



TEXTO PARA DISCUSSÃO DGE-06/2001

A Determinação do Preço dos Bens Duráveis em Duopólio

Carlos Osório, Paulo Maçãs, João Leitão

Junho 2001

Departamento de Gestão e Economia (DGE)
Universidade da Beira Interior
Pólo das Ciências Sociais e Humanas
Estrada do Sineiro
6200-209 Covilhã
Portugal
TLF: 275319600 / FAX: 275319601
<http://www.dge.ubi.pt>

A DETERMINAÇÃO DO PREÇO DOS BENS DURÁVEIS EM DUOPÓLIO

*Carlos Osório **, *Paulo Maçãs ***, *João Leitão ****

Resumo: Se o tempo for uma variável contínua, a comparação dos resultados decorrentes da aplicação dos modelos básicos de duopólio permite concluir que um comportamento à *Cournot* é mais vantajoso para as empresas do que, alternativamente, uma delas optar por assumir a liderança do mercado à *Stackelberg*. Tal só não acontece no primeiro momento, contudo, se as empresas optarem por uma estratégia conservadora, estas devem comportar-se à *Cournot*. Se uma das empresas pretender assumir a liderança, a rival reage de tal forma, que o preço pode aproximar-se do custo marginal em curto espaço de tempo. Nos momentos posteriores ao actual, independentemente do risco, a aplicação do modelo de Cournot, conduz a um equilíbrio estável dado que os lucros de Cournot são em todos esses momentos superiores aos de Stackelberg, independentemente da estratégia escolhida pelas empresas.

Palavras Chave: Duopólio, Duráveis, Preço, Lucro.

THE DURABLE GOODS PRICING IN DUOPOLY

This paper aims at the comparison between Cournot and Stackelberg pricings for a durable good, assuming time as a continuous variable. It concludes that the Cournot's strategic conduct is better for the duopoly producers than the Stackelberg's leader. This conclusion, however, does not prevail for the first stage, although it does for the remaining. Whether one of the producers acts as a leader, the satellite rival will respond in such a way that the price approaches, in a very short time, the marginal cost. For the remaining stages, but the first one, irrespective of the risk level and the strategic conduct taken, Cournot's model implies a stable equilibrium, based on higher Cournot's profits than Stackelberg's profits.

Key Words: Duopoly, Durable, Price, Profit.

Os autores são docentes da Área de Microeconomia do Departamento de Gestão e Economia (DGE) da Universidade da Beira Interior (UBI), Covilhã, Portugal. Pólo das Ciências Sociais e Humanas, Estrada do Sineiro. 6200 COVILHÃ – PORTUGAL.

* URL: http://www.dge.ubi.pt/cosorio/c_osorio.htm; E-mail: cosorio@alpha2.ubi.pt

** URL: <http://www.dge.ubi.pt/docentes/pnunes.htm> ; E-mail: pnunes@alpha2.ubi.pt

*** URL: <http://www.dge.ubi.pt/jleitao/jleitao.htm>; E-mail: jleitao@fenix.ubi.pt

1. INTRODUÇÃO

A característica da durabilidade dos bens tem por consequência a mudança de composição da procura ao longo do tempo. Admitindo que o tempo é uma variável contínua, mesmo para uma empresa monopolista, o preço pode aproximar-se do custo marginal. Ao considerar-se a existência de mais do que uma empresa, então maior é a possibilidade de aproximação do preço ao custo marginal ocorrer num mais curto espaço de tempo.

O objectivo deste trabalho é mostrar, considerando um duopólio homogéneo, qual o comportamento que as empresas devem adoptar de acordo com as seguintes possibilidades: i.) comportamento à Cournot; ii.) comportamento à Stackelberg. Para tal finalidade, divide-se o trabalho em quatro secções precedidas da introdução. Em seguida discute-se a questão da durabilidade dos bens em monopólio e estruturas de mercado concorrenciais. Na terceira secção, deduzem-se as soluções de Cournot e de Stackelberg. Na quarta secção verifica-se a existência ou não de equilíbrio. Por fim, na quinta secção explanam-se as conclusões deste trabalho.

2. OS BENS DURÁVEIS EM MONOPÓLIO E ESTRUTURAS DE MERCADO CONCORRENCIAIS

Ao considerar o tempo como uma variável contínua, uma empresa monopolista pode ser obrigada a praticar um preço próximo do custo marginal. Tal sucede porque, sendo o tempo uma variável contínua, os ajustamentos no preço são instantâneos de tal forma que as alterações na conjuntura económica e as possíveis inovações do produto ou do processo produtivo não podem ocorrer em espaços de tempo muito curtos (Coase, 1972).

Diversos autores têm comprovado esta conjuntura. Stockey (1981) considera funções de procura lineares e calcula os diversos equilíbrios parciais, concluindo que ao longo do tempo o preço dos bens duráveis pode ter um movimento descendente, aproximando-se do nível do custo marginal.

O aluguer de bens duráveis é a opção mais vantajosa para uma empresa monopolista, porque no caso de opção pela venda o preço praticado nos momentos futuros será necessariamente inferior ao do momento actual (Bulow, 1982).

A existência de um mercado secundário que faz concorrência à empresa monopolista, pode contribuir para uma mais rápida aproximação do preço ao custo marginal (Thépot, 1998).

O preço dos bens duráveis é estritamente decrescente ao longo do tempo mesmo com a existência de factores de actualização diferentes para consumidores e empresa monopolista. Considerando um mercado duopolista em que o produto é perfeitamente homogéneo e os custos marginais das duas empresas são iguais, estas podem enfrentar dois problemas fundamentais: i.) a procura nos momentos iniciais é composta por consumidores de maior nível de rendimento, enquanto que nos momentos posteriores é composta por consumidores de menor nível de rendimento, tendo as empresas que baixar o preço para atenderem à menor capacidade de pagamento deste último tipo de consumidores; ii.) as empresas de idêntica dimensão, podem optar por um comportamento à Bertrand, acelerando ainda mais a aproximação do preço ao custo marginal (Wang, 2001).

No caso de opção por um comportamento à Bertrand, embora as empresas consigam aumentar a quota de mercado a curto prazo, a conjugação da concorrência com a durabilidade dos bens, tem como consequência um decréscimo acentuado dos preços. O aumento da quota de mercado no curto prazo pode originar um decréscimo acentuado das vendas nos momentos futuros, já que a procura será essencialmente composta por consumidores de menor nível de rendimento, e conseqüentemente com uma menor disponibilidade de pagamento.

O conhecimento da capacidade produtiva das empresas é elemento fundamental para o estabelecimento do preço do mercado. Para os autores a acção das empresas divide-se em duas etapas: primeiro, escolhem simultaneamente a capacidade produtiva óptima; posteriormente fixam o preço de mercado, o qual depende da capacidade produtiva óptima previamente escolhida (Kreps e Scheinkman, 1983).

Segundo Davidson e Deneckere (1985), o preço de mercado é fixado à *posteriori* das quantidades. As quantidades previamente fixadas dependem sempre da capacidade produtiva da totalidade de empresas existentes no mercado.

Para estes autores, contrariamente a Bertrand, a variável estratégica é a quantidade. Se a capacidade tecnológica das empresas for diferente, conseqüentemente os seus custos marginais também o serão, logo existe uma maior possibilidade de concorrência de preços, em comparação com o caso de igualdade entre os custos marginais. Desta forma, as empresas com uma menor capacidade produtiva têm uma maior propensão a baixarem o preço, já que o risco de tal comportamento é menor (Gertner,1986).

O comportamento contrário também é válido. As empresas com custos marginais mais baixos podem estar interessadas em praticar preços predatórios, ou seja, a um nível inferior aos custos marginais das empresas suas concorrentes, sacrificando o lucro a curto prazo, por forma a aumentá-lo no médio e longo prazo.

Ao considerar-se um mercado de bens duráveis, a opção por prescindir da maximização do lucro a curto prazo poderá ser nefasta para os objectivos da sua maximização intertemporal. Nos momentos iniciais, ao baixar-se o preço, a procura é substancialmente elevada. Dada a durabilidade dos bens, e admitindo que o tempo é uma variável contínua, não existindo inovação nem alterações na composição da procura como consequência de alterações da conjuntura económica, nos momentos seguintes, as empresas terão que baixar o preço de forma mais acentuada para atenderem à menor disponibilidade de pagamento dos consumidores de menor nível de rendimento.

Nos momentos iniciais, as empresas devem procurar vender uma percentagem pouco significativa de produto, aproveitando a maior disponibilidade de pagamento dos consumidores de maior nível de rendimento para fixarem um preço mais elevado. Desta forma, absorvem uma maior parcela de excedente do consumidor, aumentando o lucro intertemporal.

A necessidade de uma perspectiva de maximização intertemporal do lucro é maior no caso das empresas produzirem bens duráveis.

As empresas ao fixarem o preço e a quantidade num dado momento, devem ter em consideração os preços e as quantidades dos momentos passados, assim como as suas perspectivas futuras (Friedman, 1990).

Por contraposição, Bond e Samuelson (1984); Gul (1987) e Karp (1996) advogam que, o preço de um bem durável no momento actual não depende da evolução passada dos preços, nem das suas perspectivas de evolução futura.

A necessidade de conter a descida do preço dos bens duráveis, leva Driskill (2001) a concluir que, em regra geral, os mercados de bens duráveis são muito concentrados. O autor conclui ainda que, a elevada capacidade técnica e económica das empresas de bens duráveis também contribuem para a elevada concentração dos mercados.

Dois dos modelos mais conhecidos e importantes na análise do comportamento das empresas são o de Stackelberg e de Cournot. Os modelos originais são baseados na existência de um duopólio homogéneo em que os custos marginais das duas empresas são constantes e iguais.

O equilíbrio de Stackelberg apresenta uma solução mais vantajosa para a empresa líder, comparativamente com o seguimento de uma conduta de acordo com o equilíbrio de Cournot. Tal sucede, porque a quantidade vendida pela empresa líder é a de monopólio e o preço não é excessivamente mais baixo que o preço de Cournot. No entanto, a quantidade total existente no mercado é maior segundo o equilíbrio de Stackelberg, por comparação com o equilíbrio de Cournot.

Nos momentos futuros, a procura começa a ser composta por consumidores de menor nível de rendimento, sendo a quantidade total de Stackelberg sempre maior do que a de Cournot. Deste modo, o preço aproxima-se mais rapidamente do custo marginal, o que pode ter como consequência um menor lucro para a empresa líder, comparativamente com a solução de Cournot.

O modelo de Stackelberg parte do pressuposto que a empresa líder tem a vantagem de ser primeira, logo a empresa seguidora tem que agir consoante o que a líder fixe. No primeiro momento, existe vantagem da empresa ser líder, tendo a seguidora que se sujeitar a essa liderança. No entanto, estará a empresa seguidora na disposição de assim permanecer ao longo do tempo ?

Se a empresa seguidora tiver conhecimento que tem a mesma capacidade produtiva que a sua rival, então a primeira não irá permanecer na disposição de ser eternamente seguidora. Pois, embora a líder possa ter fidelizado uma parcela significativa dos consumidores, a opção por uma redução do preço será a acção mais lógica, por parte da empresa seguidora.

Num mercado duopolista, com a existência de um produto perfeitamente homogéneo, empresas com custos marginais iguais não estarão dispostas a serem seguidoras durante muito tempo. Este comportamento naturalmente agressivo das empresas leva-as a agirem segundo o modelo de Bertrand.

O comportamento das empresas segundo o equilíbrio de Cournot é mais racional, dado que empresas de idêntica dimensão devem ter um comportamento mais cauteloso por forma a que as empresas não concorram optando por quebras sucessivas dos preços, as quais são prejudiciais para ambas.

O modelo de Cournot adere melhor à realidade porque, para além de admitir a existência de mais do que duas empresas¹, quando o número de empresas tende para infinito, a solução de Cournot transforma-se na solução de concorrência perfeita.

¹ Por contraposição ao modelo de Stackelberg que só pode ser aplicado a situações de Duopólio.

3. CÁLCULO DO EQUILÍBRIO DE COURNOT E STACKELBERG

Considerando a existência de duas empresas com custos marginais constantes e iguais num mercado de um produto homogéneo, tem-se que:

$$P_t = a - b(q_{it} + bq_{jt}) \quad \text{com } a > c \quad (3.1)$$

$$CT_{it} = cq_{it} \quad (3.2)$$

$$CT_{jt} = cq_{jt} \quad (3.3)$$

Tendo a diferença do custo marginal para o preço máximo a suportar pelo consumidor, em relação à inclinação da procura, definida da seguinte forma (λ):

$$\lambda = \frac{a - c}{b} \quad (3.4)$$

Os lucros das duas empresas são dados por:

$$\pi_{it} = aq_{it} - bq_{it}^2 - bq_{jt}q_{it} - cq_{it} \quad (3.5)$$

$$\pi_{jt} = aq_{jt} - bq_{jt}^2 - bq_{it}q_{jt} - cq_{jt} \quad (3.6)$$

Ao maximizar-se o lucro encontram-se as funções de reacção, isto é, de melhor resposta:

$$q_{it} = \frac{\lambda - q_{jt}}{2} \quad (3.7)$$

$$q_{jt} = \frac{\lambda - q_{it}}{2} \quad (3.8)$$

Resolvendo o sistema, obtém-se:

$$q_{it}, q_{jt} = \frac{\lambda}{3} \quad (3.9)$$

O preço no momento t é:

$$P_t = \frac{a + 2c}{3} \quad (3.10)$$

No momento t_{+1} os consumidores que compraram o bem durável no momento t não o voltam a comprar, então o preço é dado por:

$$P_{t+1} = \frac{a+2c}{3} - (bq_{it+1} + bq_{jt+1}) \quad (3.11)$$

A partir das funções de reacção, obtém-se:

$$q_{it+1}, q_{jt+1} = \frac{\lambda}{3^2}; P_{t+1} = \frac{a + (3^2 - 1)c}{3^2} \quad (3.12)$$

Nos momentos t_{+3} , e t_{+4} , tem-se :

$$q_{it+3}, q_{jt+3} = \frac{\lambda}{3^4}; P_{t+3} = \frac{a + (3^4 - 1)c}{3^4}; \quad (3.13)$$

$$q_{it+4}, q_{jt+4} = \frac{\lambda}{3^5}; P_{t+4} = \frac{a + (3^5 - 1)c}{3^5}; \quad (3.14)$$

Por recorrência, no momento t_{+n} tem-se:

$$q_{it+n}, q_{jt+n} = \frac{\lambda}{3^n}; P_n = \frac{a + (3^n - 1)c}{3^n} \quad (3.15)$$

Os limites das quantidades e do preço são:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q_{it+n}, q_{jt+n} = 0 \quad (3.16)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{t+n} = c \quad (3.17)$$

Em seguida calcula-se o equilíbrio de Stackelberg. Considerando a empresa i como líder e a empresa j como seguidora, e sendo a função de reacção da empresa seguidora no primeiro momento dada por:

$$q_{jt} = \frac{\lambda - q_{it}}{2} \quad (3.18)$$

Substituindo a função de reacção da empresa seguidora no lucro da líder, obtém-se:

$$\pi_{it} = aq_{it} - bq_{it}^2 - bq_{it} \left(\frac{\lambda - q_{it}}{2} \right) - cq_{it} \quad (3.19)$$

Maximizando o lucro calcula-se a quantidade da empresa líder, dada por:

$$q_{it} = \frac{\lambda}{2} \quad (3.20)$$

Substituindo na função de reacção da empresa seguidora, tem-se:

$$q_{jt} = \frac{\lambda}{2^2} \quad (3.21)$$

O preço no momento t é dado por:

$$P_t = \frac{a + (4-1)c}{4} \quad (3.22)$$

No momento t_{+1} , os consumidores que compraram o bem durável no momento t, não o voltam a comprar, pelo que o preço nesse momento é dado por:

$$P_{t+1} = \frac{a + 3c}{4} - (bq_{it+1} + bq_{jt+1}) \quad (3.23)$$

Os lucros são dados por:

$$\pi_{it+1} = \frac{a + 3c}{4} q_{it+1} - bq_{it+1}^2 - bq_{jt+1} q_{it+1} - cq_{it+1} \quad (3.24)$$

$$\pi_{jt+1} = \frac{a + 3c}{4} q_{jt+1} - bq_{jt+1}^2 - bq_{jt+1} q_{it+1} - cq_{jt+1} \quad (3.25)$$

Calculando a função de reacção da empresa seguidora, tem-se:

$$q_{jt+1} = \frac{\left(\frac{\lambda}{4} - q_{it+1} \right)}{2} \quad (3.26)$$

Substituindo no lucro da líder e maximizando, obtém-se:

$$q_{it+1} = \frac{\lambda}{4 \cdot 2} \quad (3.27)$$

Substituindo na função de reacção da empresa seguidora, tem-se:

$$q_{jt+1} = \frac{\lambda}{4^2} \quad (3.28)$$

Sendo o preço dado da seguinte forma:

$$P_{t+1} = \frac{a + (4^2 - 1)c}{4^2} \quad (3.29)$$

No momento $t+2$ o preço é dado por:

$$P_{t+2} = \frac{a + (4^2 - 1)c}{4^2} - (bq_{it+2} + bq_{jt+2}) \quad (3.30)$$

E os lucros vêm iguais a:

$$\pi_{it+2} = \frac{a + (4^2 - 1)c}{4^2} q_{it+2} - bq_{it+2}^2 - bq_{jt+2} q_{it+2} - cq_{it+2} \quad (3.31)$$

$$\pi_{jt+2} = \frac{a + (4^2 - 1)c}{4^2} q_{jt+2} - bq_{jt+2}^2 - bq_{jt+2} q_{it+2} - cq_{jt+2} \quad (3.32)$$

A função de reacção da empresa seguidora é dada por:

$$q_{jt+2} = \frac{\frac{\lambda}{4^2} - q_{it+2}}{2} \quad (3.33)$$

As quantidades óptimas das empresas líder e seguidora são respectivamente:

$$q_{it+2} = \frac{\lambda}{4^3} ; q_{jt+2} = \frac{\lambda}{4^3} \quad (3.34)$$

O preço óptimo no momento $t+2$ é dado por:

$$P_{t+2} = \frac{a + (4^3 - 1)}{4^2} \quad (3.35)$$

Nos momentos $t+3, t+4$, tem-se que:

$$q_{it+3} = \frac{\lambda}{4^4}, q_{jt+3} = \frac{\lambda}{4^4}, P_{t+3} = \frac{a + (4^4 - 1)c}{4^4}; \quad (3.36)$$

$$q_{it+4} = \frac{\lambda}{4^5}, q_{jt+4} = \frac{\lambda}{4^5}, P_{t+4} = \frac{a + (4^5 - 1)c}{4^5}$$

...

Por recorrência, no momento $t+n$, obtém-se que:

$$q_{it+n} = \frac{\lambda}{4^n}, q_{jt+n} = \frac{\lambda}{4^n}, P_{t+n} = \frac{a + (4^n - 1)c}{4^n} \quad (3.37)$$

Então:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q_{it+n} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} q_{jt+n} = 0 \quad (3.38)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{t+n} = c \quad (3.39)$$

Através da comparação dos modelos generalizados de duopólio, retém-se o seguinte:

Teorema 1: *No momento $t+n$, o preço de Cournot é superior ao preço de Stackelberg.*

Prova: Considerando as expressões genéricas dos preços de Cournot e de Stackelberg, pode-se indagar qual é o maior:

$$\frac{a + (3^n - 1)c}{3^n} > \frac{a + (4^n - 1)c}{4^n} \quad (3.40)$$

A inequação pode ser expandida ao utilizar-se o mesmo denominador:

$$4^n(a-c) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 3^n(a-c)$$

Procedendo a simplificações:

$$(a-c) \cdot (4^n - 3^n) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0 \quad (3.41)$$

Dado que $a > c$ e $4^n > 3^n$, conclui-se que o preço de Cournot é superior ao de Stackelberg.

Corolário: A aproximação do preço ao custo marginal é mais lenta se as empresas adoptarem um comportamento à Cournot, ao invés de optarem por um comportamento à Stackelberg.

Teorema 2: No momento t o lucro do líder à Stackelberg é maior do que o lucro de um produtor com conduta à Cournot. Nos momentos posteriores a t , sucede precisamente o contrário.

Prova:

No momento t :

$$\pi_{it}^c = \left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 \cdot b \quad (3.42)$$

Caso a empresa seja líder segundo o equilíbrio de Stackelberg, vem:

$$\pi_{it}^{sl} = \frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^2}{2}} \quad (3.43)$$

Então no momento t , $\pi_{it}^c > \pi_{it}^{sl}$, para quaisquer valores de a, b e c .

No momento t_{+1} , o lucro de Cournot é:

$$\pi_{it+1}^c = \left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 \cdot \frac{b}{3^2} \quad (3.44)$$

Segundo o equilíbrio de Stackelberg, vem:

$$\pi_{it+1}^{sl} = \frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^4}{2}} \quad (3.45)$$

Então, no momento t_{+1} , $\pi_i^c > \pi_i^{sl}$, para quaisquer valores de a, b e c .

No momento t_{+2} :

$$\pi_{it+2}^c = \left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 \cdot \frac{b}{3^4} \quad (3.46)$$

Segundo o equilíbrio de Stackelberg, vem:

$$\pi_{it+2}^{sl} = \frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^6}{2}} \quad (3.47)$$

No momento t_{+2} também $\pi_3^c > \pi_3^{sl}$, para quaisquer valores de a, b e c .

...

Ao efectuar-se a generalização para o momento $t+n$:

$$\pi_{it+n}^c = \left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 \cdot \frac{b}{3^{2n}} \quad (3.48)$$

O lucro da empresa líder segundo o equilíbrio de Stackelberg é dado por:

$$\pi_{it+n}^{sl} = \frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^{2n}}{2}} \quad (3.49)$$

Comparando os lucros à Cournot, e da Líder à Stackelberg, tem-se que:

$$\frac{(\lambda^2 \cdot b)}{3^{2n}} > \frac{2(\lambda^2 \cdot b)}{4^{2n}} \quad (3.50)$$

Para $n > 1$, verifica-se que o lucro de Cournot é superior ao de Stackelberg, mesmo que a empresa seja líder. Assim, as empresas devem agir preferencialmente segundo o equilíbrio de Cournot em comparação com o de Stackelberg, na medida em que, além de retardarem a aproximação do preço ao custo marginal, obtêm lucros superiores com exceção do primeiro momento.

No primeiro momento, as empresas devem procurar ser líderes, e nos momentos subsequentes devem deixar a liderança para se comportarem segundo o equilíbrio de Cournot. Assim, verifica-se que, os comportamentos agressivos de liderança podem não ser vantajosos para as empresas no caso de estas produzirem bens duráveis.

Um comportamento de Bertrand tem por consequência uma mais rápida aproximação do preço ao custo marginal. Quanto maior for o número de empresas e a dimensão destas, maior é a possibilidade da existência de um comportamento de concorrência conducente à descida de preços.

4. O EQUILÍBRIO SEGUNDO AS ESTRATÉGIAS *MAXMIN* E *MAXMAX*

Teorema 3: No momento t , optando por estratégias *Maxmin*, um comportamento à Cournot conduz sempre ao equilíbrio. Pelo contrário, optando por uma estratégia *Maxmax* um comportamento à Cournot conduz ao desequilíbrio.

Prova:

Admite-se que, se ambas as empresas pretenderem ser líderes baixam sucessivamente o preço até que este se aproxima do custo marginal. No momento t , as matrizes de lucros das duas empresas são dadas por:

Matriz de Lucros da empresa i

		<i>Empresa j</i>	
		Líder	Seguidora
<i>Empresa i</i>	Líder	0	$\frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^2}{2}}$
	Seguidora	$\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 b$	$\left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 b$

Matriz de Lucros da empresa j

		<i>Empresa j</i>	
		Líder	Seguidora
<i>Empresa i</i>	Líder	0	$\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 b$
	Seguidora	$\frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^2}{2}}$	$\left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 b$

Para existir equilíbrio $Maxmin_{i,j} = Minmax_{i,j}$. Como $Maxmin_{i,j} = \left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 b$ e

$Minmax_{i,j} = \left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 b$, então existe ponto de sela ou de equilíbrio.

Ambas as empresas pretendem ser seguidoras, pelo que o resultado final é $\left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 b$.

As empresas têm resultados superiores aos esperados pelo que não estarão interessadas em alterar as suas estratégias.

Se as empresas optarem pelo máximo risco, então a estratégia é de *Maxmax*. O

resultado esperado pelas duas empresas é $Maxmax_{i,j} = \frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^2}{2}}$.

Se as empresas optarem por uma estratégia de risco ambas pretendem ser líderes, pelo que o preço poderia descer até igualar os custos marginais, não existindo equilíbrio de Stackelberg nem de Cournot, mas sim de Bertrand.

Teorema 4: *Nos momentos posteriores a t, uma estratégia à la Cournot conduz sempre ao equilíbrio*

Prova:

No momento n as matrizes de lucros das duas empresas são dadas por:

Matriz de Lucros da empresa i

		<i>Empresa j</i>	
		Líder	Seguidora
<i>Empresa i</i>	Líder	0	$\frac{\lambda^2 \cdot b}{4^{2n}}$
	Seguidora	$\frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^{2n}}{2}}$	$\left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 \cdot \frac{b}{3^{2n}}$

Matriz de Lucros da empresa j

		<i>Empresa j</i>	
		Líder	Seguidora
<i>Empresa i</i>	Líder	0	$\frac{\lambda^2 \cdot b}{\frac{4^{2n}}{2}}$
	Seguidora	$\frac{\lambda^2 \cdot b}{4^{2n}}$	$\left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 \cdot \frac{b}{3^{2n}}$

Como se mostrou anteriormente $\left(\frac{\lambda}{3}\right)^2 \cdot \frac{b}{3^{2n}} > \frac{\lambda^2 \cdot b}{4^{2n}} \quad \forall n > 1,$

$$\text{logo } \frac{\lambda^2 b}{3^{2n}} > \frac{\lambda^2 b}{\frac{4^{2n}}{2}} \quad \forall n > 1.$$

Então, $\text{Maxmin } i,j,n = \frac{\lambda^2 b}{\frac{4^{2n}}{2}}$ e $\text{Minmax } i,j,n = \frac{\lambda^2 b}{\frac{4^{2n}}{2}}$. Logo existe equilíbrio e as duas

empresas estão dispostas a serem seguidoras. Agindo deste modo, o resultado obtido por cada uma delas é $\pi_{i,j,n} = \frac{\lambda^2 b}{3^{2n}}$. As empresas obtêm um resultado superior ao esperado, conseqüentemente não estão interessadas em alterar o seu comportamento.

Optando por uma estratégia de máximo risco, ambas as empresas querem ser seguidoras, já que $\text{Maxmax } i,j,n = \frac{\lambda^2 b}{3^{2n}}$. O resultado obtido coincide com o resultado esperado, pelo que existe equilíbrio.

Ambas as estratégias conduzem ao equilíbrio, sendo o resultado de um comportamento à *Cournot* o mais benéfico para as duas empresas. Este resultado justifica-se porque

$\pi_{i,j,n} = \frac{\lambda^2 b}{3^{2n}} \quad \forall n > 1$ é o melhor resultado das matrizes de lucros das duas empresas.

5. CONCLUSÃO

Num duopólio de bens duráveis, admitindo que o tempo é uma variável contínua, as empresas enfrentam dois problemas fundamentais. Por um lado, a durabilidade dos bens que tem por consequência a diminuição do preço ao longo do tempo, por outro lado, o aumento da concorrência entre as empresas, o que pode contribuir para uma maior redução do preço.

Nos primeiros momentos, as empresas devem procurar vender uma escassa quantidade de produto, por forma a retardar a tendência decrescente do preço dos bens duráveis evitando deste modo uma aproximação mais rápida do preço ao custo marginal.

Relativamente ao primeiro momento, o lucro de liderança à Stackelberg é maior do que se as empresas optarem por um comportamento à Cournot. Todavia, se as empresas optarem por uma estratégia conservadora, o resultado óptimo será abdicar da liderança, assumindo uma conduta de seguidora, sempre que a sua rival também o seja.

Nos momentos subsequentes, um comportamento à Cournot é sempre mais vantajoso para ambas as empresas, independentemente da maior ou menor aversão ao risco, dado que o lucro é superior à posição de liderança à Stackelberg.

6. BIBLIOGRAFIA

BOND, E. e SAMUELSON, L. (1984): *Durable Good Monopolies With Rational Expectations and Replacement Sales*, In Rand Journal of Economics, n°15, pp. 336-345.

BULOW, J. (1982): *Durable Goods Monopolists*, In Journal of Political Economy, n°90, pp. 314-332.

COASE, R. (1972): *Durable Goods and Monopoly*, In Journal of Law and Economics, n°15, pp.143-149.

DAVIDSON C. e DENECKERE, R. (1985): *Excess Capacity and Collusion*, Discussion Paper n° 675, DMSEMS, Northwestern University.

DRISKILL, R. (2001): *Durable Goods Oligopoly*, In International Journal of Industrial Organization, n°19, pp.391-413.

FRIEDMAN, J. (1990): **Game Theory With Applications To Economics**, Oxford University Press, New York.

GERTNER R. (1986): **Dynamic Duopoly with Price Inertia**, Ph.D. thesis, Department of Economics, Massachusetts Institute of Tecnology.

GUL, F. (1987): *Noncooperative Collusion in Durable Goods Oligopoly*. In The Rand Journal of Economics, n°18, pp. 248-254.

KARP, L. (1996): *Depreciation erodes the Coase Conjecture*, In European Economic Review, n°40, pp. 473-490.

KREPS, D. e SCHEINKMAN, J. (1983): *Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes*, In Bell Journal of Economics, n°14, pp.326-337.

STOCKEY, N.(1981): *Rational Expectations and Durable Goods Pricing*, In Bell Journal of Economics, n°12, pp. 112-128.

THÉPOT, J. (1998): *A Direct Proof of The Coase Conjecture*, In Journal of Mathematical Economics, n°29, pp. 57-66.

WANG, R. (2001): *Optimal Pricing Strategy for Durable Goods Monopoly*, In Journal of Economics Dynamics & Control, n°25, pp.789-804.