</b>	0.574253	1.080530
<b>STL07YAA3</b>	0.348979	0.849148
<b>STL10YAA3</b>	0.475789	0.986747

Spread	$\mu(T)$	$\sigma(T)$
<b>SPW01YAA2</b>	0.305623	0.785185
<b>SPW05YAA2</b>	0.576238	1.079477
<b>SPW07YAA2</b>	0.361825	0.860178
<b>SPW10YAA2</b>	0.364017	0.861064
<b>SPW01YAA3</b>	0.498552	1.001935
<b>SPW02YAA3</b>	0.083921	-0.396825
<b>SPW05YAA3</b>	0.388026	0.902858
<b>SPW07YAA3</b>	0.205303	-0.663926
<b>SPW10YAA3</b>	0.617357	1.124954

Spread	$\mu(T)$	$\sigma(T)$
<b>SBF01YAAA</b>	0.209590	-0.656750
<b>SBF02YAAA</b>	0.269022	-0.732113
<b>SBF05YAAA</b>	0.449189	0.965954
<b>SBF07YAAA</b>	0.355478	0.856532
<b>SBF10YAAA</b>	0.352718	0.851009
<b>SBF01YAA2</b>	0.148194	-0.551411
<b>SBF02YAA2</b>	0.071360	-0.372283
<b>SBF05YAA2</b>	0.287535	0.771913
<b>SBF07YAA2</b>	0.762088	1.234111
<b>SBF10YAA2</b>	0.429070	0.915030

*Processus de retour à la moyenne :*

Spread	$\mathbf{a}(T)$	$\mathbf{b}(T)$	$\sigma(T)$
<b>SIN01YAAA</b>	0.197264	20.820509	8.487032

Notons que ces estimations montrent que, à l'exception du rating AAA du spread de crédit à un an du secteur industriel, l'ensemble des primes de risque de défaut sont modélisées par un processus de diffusion de type mouvement brownien géométrique.

## 6 Conclusion

Dans cet article, nous considérons les taux de rendement agrégés par secteur d'activité, rating et maturité considérés, ces taux étant fournis par Moody's. Nous considérons également les taux du Trésor américain ainsi que les taux de swaps associés sur la période allant du mois d'avril 1991 au mois de novembre 2000. Ces données nous permettent de calculer des spreads de crédits mensuels à partir desquels nous estimons, par modélisation économétrique, les primes de risque de défaut qui les composent. Ces estimations nous permettent ensuite d'inférer, à partir des spreads de crédit observés, les primes de risque de liquidité correspondantes. En moyenne, nous trouvons que les primes de risques de défaut et de liquidité présentent globalement une corrélation sur toute la période d'étude, ce qui est conforme aux résultats obtenus par Ericsson & Renault (2000).

Ensuite, nous calculons les volatilités annuelles glissantes respectives des spreads de crédit et des primes de risque de liquidité associées. Dans un but explicatif, nous régressons les volatilités annuelles des spreads de crédit sur celles de leurs primes de risque de liquidité. Cette étude économétrique permet alors de mettre en évidence, à travers la statistique du  $R^2$ , la part d'explication propre à la variation de la prime de risque de liquidité dans l'évolution du spread de crédit qui l'incorpore. Nous exhibons de ce fait l'influence de l'effet de liquidité sur le risque de crédit.

Nous terminons notre étude en observant et estimant les caractéristiques des spreads de crédit ainsi que des primes de risques de défaut et de liquidité associées. Pour ce faire, nous mettons d'abord en évidence l'influence du risque de marché sur ces quantités à travers les corrélations entre la volatilité annuelle glissante de l'indice boursier Dow Jones avec les volatilités annuelles glissantes respectives des primes de risques de défaut et de liquidité. Les résultats confortent l'approche de la littérature qui décompose le risque de crédit en un risque de marché et en un risque spécifique. Ensuite, en relation avec l'approche de type forme réduite du risque de défaut, nous tentons de caractériser les évolutions continues des primes de risque de défaut en modélisant ces dernières par des processus de diffusions stochastiques dont nous estimons les paramètres.

Nous tenons toutefois à souligner les sources d'erreur possibles liées au type de modélisation sélectionné. Ici, pour ne pas ajouter d'erreur de modèle, nous avons supposé que le risque de taux d'intérêt inhérent au spread de crédit était incorporé aux taux du Trésor américain observés<sup>20</sup>. En réalité, il faudrait trouver une méthode adéquate pour modéliser ou estimer cette part de risque du spread de crédit. De plus, pour calculer les primes de risque de défaut issues de l'estimation des régressions appropriées, nous avons choisi comme valeurs initiales de ces dernières des estimations basées sur les résultats fournis par Ericsson & Renault (2000). Dans ce cas, en comparaison de la valeur réelle des taux de rendement dus au risque de défaut, ce choix engendre une marge d'erreur

---

<sup>20</sup>A ce propos, il faut remarquer que, par exemple, même si les taux du Trésor américain sont supposés être des taux "sans risque" (de défaut), ces derniers ne sont toutefois pas sans risque de variation au cours du temps.

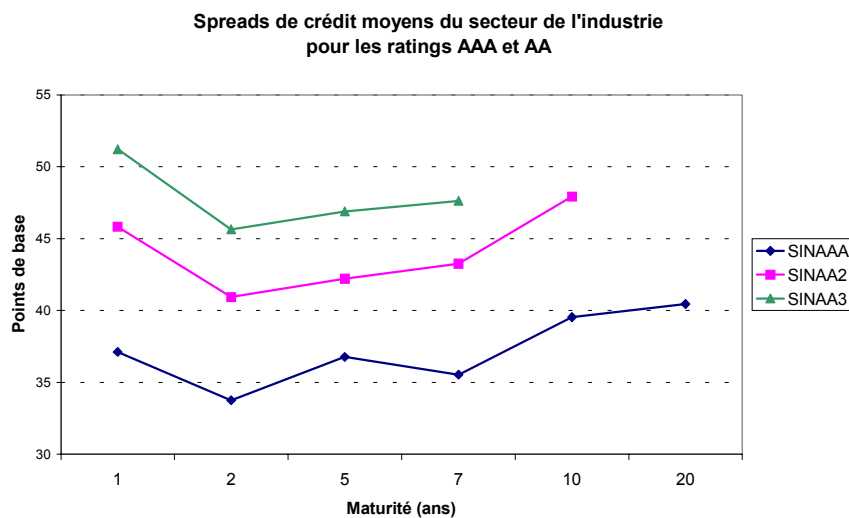
dans l'estimation des valeurs initiales à la source de notre étude économétrique. Cependant, nous pensons que cette erreur est faible puisque nous considérons des spreads de taux agrégés qui reflètent eux-mêmes des niveaux moyens de risque de crédit par secteur, maturité et rating considérés.

A titre comparatif, il serait intéressant d'appliquer cette analyse sur un certain nombre de spreads corporatifs spécifiques à des entreprises précises, puis d'en observer et comparer les résultats avec ceux obtenus au niveau agrégé. Dans cette optique, la recherche à venir pourra se pencher sur la construction d'un indicateur de risque spécifique ou encore sectoriel des spreads de crédit corporatifs. En parallèle, la formalisation et l'évaluation du risque de marché inhérent aux spreads de crédit sera nécessaire.

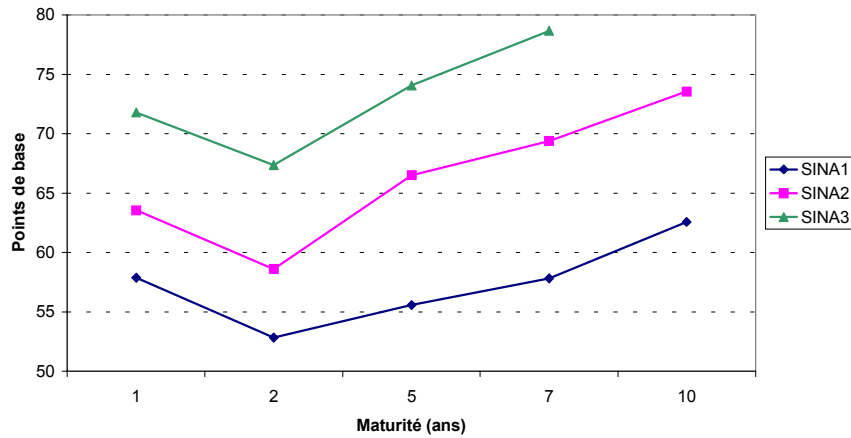
## 7 Annexes

### 7.1 Graphiques des spreads de crédit moyens

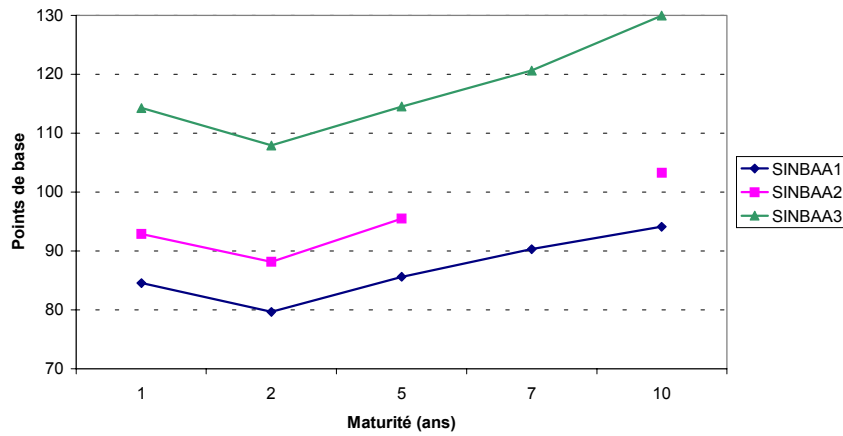
Nous représentons graphiquement, pour plusieurs horizons, les niveaux des spreads de crédit moyens observés par secteur et par classe de rating.



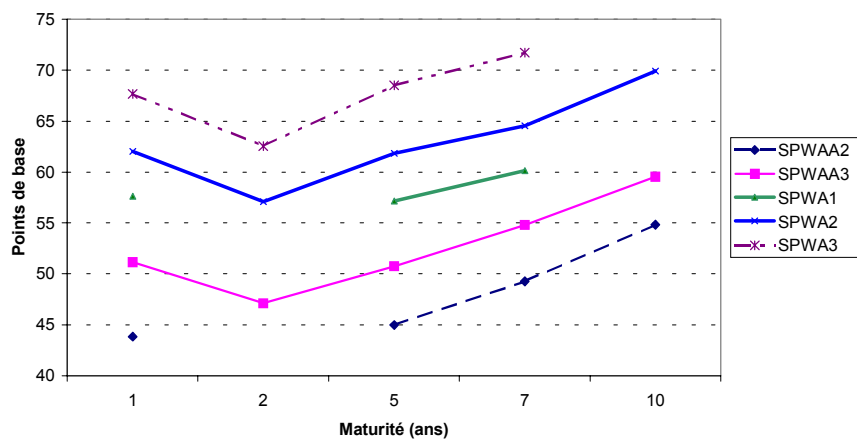
**Spreads de crédit moyens du secteur de l'industrie  
pour le rating A**



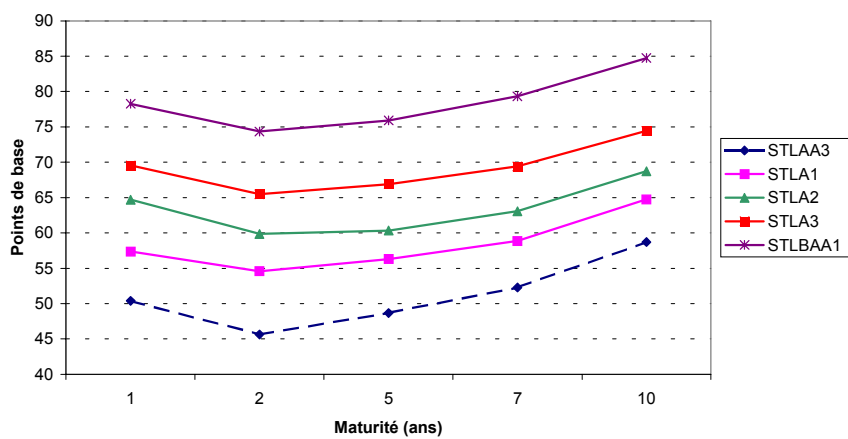
**Spreads de crédit moyens du secteur de l'industrie  
pour le rating BAA**



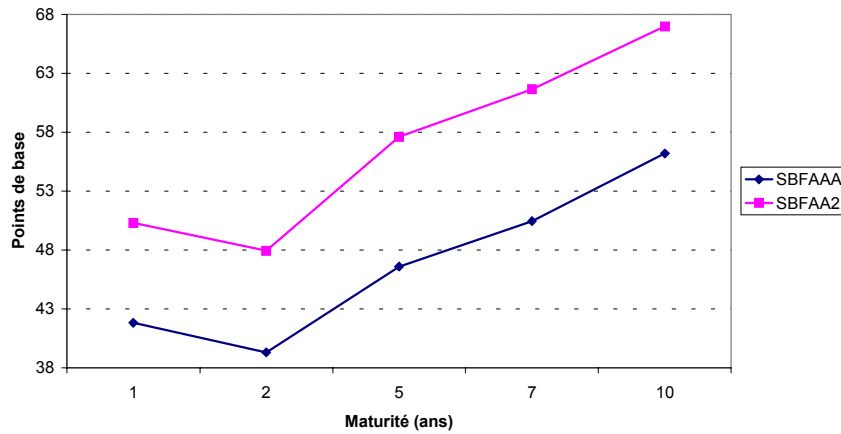
**Spreads de crédit moyens du secteur de l'énergie pour les ratings AA et A**



**Spreads de crédit moyens du secteur des télécommunications pour les ratings AA, A et BAA**



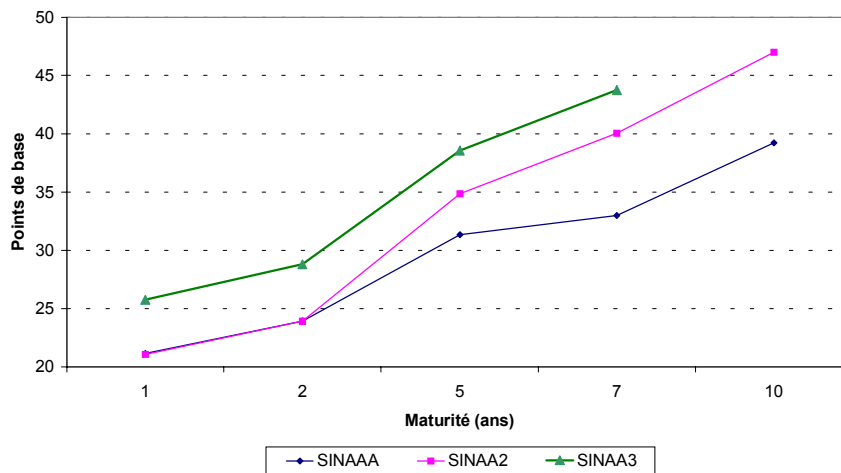
**Spreads de crédit moyens du secteur "banque & finance"  
pour les ratings AAA et AA**



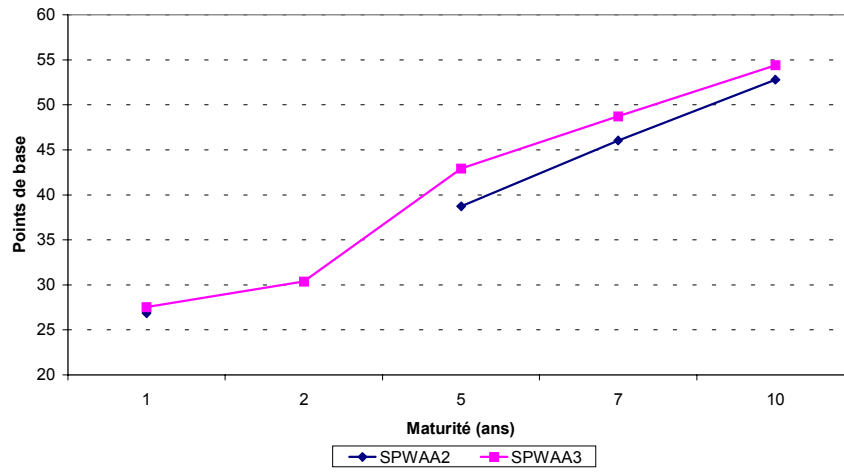
## 7.2 Graphiques des primes de risque de défaut moyennes

Nous représentons graphiquement, pour plusieurs horizons, les niveaux des primes de risque de défaut moyennes observées par secteur et par classe de rating.

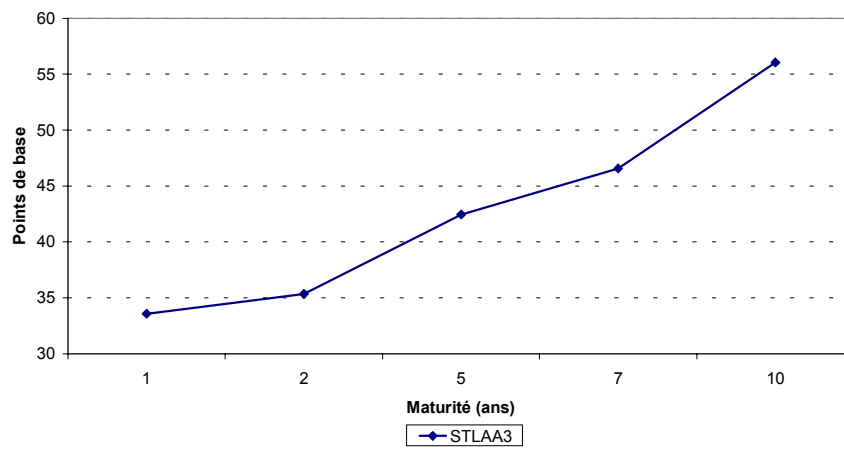
**Primes de risque de défaut moyennes pour le secteur de l'industrie**



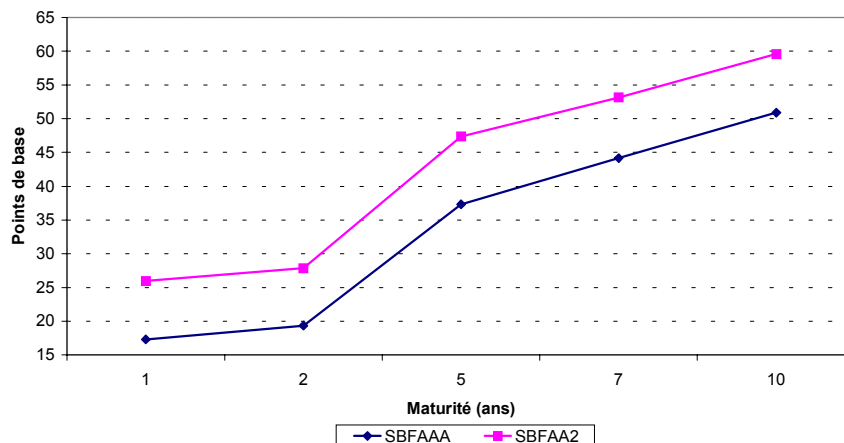
Primes de risque de défaut moyennes pour le secteur de l'énergie



Prime de risque de défaut moyenne pour le secteur des télécommunications



**Primes de risque de défaut moyennes pour le secteur de la banque & finance**



### 7.3 Diffusions associées aux spreads de crédit

Dans cette partie, nous exposons les modélisations et estimations des diffusions continues retenues pour les spreads de crédit analysés. Globalement, une proportion d'environ 50 % des spreads de crédit étudiés requière une modélisation de type processus de retour à la moyenne, les spreads complémentaires étant par conséquent caractérisés par une modélisation de type mouvement brownien géométrique.

Les spreads de crédit dont l'évolution se caractérise par un mouvement brownien géométrique (soit 21 séries), concernent :

- les maturités allant de 5 à 10 ans pour les ratings AAA et AA2 du secteur industriel;
- les maturités de 1, 5 et 7 ans pour le rating AA3 de ce même secteur;
- les maturités allant de 5 à 7 ans pour le rating AA2 des secteurs de l'énergie et de la banque & finance;
- les maturités allant de 5 à 7 ans pour le rating AA3 des secteurs de l'énergie et des télécommunications;
- la maturité de 10 ans pour le rating AA2 des secteurs de l'énergie et de la banque & finance ainsi que le rating AA3 des secteurs de l'énergie et des télécommunications.

L'estimation des paramètres relatifs à chaque type de modélisation<sup>21</sup> est

<sup>21</sup>Nous estimons les modèles (5) ou (6) pour la dynamique de  $S(t, T)$  et non plus pour celle de  $r_d(t, T)$  sous la condition initiale  $S(1, T) = S_1(T)$ .

réalisée par application de la méthode des moments généralisés, ce qui nous permet d'obtenir les résultats suivants pour un seuil de test de 5 % :

*Mouvement brownien géométrique*<sup>22</sup> :

Spread	$\sigma(T)$	Spread	$\sigma(T)$
SIN05YAAA	0.169001	SPW05YAA2	-0.241452
SIN07YAAA	-0.209801	SPW07YAA2	-0.173027
SIN10YAAA	0.197712	SPW10YAA2	-0.171184
SIN05YAA2	0.152343	SPW05YAA3	-0.172568
SIN07YAA2	0.151680	SPW07YAA3	0.125225
SIN10YAA2	-0.176398	SPW10YAA3	-0.158022
SIN01YAA3	-0.166070	STL05YAA3	0.155533
SIN05YAA3	0.120788	STL07YAA3	0.183954
SIN07YAA3	0.146030	STL10YAA3	-0.153787
Spread	$\sigma(T)$		
SBF05YAA2	-0.143666		
SBF07YAA2	-0.150455		
SBF10YAA2	-0.135972		

*Processus de retour à la moyenne* :

Spread	$a(T)$	$b(T)$	$\sigma(T)$
SIN01YAAA	0.192813	36.772047	8.485664
SIN02YAAA	0.102954	36.599833	6.320729
SIN01YAA2	0.118549	43.691130	8.381202
SIN02YAA2	0.106778	41.887929	6.781399
SIN02YAA3	0.074324	47.983805	6.559879
SPW01YAA2	0.163214	43.008981	10.728303
SPW01YAA3	0.152651	49.849806	-11.191224
SPW02YAA3	0.094817	50.392425	9.047629
Spread	$a(T)$	$b(T)$	$\sigma(T)$
STL01YAA3	0.139132	52.136251	9.398116
STL02YAA3	0.076429	51.353905	8.447197
SBF01YAAA	0.226951	40.685840	10.404429
SBF02YAAA	0.137872	39.387717	8.751636
SBF05YAAA	0.058676	50.995829	7.538891
SBF07YAAA	0.071424	53.297183	8.446541
SBF10YAAA	0.044800	61.115427	8.131289
SBF01YAA2	0.161871	49.196156	9.128783
SBF02YAA2	0.094142	48.884268	8.161574

<sup>22</sup>Notons que les estimations montrent la non significativité du terme de drift, ce qui mène à une valeur de  $\mu(T) = 0$  quel que soit  $T$  pour l'ensemble des modèles de spreads de crédit suivant un mouvement brownien géométrique. Ces derniers étant par conséquent uniquement caractérisés par leurs volatilités respectives.

Notons que ces estimations montrent que, à l'exception du rating AAA du secteur de la banque & finance, ce sont les horizons courts qui sont modélisés par des processus de diffusion de type retour à la moyenne.

## Remerciements

Nous tenons à remercier les participants de l'AFFI (Paris, décembre 2001) pour leurs commentaires pertinents qui nous ont permis de remanier l'étude exposée dans ce papier.

## Bibliographie

**Amihud J. & H. Mendelson**, 1991, *Liquidity, Maturity And The Yields On US Treasury Securities*, Journal of Finance, vol. 46, p. 1411 - 1425.

**Brown D. T.**, 2000b, *An Empirical Analysis of Credit Spread Innovations*, Warrington College of Business Working Paper.

**Brown D. T.**, 2000a, *The Term Structure of Credit Spread Innovations : Theory and Evidence*, NISA, Investment Advisors, LLC.

**Carey M.**, 2000, *Dimensions of Credit Risk And Their Relationship To Economic Capital Requirements*, Federal Reserve Board of Governors Working Paper.

**Chakravarty S. & A. Sarkar**, 1999, *Liquidity In US Fixed Income Markets : A Comparison of The Bid-Ask Spread In Corporate, Government And Municipal Bond Markets*, Federal Reserve Board Of New-York Report.

**Collin-Dufresne P., Goldstein R. S. & J. S. Martin**, 2000, *The Determinant of Credit Spread Changes*, GSIA Working Paper, Carnegie Mellon University.

**Cooper N., Hillman R. & D. Lynch**, 2001, *Interpreting Movements In High-yield Corporate Bond Market Spreads*, Bank of England Quarterly Bulletin, p. 110 - 120.

**Daves P. & M. C. Ehrhardt**, 1993, *Liquidity, Reconstitution And The Value of US Treasury Strips*, Journal of Finance, vol. 48, p. 315 -329.

**Duffee G. R.**, 1999, *Estimating the Price of Default Risk*, Review of Financial Studies, vol. 12, p. 197 - 226.

- Duffie D. & K. J. Singleton**, 1999, *Modeling Term Structures of Defaultable Bonds*, Review of Financial Studies, vol. 12, p. 687 - 720.
- Elton E. J., Gruber M. J., Agrawal D. & C. Mann**, 1999, *Explaining The Rate On Corporate Bonds*, New-York University Working Paper.
- Ericsson J. & O. Renault**, 2000, *Liquidity And Credit Risk*, London School of Economics Working Paper.
- Evanoff D. D. & L. D. Wall**, 2001, *Sub-Debt Yield Spreads As Bank Risk Measures*, Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper.
- Fleming M. J.**, 2000, *The Benchmark US Treasury Market : Recent Performance And Possible Alternatives*, FRBNY Economic Review, April, p. 129 - 145.
- Greene W. H.**, 1998, *Econometric Analysis*, Prentice Hall (4th Edition).
- Grinblatt M.**, 1995, *An Analytical Solution For Interest Rate Swap Spreads*, UCLA Working Paper.
- Grinblatt M. & F. Longstaff**, 2000, *Financial Innovation And The Role of Derivative Securities : An Empirical Analysis of The Treasury STRIPS Program*, Journal of Finance, vol. 55, p. 1415 - 1436.
- Hotchkiss E. S. & T. Ronen**, 1999, *The Informational Efficiency of The Corporate Bond Market : An Intraday Analysis*, Working Paper.
- Hirtle B. J., Levonian M., Saidenberg M., Walter S. & D. Wright**, 2001, *Using Credit Risk Models For Regulatory Capital : Issues and Options*, FRBNY Economic Review, p. 19 - 36.
- Janosi T., Jarrow R. A. & Y. Yildirim**, 2001, *Estimating Expected Losses and Liquidity Discounts Implicit in Debt Prices*, Cornell University Working Paper.
- Jarrow R. A., Lando D. & S. M. Turnbull**, 1997, *A Markov Model for The Term Structure of Credit Risk Spreads*, Review of Financial Studies, vol. 10, p. 481 - 523.
- Jarrow R. A., Lando D. & F. Yu**, 2001, *Default Risk And Diversification : Theory And Applications*, Revised version of the 2000 Risk Management Conference at the NYU Salomon Center.
- Kim E. J., K. Ramaswamy & S. Sundaresan**, 1993, *Does Default Risk in Coupons Affect the Valuation of Corporate Bonds ? : A Contingent Claims Model*, Financial Management, Autumn, p. 117 - 131.

- Leland H. E.**, 1998, *Agency Costs, Risk Management and Capital Structure*, Journal of Finance, vol. 53, p. 1215 - 1243.
- Leland H. E.**, 1994, *Risky Debt, Bond Covenants and Optimal Capital Structure*, Journal of Finance, vol. 49, p. 1213 - 1252.
- Liu J., Longstaff F. A. & R. E. Mandell**, 2000, *The Market Price of Credit Risk : An Empirical Analysis of Interest Rate Swap Spreads*, Anderson School at UCLA Working Paper.
- Longstaff F. A. & E. S. Schwartz**, 1995b, *Valuing Credit Derivatives*, Journal of Fixed Income, vol. 5, p. 6 - 12.
- Longstaff F. A. & E. S. Schwartz**, 1995a, *Valuing Risky Debt : A New Approach*, Journal of Finance, vol. 50, p. 789 - 819.
- Merton R. C.**, 1974, *On the Pricing of Corporate Debt : The Risk Structure of Interest Rates*, Journal of Finance, vol. 29, p. 449 - 470.
- Pagès H.**, 2001, *Can Liquidity Risk Be Subsumed in Credit Risk ? A Case Study From Brady Bond Prices*, n°101, BIS Working Paper.
- Phillips P.C.B. & P. Perron**, 1988, *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*, Biometrika, vol. 75, p. 335 - 346.
- Rappoport P.**, 1999, *Valuing Market Liquidity*, J.P. Morgan Securities.
- Shimko D. C., Tejima N. & D. R. Van Deventer**, 1993, *The Pricing of Risky Debt When Interest Rates are Stochastic*, Journal of Fixed income, vol. 3, n°2, p. 58 - 65.
- Schultz P.**, 1998, *Corporate Bond Trading Costs And Practices : A Peek Behind The Curtain*, University Notre Dame Working Paper.
- Wilson T. C.**, 1998, *Portfolio Credit Risk*, FRBNY Economic Review, p. 71 - 82.

\*  
\* \*