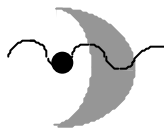


## **Notes de préparation**

aux examens de synthèses et de spécialisation à

l'Université du Québec à Montréal



Version préliminaire et incomplète

Il y a des erreurs non corrigées dans cette version

Version automne 1999

© Sébastien Éric Galy, été 1998

## ***Plan de travail non à jour***



Modèles d'équilibres

I) Propagation néoclassique

I.1) Effet de substitution

I.2) Mécanismes de propagation

I.3) Sources de propagation

I.3.a) La monnaie<sup>1</sup>

I.3.a.1) Modèle cash in advance de Cooley et Hansen (1989)

I.3.a.2) Monnaie dans l'utilité, l'exemple de Ireland (1996)

I.3.b) Ajustement aux marges extensives et intensives

I.3.c) Travail indivisible de Hansen/Rogerson

I.3.d) Travailleurs qualifiés, non qualifiés

I.3.e) Dépenses publiques dans l'utilité

I.3.f) Intrants dans un modèle multisectoriel (Long et Plosser (1983))

I.3.g) Effort de travail et taux d'utilisation variable du capital

II) Propagation classique et information

II.1) Asymétrie d'information

II.2) information séquentielle : Les modèles de participation limitée

III) Concurrence imparfaite et imperfections des marchés

---

<sup>1</sup> Historique Lucas, Fisher et Taylor

III.1) Monopole

III.2) Coût d'ajustement des prix<sup>2</sup>

III.2.a) coût introduit de manière exogène : Ireland (1996)

III.2.b) coût introduit de manière endogène par les préférences du consommateur : Rotemberg (1996)

III.3) Coût d'ajustement de l'emploi<sup>3</sup>

III.4) Labor hoarding

III.4.a) Labor hoarding et effort de travail

III.4.b) Labor hoarding, effort de travail et taux d'utilisation variable du capital

III.4) Coût d'ajustement de l'investissement

III.5) Temps de mise en place du capital (délais de construction)

III.6) Intermédiaire financier

III.7) Délais de production

IV) Croissance endogène

Modèles de déséquilibres

V) Rigidités nominales exogènes avec attentes rationnelles

V.a) Contrat salarial<sup>4</sup>

V.a.1) Degré d'indexation des salaires à la baisse/hausse (Mishkin)

V.a.2) Salaire fixe simple Fisher (1977), Cho - Cooley (1990)

V.a.3) Contrat salarial « d'équilibre »<sup>5</sup> de Fisher (1977),

Cho et Cooley (1990)

---

<sup>2</sup> Mc Grattan Chio Chang introduisent une certaine rigidité de prix.

<sup>3</sup> Donne une hump mais pas importante, combiné avec un contrat on obtient la bonne persistance (Phaneuf)

<sup>4</sup> Staedler (1990) AER intègre des rigidités nominales à un modèle de croissance endogène.

<sup>5</sup> Ou natural rate

V.a.3.1) Cohorte unique de travailleurs

V.a.3.2) Cohortes multiples de travailleurs<sup>6</sup>

V.a.4) Contrat salarial avec émulation entre cohortes

V.a.4.1) Contrat de Taylor (Taylor)

V.a.4.2) Contrat de Calvo (Ambler - Guay et Phaneuf)

V.a.5) Salaire fixe avec durée endogène du contrat (2 modèles)

V.a.6) Hystérisis du chômage

V.b) Contrat de prix d'input

V.b.1) Contrat de prix de vente du bien de consommation

V.b.2) Contrat de prix d'intrant

VI) Contrats implicites « rigidités réelles», Rosen (1985)

VI.1) Contrat implicite salarial sans asymétrie d'information (Azariadis)

VI.1.a) Modèle de contrat implicite atemporel

VI.1.b) Modèle de contrat implicite et le marché du travail

VI.2) Contrat implicite salarial avec asymétrie d'information

Modèles de non coordination des marchés

Recherche d'emploi

Économie ouverte

Problèmes empiriques actuels

IX.1) Marché des biens et services

IX.2) Marché du travail

IX.3) Marché monétaire

IX.4) Marché de l'investissement

---

<sup>6</sup> Staged wage contracts

IX.5) Résidu de Solow<sup>7</sup>

IX.6) Problèmes de filtrage des données

IX.7) La critique de Cogley et Nason<sup>8</sup> sur la propagation dynamique

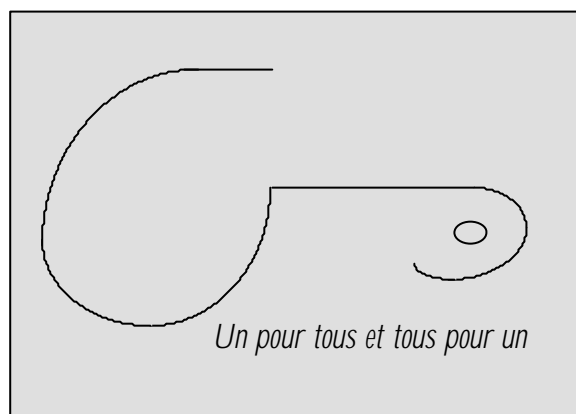
Politiques fiscales et monétaires endogènes et exogènes

Généralisations imbriquées

Annexe technique

XII) Sources de chocs :

XI) Types de fonction d'utilité :



---

<sup>7</sup> Purger la partie endogène du résidu pour ne pas se faire planter par Phaneuf en comité de thèse.

<sup>8</sup> Rotemberg et Woodford

## ***Bibliographie préliminaire et incomplète***

Voir la bibliographie de Christian Zimmerman sur le web à ??????????.

Fisher (1977)

Young Cho Phaneuf (1993)

Taylor

Ambler Guay Phaneuf

Contrat Calvo

Rosen (1995)

Knight (1921)

Baily (1974)

Azariadis (1975)

Gordon (1974)

Azariadis (1979)

Azariadis et Stiglitz (1983)

Hart (1983)

Ito (1982)

Schwartz (1983)

Rogerson (1984)

Hansen (1989 ?)

Feldstein (1975)

Becker (1964)

Oi (1962)

Lilien (1980)

Katz(1984)

Hall(1982)

Mincer et Jovanovic (1981)

Randolph (1983)

Millar (1979)

Hall(1980)

Hart(1984)  
Bryant(1978)  
Sargent(1979)  
Sanford, Grossman et Hart (1981)  
Holstrom (1981)  
Solow (capital)  
Lucas  
Fisher  
Taylor  
Cooley et Hansen (1989)  
Farmer  
Rotemberg (1996)  
Bernseid et eichenbaum  
Mc Grattan, Chio et Chang  
Phaneuf  
Townsend (1989)  
Diamond (1984)  
Diamond et Dybvig (1983)  
Jacklin (1987)  
Barro (1977)  
Barro et Salai - Martin  
Hicks (1932)  
Harrod (1942)  
Mc Grattan ()  
Evans(1992)  
Hall  
Bernseim, Eichenbaum et Rebelo  
Bernseim, Eichenbaum (1996)  
Arrow(1962)  
Lucas(1988)

Cogley et Nason

Watson (1993)

Rotemberg et Woodford (1996)

Blanchard et Quah

Grossman et Helpman

Ambler, Guay et Phaneuf

Normandin Phaneuf

Christiano et Eichenbaum

## Première partie

### Modèles d'équilibres

#### Chapitre I

#### Propagation néoclassique

Les modèles néoclassiques sont caractérisés par un agent ayant des attentes rationnelles et l'équilibre de ses marchés. L'équilibre est la conséquence d'absence de rigidités des prix, suite à des chocs. Les différents agents font l'arbitrage de leurs ressources de façon intratemporelle et intertemporelle<sup>9</sup>.

Le problème néoclassique :

Le problème de la firme est de maximiser ses profits.

$$p_t = p_t f(z_t, k_t, n_t) - w_t n_t - r_t k_t$$

$$\frac{r_t}{p_t} = PmK_t$$

$$\frac{w_t}{P_t} = PmN_t$$

---

<sup>9</sup> à travers les états et à travers le temps

Le problème du ménage est de maximiser son utilité sous la contrainte de son budget

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b} U(c_t, l_t)$$

Sous la contrainte que

$$c_t + k_{t+1} + \frac{p_t^{B_{t+1}}}{p_t} B_{t+1} + \frac{p_t^{B_{t+k}}}{p_t} B_{t+k} = \frac{w_t}{p_t} n_t + \frac{r_t}{p_t} k_t + (1 - \mathbf{d}) k_t + \frac{r_t^{B_{t+1}}}{p_t} B_t + \frac{r_t^{B_{t+k}}}{p_t} B_t$$

Où ,

$B_t^{t+k}$  est le nombre d'obligations nationales achetées sur le marché primaire et venant à échéance en  $t+1$ .

Son prix d'achat auprès du gouvernement est de  $p_t^{B_{t+1}}$  et son taux d'intérêt à chaque période est d'à chaque période,

le gouvernement verse donc la somme de  $p_t^{B_{t+k}} (1 + r_t)$  par obligation.

⇒ Condition d'arbitrage du bien être qu'apporte la consommation<sup>10</sup> à travers le temps

Condition d'arbitrage entre la consommation et le loisir à la même période (salaire)

$$\frac{\mathbf{JL}}{\mathbf{Jn}_t}: w_t = - \frac{U_n}{\mathbf{I}_t} = \frac{U_l}{\mathbf{I}_t}$$

$$\frac{\mathbf{JL}}{\mathbf{JK}_{t+1}}: \mathbf{I}_t = E_t \mathbf{b} \mathbf{l}_{t+1} (r_{t+1} + (1 - \mathbf{d}))$$

$$\frac{\mathbf{JL}}{\mathbf{Jc}_t}: \mathbf{I}_t = \frac{U_c}{p_t}$$

$$\frac{w_t}{p_t} = - \frac{U_n}{U_c} = \frac{U_l}{U_c}$$

$$\frac{U_{c,t}}{p_t} = E_t \mathbf{b} (r_{t+1} + (1 - \mathbf{d})) \frac{U_{c,t+1}}{p_{t+1}} \quad 11$$

---

<sup>10</sup> Utilité marginale de la consommation

ou

$$1 = E_t(r_{t+1} + (1 - \mathbf{d})) \left( \mathbf{b} \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \right) \frac{P_t}{P_{t+1}} = E_t(r_{t+1} + (1 - \mathbf{d})) (TmsI_t) \frac{P_t}{P_{t+1}}$$

On impose un numéraire  $p_t = p_{t+1} = 1$  ????????

Dans notre cas l'actif pour lequel il y a un marché de prêt est le capital. Celui-ci étant détenu par les ménages, le dividende  $D_t$  est nul. Donc,

$$1 = E_t(r_{t+1} + (1 - \mathbf{d})) (TmsI_t)$$

$$1 = (r_{t+1}^f + (1 - \mathbf{d})) E_t(TmsI_t)$$

Remarque : Le prix d'une action comme le dividende est très volatile le prix du bien de consommation l'est beaucoup moins, pourtant ici, on ne fait pas la différence.

Cette équation est très proche de l'équation d'Euler montrée dans le cadre du cours d'économie financière de Michel Normandin, pour expliquer l'énigme du manque de variabilité du taux d'intérêt et de la prime de risque dans un modèle avec préférences séparables.

J'utilise ici le même raisonnement pour la variabilité des taux d'intérêt/rendements. On voit que le taux marginal de substitution intertemporel est relié de façon positive aux taux d'intérêts/rendements et ceux contrairement au modèle de finance. Donc, s'il y a une forte substitution intertemporelle, alors

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mathbf{r}} \text{ préférences séparables}$$

Si  $\mathbf{S}$  est élevé, alors l'utilité reliant  $c_t$  à  $c_{t+1}$  est très plate, donc un effet de substitution toute chose étant égale par ailleurs entre  $c_t$  et  $c_{t+1}$  est plus important donc la courbe de budget intertemporel bouge plus le long de la courbe (Équivalente demande hicksienne). Donc,  $c_t$  et  $c_{t+1}$  bougent plus. Donc, la consommation et le taux d'intérêt (pente) sont plus variables.

---

<sup>11</sup> ou  $1 = E_t \mathbf{b} (1 - \mathbf{d}) \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \frac{P_t}{P_{t+1}}$

Effet d'un choc technologique :

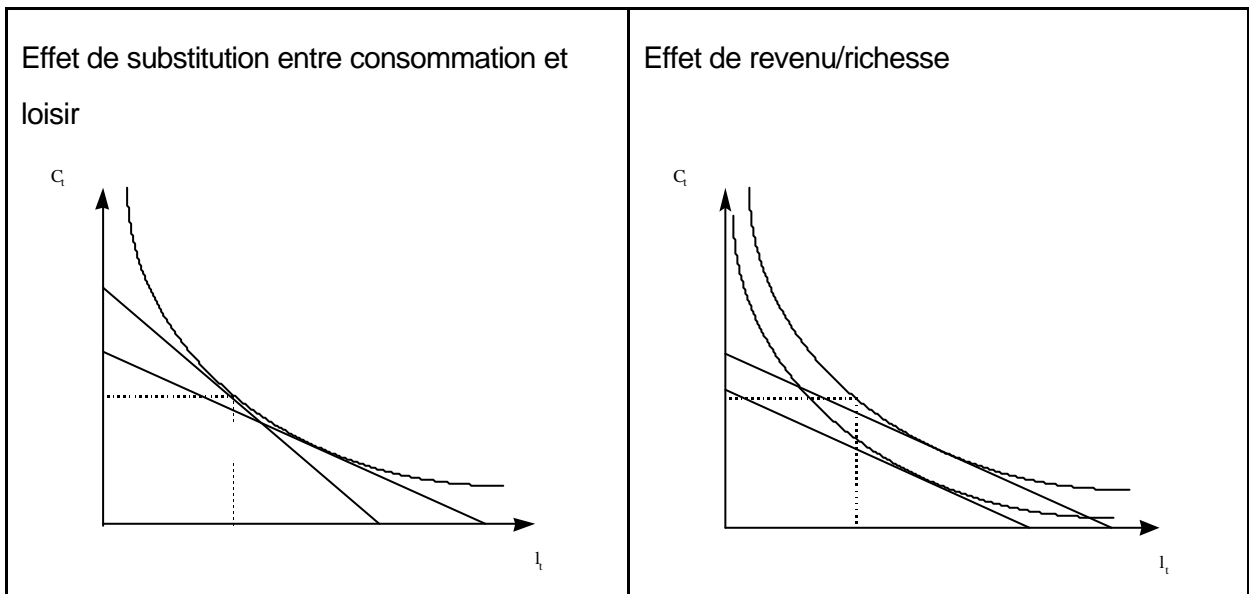
Récrivons le problème,

On Maximise  $U(c_t, l_t)$

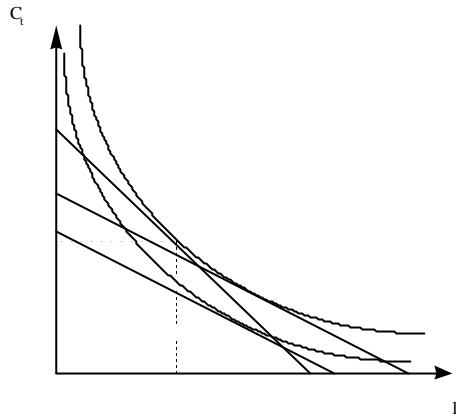
sous la contrainte budgétaire  $p_t c_t + w_t l_t + k_{t+1} = w_t H + r_t k_t + (1 - \delta) k_t$

où H est la dotation de temps

Un choc technologique entraîne un accroissement de la demande de travail de la firme pour en profiter. Le choc technologique entraîne un effet de substitution et un effet de revenu.



L'effet total est donc :



La contrainte budgétaire est

$$c_t = - \left( \frac{w_t}{p_t} \right) l_t - \frac{k_{t+1}}{p_t} + \left( \frac{w_t}{p_t} \right) H + \left( \frac{r_t}{p_t} \right) k_t + (1 - \delta) \frac{k_t}{p_t}$$

*Effet de substitution*
*Effet de revenu*

Donc, on constate que le salaire plus élevé offert par l'entreprise suite à un choc positif entraîne une pente plus élevée de la contrainte<sup>12</sup> et un déplacement de la contrainte<sup>13</sup> vers la droite.

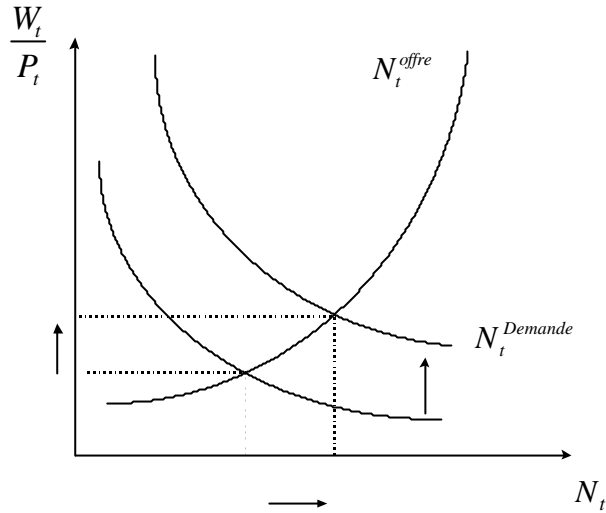
On postule une fonction d'utilité généralement de manière à ce que l'effet de substitution domine l'effet de revenu et qu'à l'état stationnaire les deux soient égaux<sup>14</sup>. Donc, suite à un choc technologique, il y a une augmentation de l'offre de travail.

---

<sup>12</sup> Effet de substitution

<sup>13</sup> Effet de revenu

<sup>14</sup> De manière à ce que la quantité de travail soit elle aussi stationnaire.



Marché du travail :

Dérivons l'offre et la demande de travail.

Du problème du ménage, on obtient l'offre de travail,

$$\frac{w_t}{p_t} = -\frac{U_n}{U_c} = \frac{U_l}{U_c}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{J}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{J}n_t} = -\frac{\mathcal{J}\left(\frac{U_n}{U_c}\right)}{\mathcal{J}n_t} = -\frac{\overset{\leq 0}{U_{nn}} \overset{\geq 0}{U_c} - \overset{?}{U_{cn}} \overset{\geq 0}{U_n}}{U_c^2} \geq 0$$

$$\boxed{\frac{\mathcal{J}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{J}n_t} \geq 0}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{J}^2\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{J}n_t^2} = -\frac{\mathcal{J}^2\left(\frac{U_n}{U_c}\right)}{\mathcal{J}n_t^2} = -\frac{\overset{?}{U_{nmm}} \overset{\geq 0}{U_c} - \overset{?}{U_{cn}} \overset{\leq 0}{U_{nn}}}{U_c^2} + \frac{(\overset{?}{U_{cnn}} \overset{\geq 0}{U_n} + \overset{?}{U_{cn}} \overset{\leq 0}{U_{nn}}) \overset{\leq 0}{U_{nn}} - \overset{?}{U_{cn}} \overset{\leq 0}{U_{nn}}}{U_c^4}$$

Si l'utilité est seulement concave, alors cette expression devient :

$$\frac{\mathcal{I}^2\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}n_t^2} = -\frac{\mathcal{I}^2\left(\frac{U_n}{U_c}\right)}{\mathcal{I}n_t^2} = -\frac{\overset{\geq 0}{U_c} - \overset{?}{U_{cn}} \overset{\leq 0}{U_{nn}}}{U_c^2} + \frac{(\overset{?}{U_{cn}} \overset{\geq 0}{U_n} + \overset{?}{U_{cn}} \overset{\leq 0}{U_{nn}}) \overset{\leq 0}{U_{nn}} - \overset{?}{U_{cn}} \overset{\leq 0}{U_{nn}}}{U_c^4}$$

Donc, l'offre de travail a une pente positive. Cependant, il n'est pas évident que c'est une droite.

$$\frac{\mathcal{I}^2\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}n_t^2} \leq \text{ou} > 0$$

Du problème de l'entreprise, on obtient la demande de travail.

$$\frac{w_t}{p_t} = PmN_t$$

La fonction de production étant concave,

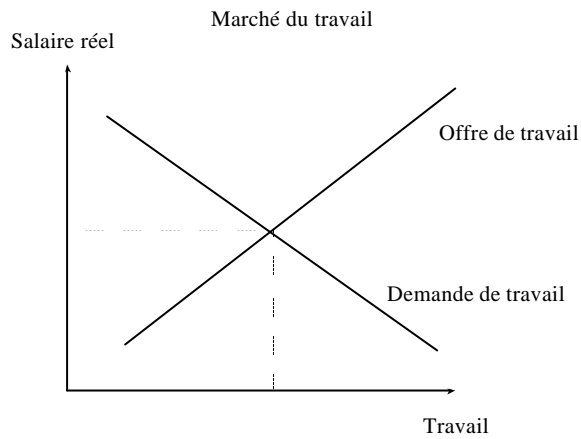
$$\frac{\mathcal{I}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}n_t} = \frac{\mathcal{I}(PmN_t)}{\mathcal{I}n_t} \leq 0$$

$$\frac{\mathcal{I}^2\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}n_t^2} = \frac{\mathcal{I}^2(PmN_t)}{\mathcal{I}n_t^2} = 0$$

Donc, la demande de travail est une droite de pente négative<sup>15</sup>.

<sup>15</sup> Remarquons que si la fonction de production est convexe (monopole ou croissance endogène), alors l'offre de

travail a une pente positive  $\frac{\mathcal{I}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}n_t} = \frac{\mathcal{I}(PmN_t)}{\mathcal{I}n_t} = \frac{\mathcal{I}^2 y_t}{\mathcal{I}n_t^2} \geq 0$ . Donc, dans ce cas l'offre de travail a un comportement contre intuitif.



### Marché des prêts

Dérivons la demande et l'offre de prêts.

Du problème de l'entreprise, on obtient la demande de prêts.

$$\frac{r_t}{p_t} = PmK_t$$

$$\frac{\mathcal{J}\left(\frac{r_t}{p_t}\right)}{\mathcal{J}K_t} = \frac{\mathcal{J}(PmK_t)}{\mathcal{J}K_t} \leq 0$$

$$\frac{\mathcal{J}^2\left(\frac{r_t}{p_t}\right)}{\mathcal{J}K_t^2} = \frac{\mathcal{J}^2(PmK_t)}{\mathcal{J}K_t^2} = 0$$

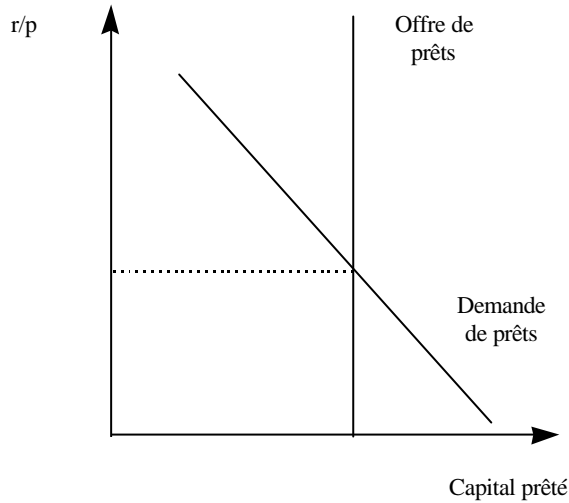
Donc, la fonction de demande de prêt est une droite à pente négative.

Du problème des ménages, on obtient l'offre de prêts.

$$\frac{\mathcal{J}\left(\frac{r_t}{p_t}\right)}{\mathcal{J}K_t} = 0$$

L'offre de prêt est fixe en t, puisqu'elle a été déterminée en t-1. Donc, l'offre de prêt au temps t est une droite verticale.

Le niveau étant déterminé à la période précédente par l'équation d'Euler<sup>16</sup>.



### I.1 Équation d'Euler<sup>17</sup>:

Les mécanismes de propagation comme le capital, permettent de repousser certaines décisions dans le futur ou le présent. Les agents étant rationnels, ils arbitrent dans le temps le bénéfice et le coût de leurs décisions. Considérons le modèle RBC de base, le ménage évalue donc les bénéfices de la consommation présente versus future, et fait de même pour le capital et le travail<sup>18</sup>.

$$\frac{w_t}{p_t} = -\frac{U_n}{U_c} = \frac{U_l}{U_c}$$

$$\frac{U_{c,t}}{p_t} = E_t \mathbf{b}(r_{t+1} + (1 - \mathbf{d})) \frac{U_{c,t+1}}{p_{t+1}}$$

<sup>16</sup> Avec asymétrie d'information sur le niveau des prix, on ne pourrait avoir une offre de prêts verticale.

<sup>17</sup> Relations d'arbitrage

<sup>18</sup> L'introduction d'un secteur étranger implique que l'on peut substituer les biens et services du pays de référence avec l'étranger. Donc, il y a substitution entre biens et services finaux, biens et services intrants et actifs financiers

## I.2 Mécanismes de propagation

### Le capital:

Le capital est un mécanisme de transmission des chocs dans le temps, puisque la décision d'accumuler est prise par le ménage de façon contemporaine pour la période suivante. Le travail et le capital sont des mécanismes de transmission à travers les états, puisque les entreprises et/ou les ménages les utilisent pour faire un arbitrage des états de leurs allocations. La fonction de production étant concave dans le modèle néoclassique, l'incitation à accumuler du capital ou du travail diminue dans le temps ou les états.

$$Y_t = f(K_t, N_t) \Rightarrow \frac{\partial f(K, N)}{\partial K} \geq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 f(K, N)}{\partial K^2} \leq 0$$

Faisons une analyse statique : Nous supposons que le prix du capital et du travail est fixe et nous nous demandons comment la demande de travail et de capital réagissent suite à un choc technologique. D'après les conditions de premier ordre de la firme, celle-ci augmente alors sa demande de travail et de capital temps que cette augmentation est moins coûteuse que le gain qu'on en tire en termes de production.

$$^{19} z_t > 0 \Rightarrow \frac{r_t}{p_t} \leq f_{k_t}(k_t, n_t) \Rightarrow k \nearrow$$

$$^{20} z_t > 0 \Rightarrow \frac{w_t}{p_t} \leq f_{n_t}(k_t, n_t) \Rightarrow n_t^d \nearrow$$

Le gain va en décroissant :

Gain de l'utilisation d'unité additionnelle de l'intrant capital :

$$\frac{\partial \left( f_{k_t}(k_t, n_t) - \frac{r_t}{p_t} \right)}{\partial k_t} = f_{k_t k_t}(k_t, n_t) - \frac{\partial \left( \frac{r_t}{p_t} \right)}{\partial k_t} = f_{k_t k_t}(k_t, n_t) \leq 0$$

---

entre les deux pays. Ceci entraîne que l'on peut s'assurer à l'étranger contre des chocs qui affecte le pays de référence et qu'il y a possibilité de diffusion de la technologie.

<sup>19</sup> De la condition de premier ordre sur la demande de capital pour la firme.

<sup>20</sup> De la condition de premier ordre sur la demande de travail pour la firme.

Gain de l'utilisation d'unité additionnelle de l'intrant travail :

$$\frac{\mathcal{I}\left(f_{n_t}(k_t, n_t) - \frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}n_t} = f_{n_t}(k_t, n_t) - \frac{\mathcal{I}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}n_t} = f_{n_t}(k_t, n_t) \leq 0$$

Dans le cas de la croissance endogène ou de certaines formes de concurrence imparfaite, la fonction de production est convexe et l'incitation à accumuler du capital ne diminue jamais. L'effet d'un choc temporaire diffère donc dépendant de la classe de modèle.

$$Y_t = f(K_t, N_t) \Rightarrow \frac{\mathcal{I}f(K, N)}{\mathcal{I}K} \geq 0 \text{ et } \frac{\mathcal{I}^2 f(K, N)}{\mathcal{I}K^2} \geq 0$$

$$^{21} z_t > 0 \Rightarrow \frac{r_t}{p_t} \leq f_{k_t}(k_t, n_t) \Rightarrow k \nearrow$$

$$^{22} z_t > 0 \Rightarrow \frac{w_t}{p_t} \leq f_{n_t}(k_t, n_t) \Rightarrow n_t^d \nearrow$$

Le gain va en croissant<sup>23</sup> :

Gain de l'utilisation d'unité additionnelle de l'intrant capital :

$$\frac{\mathcal{I}\left(f_{k_t}(k_t, n_t) - \frac{r_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}k_t} = f_{k_t}(k_t, n_t) - \frac{\mathcal{I}\left(\frac{r_t}{p_t}\right)}{\mathcal{I}k_t} = f_{k_t}(k_t, n_t) \geq 0$$

Gain de l'utilisation d'unité additionnelle de l'intrant travail :

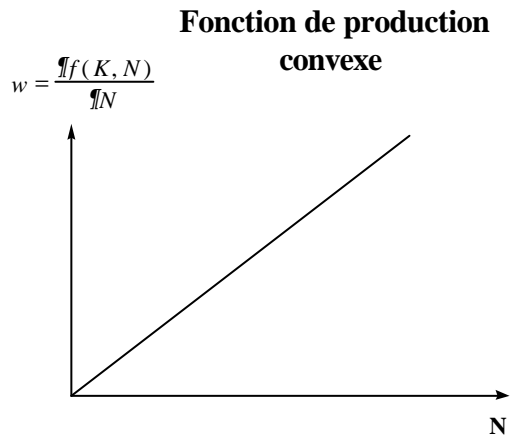
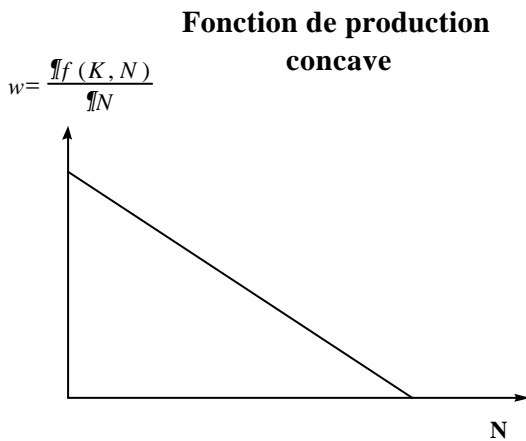
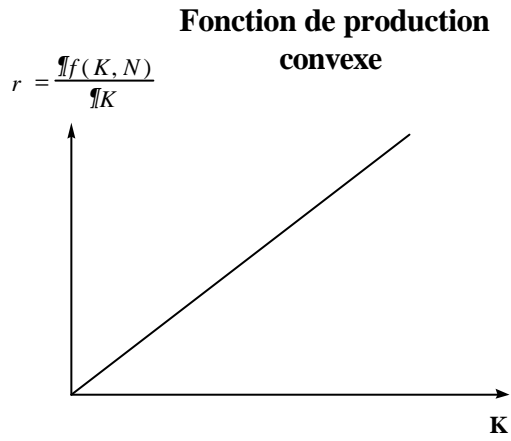
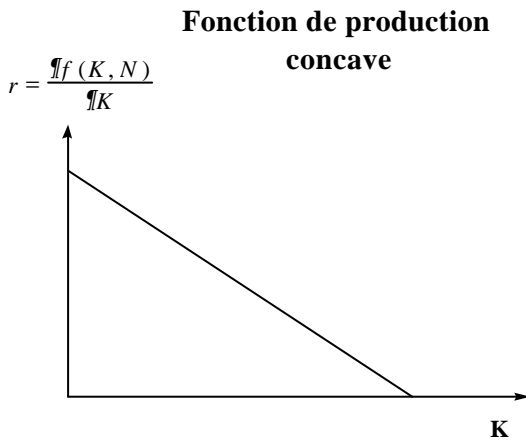
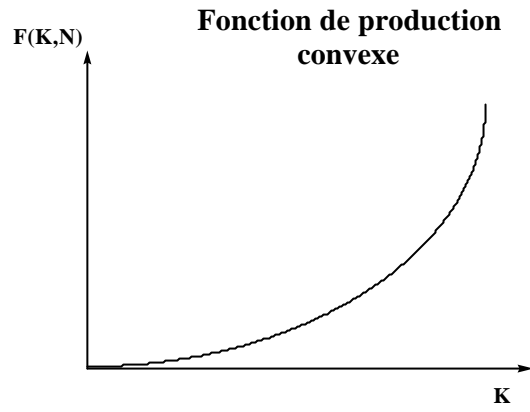
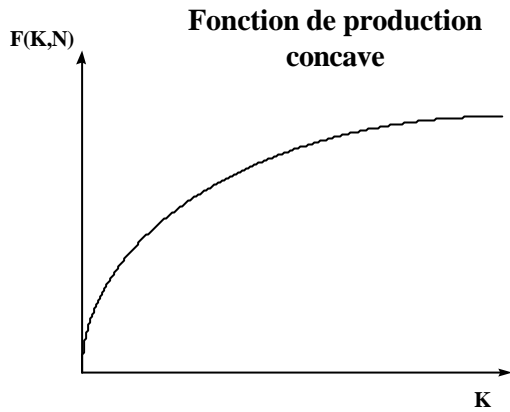
---

<sup>21</sup> De la condition de premier ordre sur la demande de capital pour la firme.

<sup>22</sup> De la condition de premier ordre sur la demande de travail pour la firme.

<sup>23</sup> **Je me souviens qu'ils divisaient le salaire par la productivité moyenne dans les graphiques du travail, pourquoi ?**

$$\frac{\mathbb{1}\left(f_{n_t}(k_t, n_t) - \frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathbb{1}n_t} = f_{n_t}(k_t, n_t) - \frac{\mathbb{1}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathbb{1}n_t} = f_{n_t}(k_t, n_t) \leq 0$$



Capital physique ou humain spécifique à la firme : améliorer

Le problème dans la spécification du capital est que l'on ne distingue pas entre capital physique ou humain et la mesure monétaire du capital. Hors, le capital existant est un outil de travail pour la firme. Elle a donc une valeur de marché spécifique à la firme. Il me semble donc, que le capital futur est le résultat d'une accumulation d'investissements de manière à donner un capital spécifique à la firme. La valeur de ce capital fait partie de l'estimation que le marché fait de la valeur de la firme. Cette valeur diffère de l'estimation du capital qu'on en fait une fois la faillite<sup>24</sup>.

Remarque : L'entreprise a son propre capital physique, elle emprunte juste pour investir de manière à accroître son capital physique, humain, technologique (conception - fabrication - production - vente et gestion). Or implicitement, dans le modèle néoclassique, on suppose que ce capital cumulé est aux mains des ménages. Est-ce que cette simplification est importante ?

Obligations du gouvernement ou des firmes comme mécanisme de propagation

Les obligations sont un mécanisme de transmission des chocs dans le temps, puisque la décision d'acheter un bon est prise de façon contemporaine pour un gain obtenu à la période suivante.

Structure à terme :

Le problème du ménage est de maximiser son utilité sous la contrainte de son budget

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, l_t)$$

Sous la contrainte que,

$$c_t + k_{t+1} + \frac{p_t^{B_{t+1}}}{p_t} B_{t+1} + \frac{p_t^{B_{t+k}}}{p_t} B_{t+k} = \frac{w_t}{p_t} n_t + \frac{r_t}{p_t} k_t + (1 - \delta) k_t + \frac{r_t^{B_{t+1}}}{p_t} B_t + \frac{r_t^{B_{t+k}}}{p_t} B_t$$

Où,

---

<sup>24</sup> Ceux sont l'utilisation que fait la firme pour son usage unique. Un exemple serait une firme comptable qui modifierait un logiciel pour son usage exclusif. L'arrangement des bureaux à une valeur supérieure pour la firme que leur valeur de marché.

$B_t^{t+k}$  est le nombre d'obligation nationales achetées sur le marché primaire et venant à échéance en  $t+1$ . Son prix d'achat auprès du gouvernement est de  $p_t^{B_t^{t+1}}$  et son taux d'intérêt à chaque période est de  $r_t$ . A chaque période, le gouvernement verse donc la somme de  $p_t^{B_t^{t+k}} (1 + r_t)$  par obligation.

Rajouter et corriger

I.3) Sources de propagation :

I.3.a) La monnaie<sup>25</sup> :

La monnaie joue un rôle important en tant que moyen de transactions<sup>26</sup> et de spéculation. La politique monétaire modifie les prix relatifs contemporains (Effet de liquidité<sup>27</sup>, Effet Fisher<sup>28</sup> et ou d'encaisse<sup>29</sup>), entraîne une substitution entre biens présents et biens futurs et entraîne des distorsions persistantes sur les marchés avec rigidités.

rajouter de Barro et Sargent rdt monnaie etc ...

La monnaie doit avoir un rôle spécial, parce que son rendement est nul, voir négatif en raison de l'inflation.

I.3.a.1) Modèle cash in advance de Cooley et Hansen (1989) :

Loi de mouvement de la monnaie :  $M_t = g_t M_{t-1}$

$$\log g_{t+1} = \alpha \log g_t + \mathbf{e}_{t+1}, \alpha > 0$$

<sup>25</sup> Historique Lucas, Fisher et Taylor

<sup>26</sup> Évite le problème de troc. On peut voir le troc comme un problème de recherche où il faut apparier un agent ayant un type de bien I à offrir avec un autre qui est prêt à échanger son type de bien J pour le bien I. Cette recherche est coûteuse. Donc, un agent offrant une obligation garantissant que l'on peut échanger contre son bien peut la vendre et les autres peuvent l'utiliser pour acheter n'importe quel type de bien. **D'où la naissance d'une monnaie ? ? ?**

<sup>27</sup> Effet de revenu : Les ménages ont plus de revenu avec la monnaie additionnelle. Ils peuvent donc épargner plus (et consommer plus). Donc, l'abondance de prêts fait baisser le taux d'intérêt (nominal).

<sup>28</sup> Vient de l'effet de substitution. La consommation additionnelle en raison des prix futurs plus élevés, entraîne une hausse de la consommation aujourd'hui et donc une baisse de l'épargne et finalement une hausse des taux d'intérêts nominaux.

Contrainte cash in advance du ménage : Pourquoi cette forme ?

$$p_t c_t \leq m_{t-1} + (g_t - 1) M_{t-1} \quad 30$$

Où  $m_{t-1}$  est la quantité de monnaie que le ménage a gardé de la période précédente ?

$M_{t-1}$  est la quantité de monnaie versée par le gouvernement que le ménage a gardé de la période précédente ?

Contrainte budgétaire du ménage :

$$c_t + i_t + \frac{m_t}{p_t} \leq \left( \frac{w_t}{p_t} \right) n_t + \left( \frac{r_t}{p_t} \right) k_t + \frac{m_{t-1} + (g_t - 1) M_{t-1}}{p_t}$$

Le capital et le loisir sont un bien crédit, et la consommation un bien cash dans ce modèle. Le ménage décide à l'avance de sa détention de monnaie. En ce sens, on impose une contrainte sur la séquence des événements comme dans les modèles d'information de type participation limitée. Il ne peut pas acheter le bien de consommation à l'aide d'un crédit, mais seulement avec cette monnaie.

Effet de revenu et effet d'encaisse et de liquidité suite à une augmentation de l'offre de monnaie :

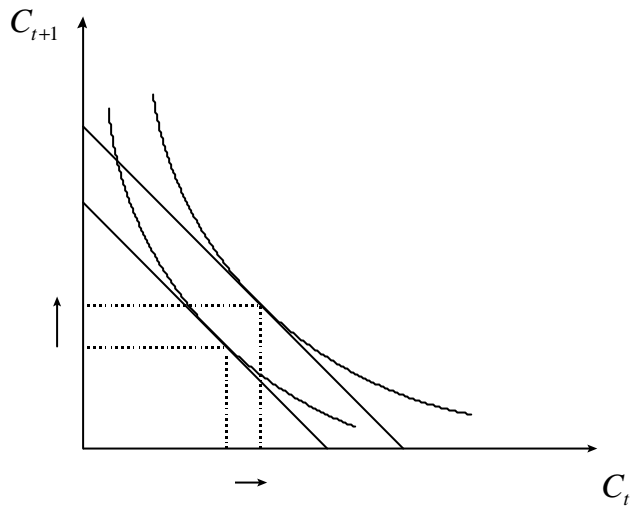
Il s'agit de la consommation<sup>31</sup> et de l'épargne additionnelle permise par un revenu additionnel sous forme d'injections de monnaie venant du gouvernement. Ceci se traduit donc par une hausse de la demande de biens et services et de l'offre de prêts. La hausse dans le marché des prêts entraîne une baisse des taux d'intérêts nominaux (effet de liquidité).

---

<sup>29</sup> Effet de substitution de la consommation à travers le temps. Le prix de la consommation aujourd'hui est plus faible que le prix de la consommation future en raison de l'inflation causée par une politique monétaire expansionniste.

<sup>30</sup>  $m_{t-1} + M_t - M_{t-1} = m_{t-1} + g_t M_{t-1} - M_{t-1} = m_{t-1} + (g_t - 1) M_{t-1}$

<sup>31</sup> On suppose implicitement que le prix du bien de consommation ne s'ajuste pas, sinon l'effet d'encaisse serait nul parce qu'il y aurait parfaite neutralité de la monnaie ???????



En utilisant la contrainte cash in advance, on obtient l'inégalité suivante :

$$c_t \leq \frac{m_{t-1}}{p_t} + (g_t - 1) \frac{M_{t-1}}{p_t}$$

Donc, une augmentation des injections de monnaie se traduit donc par une augmentation de la consommation. C'est l'effet d'encaisse.

La partie de l'injection de monnaie qui n'est pas consommée se retrouve donc dans le porte-monnaie du ménage. Le ménage va donc prêter cette monnaie qu'il n'utilise pas. L'offre de prêts augmente alors résultant en une baisse des taux d'intérêts. C'est l'effet de liquidité.

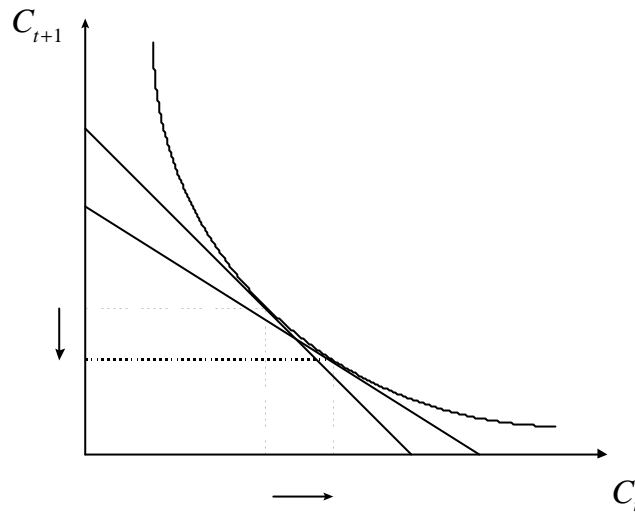
Si les injections de monnaie sont consommées totalement alors l'effet de liquidité, disparaît. Il est donc très important de vérifier dans le lagrangien les conditions particulières à une inégalité. En effet, si l'inégalité est une contrainte l'effet de liquidité disparaît<sup>32</sup>. En l'occurrence, les simulations de Cooley et Hansen suggèrent que l'effet d'encaisse disparaît et l'effet de Fisher est présent. Une injection de monnaie future se traduit seulement par une demande de compensation pour l'inflation anticipée sur le marché des prêts.

$$e_t > 0 \Rightarrow g_t \nearrow \Rightarrow M_{t-1} \nearrow \Rightarrow c_t \nearrow (\text{Effet d'encaisse}), \text{Epargne}_t \nearrow \Rightarrow y_t^{\text{demande}} \nearrow, r_t \searrow (\text{Effet de liquidité})$$

Exemple de l'effet d'encaisse, dans un modèle où l'offre de l'entreprise change en fonction du prix et ne change pas en fonction du prix (modèle néoclassique):

<sup>32</sup> et l'effet Fisher domine





Le bien crédit ne se déprécie pas. Donc, les agents substituent des biens cash (consommation) en faveur des biens crédits (loisir). Donc, à la période courante, on achète du bien cash<sup>33</sup> qui va se déprécier, pour acheter du bien crédit<sup>34</sup> qui ne va pas se déprécier.

Le taux d'intérêt réel<sup>35</sup> pour les périodes à venir diminue, en raison de l'augmentation anticipée des prix<sup>36</sup>.

$$e_t > 0 \Rightarrow g_t \nearrow \Rightarrow M_{t-1} \nearrow \Rightarrow c_t \nearrow \Rightarrow y_t^{demande} \nearrow \Rightarrow p_t \nearrow$$

$$g_t \text{ est persistant (processus AR(1))} \Rightarrow g_{t+i} \nearrow^{37} \Rightarrow p_{t+i} \nearrow$$

$$c_{t+i} \searrow, y_{t+i} \searrow, k_{t+i} \searrow, n_{t+i}$$

### I.3.a.2) Monnaie dans l'utilité : exemple de Ireland (1996)

<sup>33</sup> Le bien de consommation.

<sup>34</sup> Le loisir et le capital.

<sup>35</sup>  $R_t^{reel} = R_t^{nominal} - Inflation \text{ anticipée}_t$

<sup>36</sup> Finalement l'introduction de contrats avec ou sans indexation entraînerait un mouvement sur le marché du travail suite à la variation du salaire réel.

<sup>37</sup>  $i > 0$ .  $g_{t+i}$  augmente de moins en moins au fur et à mesure que  $i$  augmente. C'est à dire que l'effet du choc monétaire tend à s'estomper.

Le ménage maximise son utilité sous sa contrainte de revenu :

$$U = \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g} - 1} \ln(c_t^{\frac{\mathbf{g}-1}{\mathbf{g}}} + b_t \left[ \frac{m_t}{p_t} \right]^{\frac{\mathbf{g}-1}{\mathbf{g}}}) + \mathbf{h} \ln(1 - n_t)$$

$$c_t + i_t + \frac{m_t}{p_t} \leq \frac{m_{t-1} + T_t + w_t n_t + r_t k_t + D_t}{p_t}$$

Où  $D_t$  sont les dividendes versés par les firmes intermédiaires monopolistiques aux ménages.

$b_t$  est un choc sur les préférences.

la condition de premier ordre par rapport au choix de détention d'encaisses pour la période suivante, une fois remplacée le Lagrangien par la condition de premier ordre sur la consommation donne en logarithme la relation suivante :

$$\ln \frac{m_t}{p_t} \approx \ln c_t - \mathbf{g} \ln r_t + \mathbf{g} \ln b_t$$

On obtient donc une équation de demande de monnaie très similaire à la forme empirique couramment utilisée. En effet, elle incorpore un motif de transaction ( $\ln c_t$ ), un motif de spéculation ( $-\mathbf{g} \ln r_t$ ) et un choc de types bruit blanc non observé ( $\mathbf{g} \ln b_t$ ).

Ireland montre qu'en spécifiant une règle monétaire rétroactive, on peut isoler l'économie des fluctuations du taux d'intérêt.

### I.3.b) Ajustement aux marges extensives et intensives

Phaneuf (concavité respectée)

Ce n'est pas le premier modèle de ce type (Kydland (19 )), mais sans doute le plus explicite. Le modèle de Phaneuf (199 ) est un modèle néoclassique (RBC) où la dimension du choix entre loisir et travail et beaucoup plus développée. En effet la quantité de travail varie en fonction du nombre d'employés et du nombre d'heures par employé. Il y a donc ajustement à la marge extensive et intensive.

.....

### I.3.c) Travail indivisible de Hansen/Rogerson

L'apport de Rogerson (19 ) et Hansen (19 ) est d'intégrer des loteries de travail au modèle RBC. L'idée est d'augmenter ainsi la volatilité des heures de travail et d'expliquer la contradiction d'un faible degré de substitution entre consommation et loisir mesurée pour les individus dans une classe de modèles supposant une forte substitution de l'agent représentatif.

#### Élasticité individuelle versus en loteries graphiques

On suppose que les travailleurs sont homogènes et dotés d'un faible degré de substitution entre la consommation et le loisir. Les travailleurs jouent une loterie avec leur employeur. Dépendant du résultat, ils travaillent ou pas, mais dans les deux cas ils reçoivent la même rémunération. Donc, la firme assure ses travailleurs contre le chômage. On peut ensuite réduire ce problème à celui d'un agent représentatif ayant un degré de substitution beaucoup plus élevé que celui des travailleurs.

Le résultat est aussi d'augmenter la volatilité des heures de travail s'il y a des chocs sur l'offre de travail, en donnant à l'agent la possibilité de choisir entre travailler ou ne pas travailler. Il s'agit de la même logique derrière l'introduction du travail domestique. En donnant une alternative au travailleur, on rend l'offre de travail plus élastique. C'est-à-dire, que suite à une augmentation du salaire réel, la quantité de travail offerte de varie plus.

#### Corrélation, application des problèmes d'assurance micro

Le problème du ménage est de maximiser son utilité sous sa contrainte de revenu :

$$\text{Max}_{f, c_{0t}, c_{1t}, k_{1t+1}, k_{0t+1}} f u(c_{1t}, 1 - n_{1t}) + (1 - f) u(c_{0t}, 1)$$

$$\text{S.C } f c_{1t} + (1 - f) c_{0t} + f k_{1t+1} + (1 - f) k_{0t+1} = f w_{1t} n_{1t} + (1 - f) w_{0t} n_{0t} + f r_{1t} k_{1t} + (1 - f) r_{0t} k_{0t}$$

Où  $n_{1t}$  n'est pas une variable de décision du travailleur (c'est une constante)

$n_{0t} = 0$  puisque dans l'état 0 le travailleur ne travaille pas

Remarque : L'hypothèse sur le rendement du capital est loufoque, mais simplificatrice.

Problème du ménage :

$$\begin{aligned} \text{Max}_{f, c_{0t}, c_{1t}, k_{1t+1}, k_{0t+1}} L = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t \{ & f u(c_{1t}, 1 - n_{1t}) + (1 - f) u(c_{0t}, 1) \\ & + I_t (f c_{1t} + (1 - f) c_{0t} + f k_{1t+1} + (1 - f) k_{0t+1} - f w_{1t} n_{1t} - (1 - f) w_{0t} n_{0t} - f r_{1t} k_{1t} - (1 - f) r_{0t} k_{0t}) \} \end{aligned}$$

Les conditions de premier ordre sont les suivantes,

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}f}: u(c_{1t}, 1 - n_{1t}) - u(c_{0t}, 1) + I_t (c_{1t} - c_{0t} + k_{1t+1} - k_{0t+1} - w_{1t} n_{1t} + w_{0t} n_{0t} - r_{1t} k_{1t} + r_{0t} k_{0t}) = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}I_t}: f c_{1t} + (1 - f) c_{0t} + f k_{1t+1} + (1 - f) k_{0t+1} - f w_{1t} n_{1t} - (1 - f) w_{0t} n_{0t} - f r_{1t} k_{1t} - (1 - f) r_{0t} k_{0t} = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}c_{0t}}: (1 - f) u_{c_{0t}}(c_{0t}, 1) + I_t (1 - f) = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}c_{1t}}: f u_{c_{1t}}(c_{1t}, 1 - n_{1t}) + I_t f = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}k_{1t+1}}: ; \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}k_{0t+1}}:$$

Des deux conditions de premier ordre sur la consommation. on obtient :

$$u_{c_{1t}}(c_{1t}, 1 - n_{1t}) = u_{c_{0t}}(c_{0t}, 1)$$

Si on suppose que l'utilité est séparable entre consommation et loisir

$$\boxed{c_{0t} = c_{1t} = c_t^*}$$

$$\Rightarrow^{38} u(c_{1t}, 1 - n_{1t}) = u(c_t^*, 1 - n_{1t}) \text{ et } u(c_{0t}, 1) = u(c_t^*, 1)$$

Or, on préfère plus de loisir à moins de loisir.

$$\Rightarrow u(c_{1t}, 1 - n_{1t}) < u(c_{1t}, 1)$$

$$\Rightarrow u(c_t^*, 1 - n_{1t}) < u(c_t^*, 1)$$

---

<sup>38</sup> à l'équilibre

Donc, on a moins de bien-être en travaillant qu'en ne travaillant pas. Ce qui est une conclusion assez gênante, si l'on considère ce système comme une version de l'assurance sociale.

Exemple :

$$U(\cdot) = f(\log c_{1t} + g \log(1 - n_{1t})) + (1 - f)(\log c_{0t} + g \log(1))$$

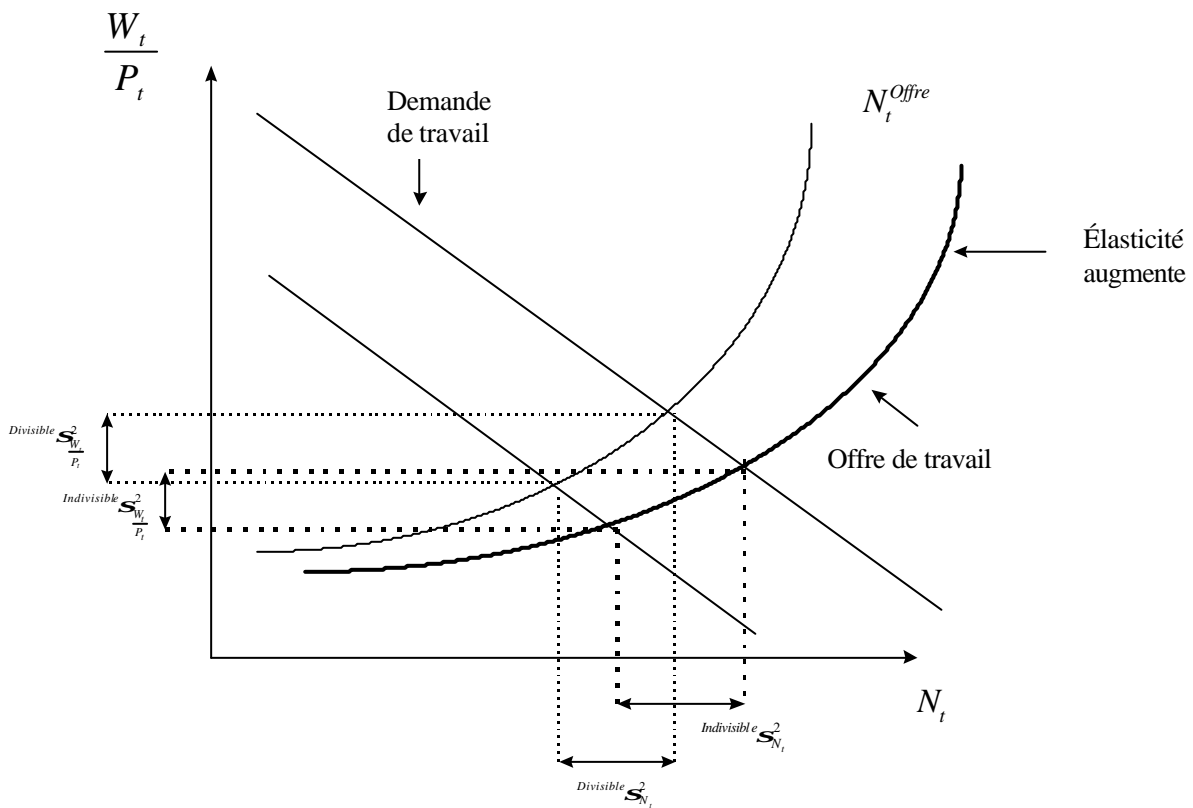
Or,  $c_{0t} = c_{1t} = c_t^*$

$$\Rightarrow U(\cdot) = \log c_t + fg \log(1 - n_{1t})$$

$$\boxed{n_t = fn_{1t}}^{B9} \Rightarrow f = \frac{n_t}{n_{1t}} \Rightarrow U(\cdot) = \log c_t + \frac{n_t}{n_{1t}} g \log(1 - n_{1t})$$

Posons la constante  $B = \frac{g \log(1 - n_{1t})}{n_{1t}}$

$$\Rightarrow \boxed{U(c_t, n_t) = \log c_t + Bn_t}$$



Montrons que cette utilité entraîne une plus petite pente de l'offre du travail et une forte élasticité de l'offre de travail :

Première méthode :

Cas du travail divisible (standard):

La condition d'Euler du travail :  $\frac{w_t}{p_t} = \frac{U_l}{U_c}$

$$\frac{\mathcal{J}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{J}n_t} = \frac{\mathcal{J}\left(\frac{U_l}{U_c}\right)}{\mathcal{J}n_t} = -\frac{U_{nn}U_c - U_{cn}U_n}{U_c^2}$$

$$e^{-1}_{N^{Offre}, \frac{w}{p}} = \frac{\mathcal{J}\left(\frac{w_t}{p_t}\right) \frac{n_t}{w_t}}{\mathcal{J}n_t \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathcal{J}\left(\frac{U_l}{U_c}\right) \frac{n_t}{U_l}}{\mathcal{J}n_t \frac{U_l}{U_c}} = -\frac{U_{nn}U_c - U_{cn}U_n}{U_c^2} \frac{n_t}{\frac{U_l}{U_c}}$$

La fonction d'utilité du ménage qui travaille est :  $U(c_t, n_t) = \log c_t + \mathbf{g} \log(1 - n_t)$

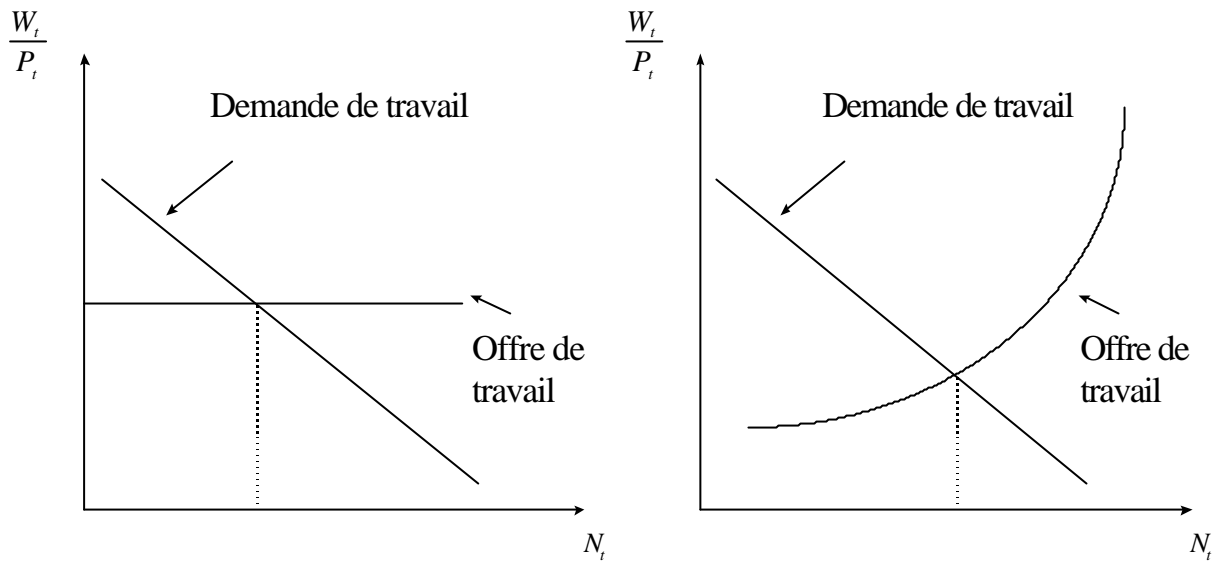
$$\frac{\mathcal{J}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{J}n_t} = \frac{\mathcal{J}\left(\frac{U_l}{U_c}\right)}{\mathcal{J}n_t} = -\frac{U_{nn}U_c - 0 \cdot U_n}{U_c^2} = -\frac{U_{nn}}{U_c}$$

$$e^{-1}_{N^{Offre}, \frac{w}{p}} = \frac{\mathcal{J}\left(\frac{w_t}{p_t}\right) \frac{n_t}{w_t}}{\mathcal{J}n_t \frac{w_t}{p_t}} = \frac{U_{nn}U_c}{U_c^2} \frac{n_t}{U_n} = \frac{U_{nn}}{U_n} n_t$$

---

<sup>39</sup> Le nombre d'employés est le nombre d'heures travaillées multiplié par la probabilité qu'un individu travaille.

Donc, la pente est nulle lorsque l'individu ne travaille pas et elle est positive<sup>40</sup> lorsque l'individu travaille.



De manière agrégée,

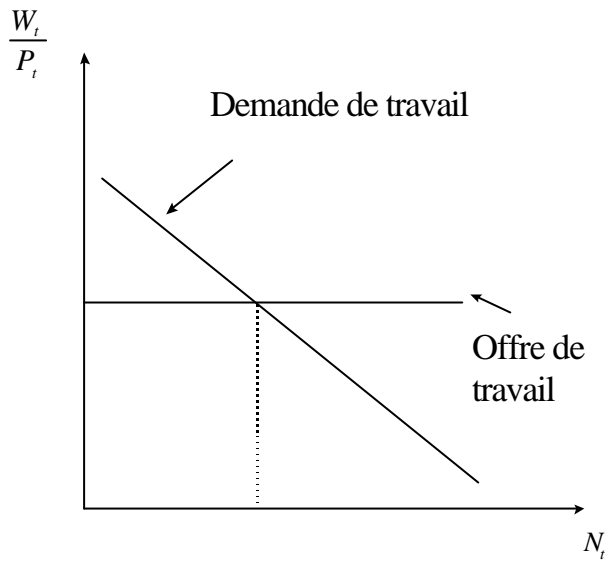
$$U(c_t, n_t) = \log c_t + Bn_t$$

$$\frac{\mathcal{L}\left(\frac{w_t}{p_t}\right)}{\mathcal{L}n_t} = \frac{0 + 0 \cdot B}{U_c^2} = 0 \quad (A1)$$

$$\mathbf{e}^{-1}_{N^{Offre}, \frac{w}{p}} = \frac{U_{nn}}{U_n} n_t = 0$$

<sup>40</sup> Effet de substitution > Effet de revenu, par hypothèse dans l'utilité hors état stationnaire.

<sup>41</sup> L'utilité est linéaire dans  $n_t$



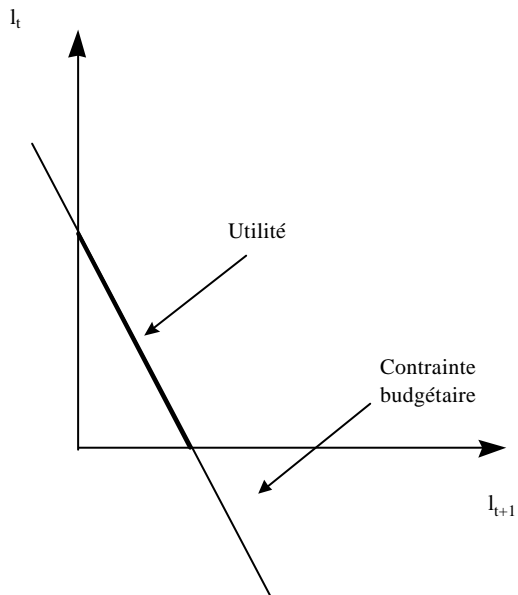
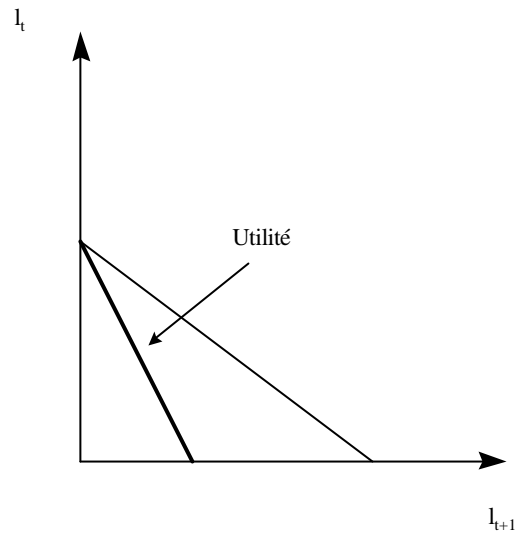
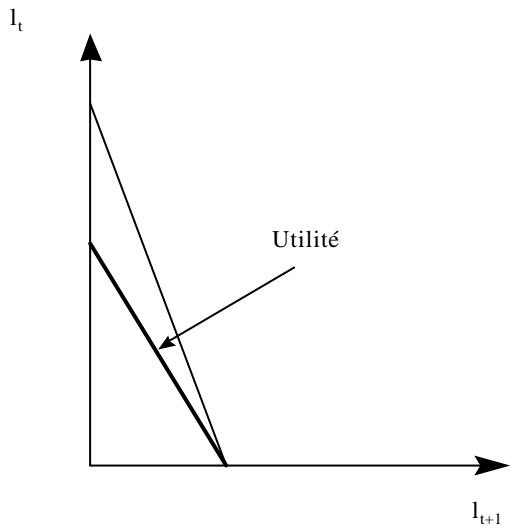
Donc, si l'utilité est séparable entre la consommation et le loisir, alors la pente est dans ce cas plus petite avec travail indivisible qu'avec le travail divisible. De plus, l'élasticité de l'offre de travail est fini dans le cas du travail divisible et infini dans le cas du travail indivisible.

Deuxième méthode :

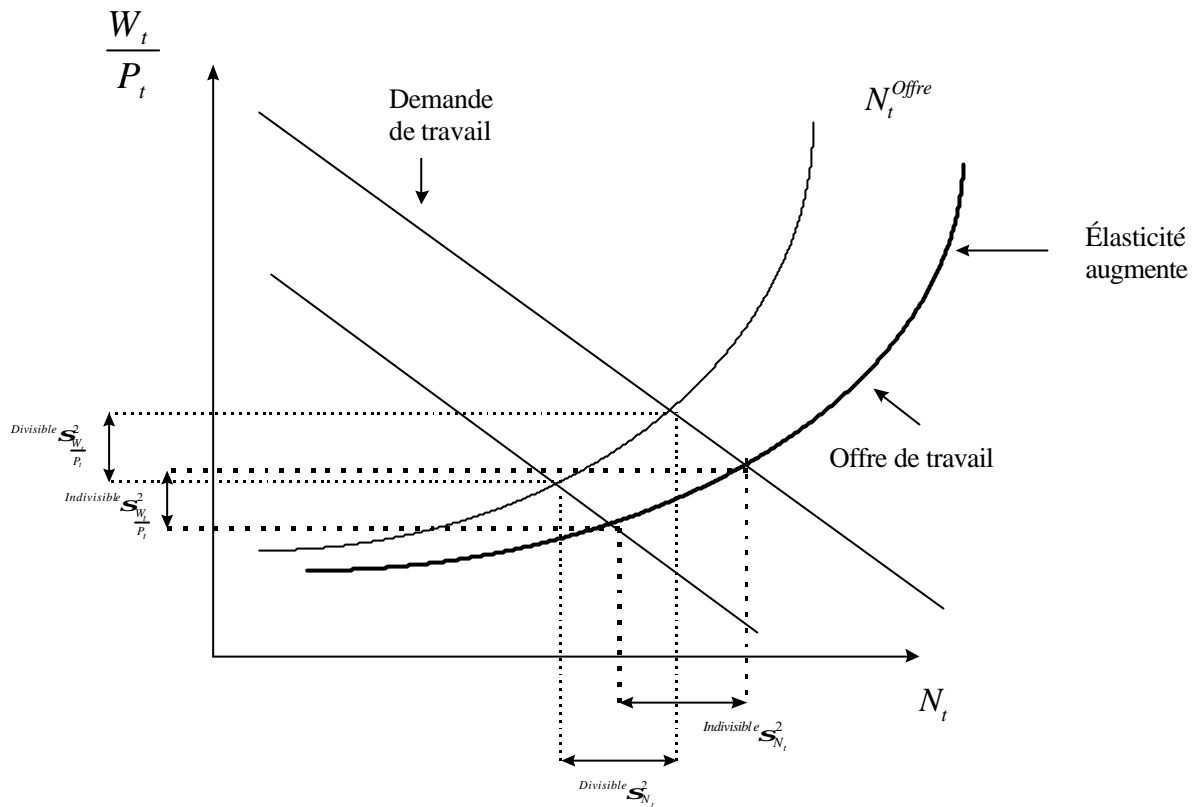
Le travail indivisible est la source d'un effet de substitution intertemporel important. En effet, la linéarité de l'utilité dans le travail, rend l'utilité linéaire dans le plan entre le loisir de deux périodes conséquentes.

$$U(l_t, l_{t+1}) = U_l dl_t + U_{l_{t+1}} dl_{t+1} = -Bdl_t - Bdl_{t+1}$$

$$dl_{t+1} = dl_t - \frac{1}{B}U(l_t, l_{t+1})$$



Donc, l'utilité est linéaire dans ce plan de loisir. On constate alors que le loisir et par le même le travail seront très volatils suite à un choc modifiant la pente de la contrainte budgétaire. Ceci suppose que la pente de l'offre de travail est plus faible.



I.3.d) Travailleurs qualifiés, non qualifiés comme mécanisme de propagation :

.....

I.3.e) Travail domestique :

Source : Benhabib, Rogerson et Wright (1991), Hansen et Wright (1992)

Hypothèses :

$$c_t = [ac_{M_t}^e + (1-a)c_{H_t}^e]^{1/e} \quad 42$$

$$y_{M_t} = z_{M_t} k_{M_t}^{a_H} n_{M_t}^{1-a_H}$$

$$y_{H_t} = z_{H_t} k_{H_t}^{a_H} n_{H_t}^{1-a_H}$$

Contraintes d'agrégation :

$$l_t = 1 - n_{M_t} - n_{H_t}$$

<sup>42</sup> Élasticité de substitution de  $1/(1-e)$

$$k_t = k_{Mt} + k_{Ht}$$

Loi de mouvement du capital :

$$z_{Mt+1} = r z_{Mt} + e_{Mt+1}$$

$$z_{Ht+1} = r z_{Ht} + e_{Ht+1}$$

Contraintes de ressources :

$$c_{Mt} + i_t + g_t = y_{Mt}$$

$$c_{Ht} = y_{Ht}$$

Où,

$c_t$  est une mesure de la consommation totale, puisque c'est une somme pondérée de la consommation à la maison et de la consommation dans le secteur marché. Ces deux biens étant considéré comme des substituts imparfaits.

$l_t$  est le loisir

$c_{Mt}$  et  $n_{Mt}$  sont la consommation et le travail dans secteur de marché

$c_{Ht}$  et  $n_{Ht}$  sont la consommation et le loisir dans le secteur domestique

$e_{Mt}$  et  $e_{Ht}$  sont des bruits blancs de corrélation  $\mathbf{g}$

### I.3.f) Dépenses publiques dans l'utilité

compléter!!!!!!!!!!!!!!

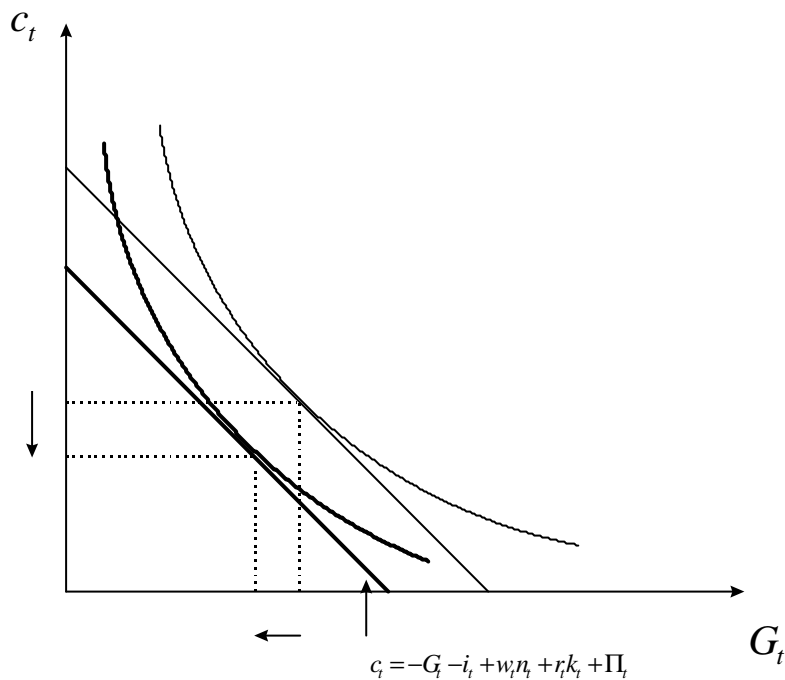
L'idée ici est d'introduire les dépenses publiques dans l'utilité comme un substitut imparfait aux dépenses privées.

$G \uparrow \Rightarrow$  Effet de revenu négatif<sup>43</sup>  $\Rightarrow C \uparrow$ ,  $N_{privé} \uparrow \Rightarrow Y \uparrow$

Productivité moyenne  $\downarrow$

---

<sup>43</sup> Une augmentation des dépenses publiques rapporte moins en termes d'utilité qu'une augmentation des dépenses privées de consommation ( $U_G < U_C$ )



Plus G est persistant  $\Rightarrow$  Plus I va probablement  $\nearrow$  (car C  $\searrow$ , N privé ?)

Ngouv  $\nearrow \Rightarrow$  Effet de revenu négatif  $\Rightarrow$  C  $\searrow$ , N  $\nearrow$  (N = Nprivé + Ngouv, Ngouv  $\nearrow$ , Nprivé  $\searrow$  réallocation du travail dans les secteurs)

Productivité moyenne  $\nearrow \Rightarrow$  Corr(Nprivé, productivité moyenne)  $< 0$

### I.3.g) Intrants dans un modèle multisectoriel (Long et Plosser (1983))

L'avantage de ce modèle est d'introduire de la persistance dans un modèle de type RBC sans avoir à faire appel à un mouvement technologique persistant. Ici, le choc technologique est un choc temporaire, donc le modèle possède un mécanisme de persistance non négligeable.

Il s'agit d'un modèle multisectoriel, où la production d'une firme est utilisée par l'ensemble des firmes comme intrant. On suppose la présence d'un délai de production d'une période et de rendements d'échelles constants.

$$c_{it} + \sum_{j=1}^N x_{ijt} = y_{it}$$

$$\sum_{i=1}^N n_{it} + l_t = H$$

$$y_{it+1} = f(k_{it}, n_{it}, X_{jt} (\forall j = 1, \dots, N), z_{it})$$

Exemple :

$$y_{it+1} = e_{it+1} n_{it}^{b_i} \prod_{j=1}^N x_{ijt}^{a_{ij}} \quad \text{pour } i = 1, \dots, n$$

$$b_i + \sum_{j=1}^N a_{ij} = 1 \quad 44$$

Remarque : Costello et Prashnik (199 ) appliquent ce modèle en économie ouverte. Ils montrent aussi que défaillance  $N, N^*$

### I.3.h) Effort de travail et taux d'utilisation variable du capital

Il existe un premier modèle avec effort de travail de Burnside Eichenbaum et Rebelo (1993). Le modèle suivant est presque identique avec l'ajout du taux d'utilisation variable du capital. Nous verrons plus loin que le principal ajout de ces modèles est de montrer que la mesure habituelle du résidu de Solow est contaminée par l'oubli de ces deux variables.

Modèle de Burnside et Eichenbaum (1996) :

#### Problème de la firme :

La firme maximise les dividendes réels,

$$\boxed{\text{Max}_{n_{t+1}, u_t, k_{t+1}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u_{c_t} \left( y_t - \frac{w_t}{P_t} n_t - \frac{q_t}{P_t} i_t \right)}$$

Sous la contrainte que  $y_t = z_t (k_t u_t)^{1-a} (n_t f e_t g_t)^a$

$$k_{t+1} = (1 - d_t) k_t + i_t$$

$$d_t = d u_t^f$$

---

<sup>44</sup> Condition imposée pour avoir des rendements d'échelles constants.

vérifier investissement dans problème de la firme. On ne contrôle pas l'effort ?

Où  $u_t$  est le taux d'utilisation du capital

$f$  est la durée du quart de travail

$n_t$  est le nombre d'employés

$e_t$  est l'effort de travail de l'employé

$d_t$  est le taux de dépréciation stochastique du capital

Loi de mouvement de la technologie :  $\log z_t = (1 - r_z) \log z + r_z \log z_{t-1} + e_z$

### Problème du ménage :

Le travailleur a le choix entre travailler ou ne pas travailler. Il participe à une loterie de type Hansen et Rogerson.

$$\text{Max}_{f, c_{0t}, c_{1t}, e_{1t}} f u(c_{1t}, 1 - T_0 - e_{1t} f) + (1 - f) u(c_{0t}, 1)$$

$$u(c_{1t}, 1 - T_0 - e_{1t} f) = \log c_{1t} + \mathbf{q} \log(1 - T_0 - e_{1t} f)$$

$$u(c_{0t}, 1) = \log c_{0t} + \mathbf{q} \log(1) = \log c_{0t}$$

Où  $e_t f$  est le quart de travail efficace de l'employé

$T_0$  est le coût fixe de remplacement

Contrainte de revenu

Le travailleur décide de son effort qui est observé par la firme. La firme en raison d'une hypothèse de labor hoarding doit décider une période à l'avance de la quantité de travail qu'elle va employer. La variable effort de travail  $e_t$  permet d'équilibrer le marché du travail même sous l'hypothèse de labor hoarding.

Remarque : On peut simuler  $u_t$  à partir de sa condition de premier ordre et  $e_t f$  en linéarisant sa condition de premier ordre.

## Chapitre II

### Propagation néoclassique et information

#### II.1) Asymétrie d'information entre agents

Il y a asymétrie d'information lorsqu'un des agents dans l'économie possède une information ou prend une décision que l'autre ignore.

##### II.1.a) Modèles micro-économiques de principal agent et théorie des jeux

Ce type de problème est traité de façon extensive en micro sous la forme de modèles de principal agent ou de la théorie des jeux. Lorsque l'asymétrie d'information existe avant la signature d'un contrat entre les agents, le problème peut être traité par la théorie des jeux. Il existe deux sous types de problèmes, l'un vient de l'ignorance d'une décision prise par un autre, l'autre vient de l'ignorance sur le type d'agent auquel on fait face.

Si l'asymétrie d'information vient de l'ignorance d'une décision prise par un autre, alors on peut traiter le problème comme un jeu simultané. Les méthodes de résolution incluent la domination stricte ou non, l'équilibre de Nash en jeux simultanés, l'équilibre de Nash en sous jeu<sup>45</sup>. Si le jeu est aussi séquentiel<sup>46</sup> avec un horizon fini, alors on peut utiliser une variante de l'équilibre de Nash en sous jeu. Le problème consiste alors à résoudre le jeu à rebours<sup>47</sup>. Si le jeu est aussi séquentiel<sup>48</sup> avec un horizon infini, alors on peut utiliser des stratégies de retour vers Nash ou pire que Nash. L'idée est que l'on peut maintenir un bon équilibre sur un horizon infini en se menaçant mutuellement que si l'un rompt le pact pour un gain temporaire et dommageable pour l'autre, alors ce dernier agira de manière à ce qu'ils

---

<sup>45</sup> Subgame Perfect Nash Equilibrium. Un équilibre SPNE est un équilibre de Nash dans chaque sous jeu.

<sup>46</sup> Le jeu se répète à chaque période.

<sup>47</sup> de la dernière période à la première.

<sup>48</sup> Le jeu se répète à chaque période.

retournent à un équilibre de Nash beaucoup moins avantageux. Donc, la menace d'un retour vers l'équilibre de Nash ou pire permet de maintenir un pact plus avantageux entre deux parties qui ne coopéreraient pas sinon <sup>49</sup>.

Si l'asymétrie d'information vient de l'ignorance du type de l'agent auquel on fait face, on peut traiter ce problème par les équilibres de types bayesiens en théorie des jeux. On définit un agent que l'on appelle la nature. Son rôle est de décider du type de chaque agent au début du jeu, le type de l'agent lui est alors révélé, mais il ignore le type de l'autre. En formulant ainsi le problème on retourne donc à celui de l'ignorance de la décision prise par l'autre agent. Le problème est alors résolu par équilibre de Nash bayésien. L'idée que l'agent peut avoir des croyances sur les décisions prises par son adversaire ont menées aux équilibres bayésien parfait et faiblement parfait. Les deux supposent qu'on a des croyances sur la probabilité des décisions de l'autre agent et que l'on est séquentiellement rationnel le long de l'équilibre. L'équilibre bayésien parfait suppose en plus l'on est séquentiellement rationnel aussi hors de l'équilibre. C'est à dire que les menaces sont crédibles. Il n'existe pas à ma connaissance de variante intertemporelle du jeu, probablement parce qu'après une période le type est observé.

Lorsque l'asymétrie d'information existe après signature du contrat, on peut résoudre en utilisant la méthodologie du problème de principal agent. le principal maximise son objectif sachant qu'il doit pour ce faire rémunérer suffisamment les agents de manière à ce qu'ils acceptent de venir travailler chez lui <sup>50</sup>. Supposons maintenant que les agents prennent des décisions non observées par le principal. Celui-ci n'observe que le produit final pour lesquels il les a embauchés. Il doit donc rémunérer ses agents en fonction de leur production finale de manière à en tirer les meilleures décisions possibles. Le résultat est que le principal doit généralement augmenter sa rémunération de manière à attirer plus des bons types (efficiency wage en macro-économie).

Signaling : Pour améliorer la situation, un agent du bon type peut décider d'envoyer des signaux sur son type. Bien entendu les mauvais types vont chercher à envoyer le même signal. Il faut donc que le type de signal soit accessible plus à un type qu'à l'autre de manière à ce que le principal puisse mieux distinguer entre les types d'agents.(ex: diplôme de bacc UQAM vs MIT )

Screening : Pour améliorer la situation, le principal peut chercher à filtrer les agents en leur demandant un tâche. Les bons types auront moins de difficulté à l'accomplir et le principal aura plus du bon type.

Exemple de modèle de Principal - Agent : Variante du modèle de Burnside et Eichenbaum (1996)

---

<sup>49</sup> Par exemple, pendant la guerre froide, la solution Mutually Assured Destruction était sans doute un équilibre de Nash. Mais le jeu étant répété, la crainte de tomber dans cet équilibre a permis de préserver un meilleur équilibre de paix (plus ou moins)

<sup>50</sup> Ils ont une utilité de réserve.

L'effort de travail est non observable par la firme. On abandonne l'idée de labor hoarding<sup>51</sup>.

Problème de la firme (le principal) :

La firme maximise les dividendes réels,

$$\boxed{\text{Max}_{n_t, u_t, k_{t+1}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t u_{c_t} \left( y_t - \frac{w_t}{p_t} n_t - \frac{q_t}{p_t} i_t \right)}$$

Sous la contrainte que  $y_t = z_t (k_t u_t)^{1-a} (n_t f e_t \mathbf{g}_t)^a$

$$k_{t+1} = (1 - \mathbf{d}_t) k_t + i_t$$

$$\mathbf{d}_t = \mathbf{d} u_t^f$$

$e_t$  non observable par la firme

Où  $u_t$  est le taux d'utilisation du capital

$f$  est la durée du quart de travail

$n_t$  est le nombre d'employés

$e_t$  est l'effort de travail de l'employé

$\mathbf{d}_t$  est le taux de dépréciation stochastique du capital

Loi de mouvement de la technologie :  $\log z_t = (1 - \mathbf{r}_z) \log z + \mathbf{r}_z \log z_{t-1} + \mathbf{e}_{z_t}$

Problème du ménage (l'agent) :

Le travailleur a le choix entre travailler ou ne pas travailler. Il participe à une loterie de type Hansen et Rogerson.

$$\text{Max}_{f, c_{0t}, c_{1t}, e_{1t}} f u(c_{1t}, 1 - T_0 - e_{1t} f) + (1 - f) u(c_{0t}, 1)$$

$$u(c_{1t}, 1 - T_0 - e_{1t} f) = \log c_{1t} + \mathbf{q} \log(1 - T_0 - e_{1t} f)$$

$$u(c_{0t}, 1) = \log c_{0t} + \mathbf{q} \log(1) = \log c_{0t}$$

Où  $e_{1t} f$  est le quart de travail efficace de l'employé

$T_0$  est le coût fixe de remplacement

---

<sup>51</sup> Rétention de la main d'œuvre.

Contrainte budgétaire

Le principal doit inciter l'agent à fournir le plus grand effort pour augmenter ses dividendes, sachant que le ménage peut décider de ne pas travailler, ou choisir un niveau d'effort inférieur<sup>52</sup>. Le résultat vu en micro-économie est que l'on a intérêt à payer plus cher pour attirer les bons types (Efficiency wage).

Développer et vérifier si pas confusion principal agent et théorie des jeux

II.1.a) Modèles macro-économiques d'information incomplète à la Lucas

Le modèle des îlots de Lucas a été repris par Cooley et Hansen (1996) dans un modèle de type RBC. Le but du modèle est de recréer dans un modèle néoclassique la corrélation empiriquement positive entre la production agrégée et les prix. Cette relation entre le secteur nominal et réel n'existait pas à l'époque. En effet, on supposait qu'il y avait dichotomie entre les deux secteurs et donc la parfaite neutralité de la monnaie. Lucas montre que dans le contexte de son modèle seule la partie novatrice de la politique monétaire a un impact sur les activités réelles de l'économie. Cette conclusion est connue comme étant la neutralité de la monnaie au sens de Lucas<sup>53</sup>.

L'idée de base est que l'agent n'observe pas à la période courante le niveau des prix<sup>54</sup>. Donc, il interprète une hausse de ce prix dans son îlot, comme étant une augmentation de la demande pour son bien de production<sup>55</sup>. Cependant, plus la banque centrale crée de la monnaie, moins il interprète une hausse du niveau des prix comme étant une augmentation de la demande pour son produit<sup>56</sup> et donc moins il augmente sa production.

Problème du ménage :

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t \{ \mathbf{a} \log(c_{1t}) + (1 - \mathbf{a}) \log(c_{2t}) - \mathbf{g}t \}$$

$$0 < \mathbf{a} < 1, 0 < \mathbf{b} < 1$$

---

<sup>52</sup> Un plus grand effort est supposé réduire le bien-être de l'agent.

<sup>53</sup> Nous verrons plus loin que même la partie non novatrice de la politique monétaire peut avoir un impact, si l'on suppose la présence de contrats salariaux dans l'économie. Une fois la politique monétaire observée, les travailleurs peuvent renégocier leurs contrats (cas de l'Espagne en 1977). Cependant, si ce n'est pas le cas, la politique monétaire a un impact jusqu'à ce que les contrats soient renégociés. Si les contrats sont de types chevauchants à la Taylor, alors l'effet de la politique monétaire dépasse la durée d'un contrat.

<sup>54</sup> Cette asymétrie d'information peut être justifiée par le constat empirique que les données agrégées ne sont compilées et rendues publiques qu'environ un trimestre après leur réalisation.

<sup>55</sup> Prix relatif de son bien par rapport aux autres est perçu comme ayant augmenté (plus rare).

<sup>56</sup> Prix relatif reflète rareté relative

Contrainte<sup>57</sup> cash in advance :  $\tilde{p}_t c_{1t} \leq m_t$

Contrainte de revenu du ménage :  $\tilde{p}_t (c_{1t} + c_{2t} + i_t) \leq p_t (w_t n_t + r_t k_t) + m_t$

Où,  $\tilde{p}_t$  est le prix du bien sur l'îlot

$p_t$  est le niveau des prix

$c_{1t}$  est le bien de consommation avec de la monnaie (cash)

$c_{2t}$  est le bien de consommation acheté avec du crédit

Problème de l'entreprise (compétitive):

Fonction de production  $y_t = e^z k_t^q n_t^{1-q}$ ,  $0 < q < 1$

Loi de mouvement de la technologie :  $z_{t+1} = \mathbf{r}_1 z_t + \mathbf{e}_{t+1}^1$ ,  $0 < \mathbf{r}_1 < 1$

Loi de mouvement du capital :  $k_{t+1} = (1 - \mathbf{d})k_t + i_t$

Loi de mouvement de la monnaie :  $M_{t+1} = e^{m+g_t} M_t$ ,  $g_{t+1} = \mathbf{r}_2 g_t + \mathbf{e}_{t+1}^2$

Contrainte de revenu du gouvernement<sup>58</sup> :  $G_t + T_t = M_{t+1} - M_t$

Contraintes d'agrégation à travers les (s) îles :  $G_t = \int G_t(s) d\mathbf{j}(s)$ ,  $T_t = \int T_t(s) d\mathbf{j}(s)$

Loi de mouvement des chocs spécifiques à chaque île :  $s_{t+1} = \mathbf{r}_3 s_t + \mathbf{e}_{t+1}^3$

Loi de mouvement des dépenses gouvernementales spécifiques à chaque île :

$G_t(s_t) = e^{s_t} M_{t+1} - M_t$  !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! vérifier

Les auteurs posent que  $T_t = 0$ ,

$$\Rightarrow G_t = M_{t+1} - M_t \quad ^{59}$$

$$\Rightarrow M_{t+1} = M_t + G_t(s_t) = e^{s_t} M_{t+1} = e^{s_t + g_t + m} M_t$$

## II.2) Information séquentielle : Les modèles de participation limitée

---

<sup>57</sup> de paiement en espèces en avance

<sup>58</sup> Le gouvernement finance son déficit en vendant sa dette à la banque centrale (planche à billet) ?

<sup>59</sup> Donc, on suppose implicitement que le gouvernement finance ses dépenses en faisant tourner la planche à billet. C'est à dire que la banque centrale achète les bons du trésors émis par le gouvernement.

Source : Christiano et Eichenbaum (1995), Christiano, Eichenbaum et Evans(1996), Dow (1995)

Une classe plus récente de modèles sont ceux où l'information<sup>60</sup> arrive dans une séquence prédéterminée exogène. Les modèles de ce type sont principalement les modèles plus récents de l'école nouvelle classique. Ils contiennent à ma connaissance seulement les modèles de participation limitée.

L'idée des modèles à participation limitée est de supprimer des mécanismes d'ajustement, en imposant une séquence d'événement. On peut donc voir ces modèles comme des modèles où il y a un coût infini d'obtenir certaines informations à un moment donné. Nous allons décomposer les mécanismes principaux de ce modèle.

Effet de substitution à travers le temps ou effet d'inflation anticipée :

Une hausse de l'offre de monnaie persistante au delà des besoins croissants de l'économie cause une hausse des prix dans le futur. Les ménages anticipent cette hausse de l'inflation et achètent donc plus du bien de consommation aujourd'hui avant qu'il se déprécie. Donc, la consommation augmente aujourd'hui. Il s'agit donc d'une substitution entre le bien futur en faveur du bien présent.

$$P_t^{Anticipée} \nearrow \Rightarrow P_{t+i}, i > 0 \nearrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_t}{P_{t+i}}, i > 0 \searrow \Rightarrow C_t \nearrow, C_{t+i} \searrow$$

$$\Rightarrow Epargne_t \searrow, Epargne_{t+i} \nearrow \Rightarrow r_t \nearrow, r_{t+i} \searrow$$

Donc, l'épargne diminue aujourd'hui et augmente dans le futur. Donc, le taux d'intérêt augmente aujourd'hui et diminue dans le futur. C'est l'effet de Fisher. C'est l'idée apparemment contre intuitive que le taux d'intérêt nominal augmente quand l'offre de monnaie augmente, en raison de la hausse anticipée des prix.

Un prêt est un contrat entre deux parties le prêteur et l'emprunteur, dans lequel une somme d'argent passe du compte du prêteur à celui de l'emprunteur. Après une durée de temps prédéterminée, l'emprunteur rembourse cette somme plus un intérêt prédéterminé sur cette somme. Les paiements d'intérêts et du prêt peuvent aussi être échelonnés dans le temps dépendant du type de contrat.

S'il y a une hausse des prix après la signature du contrat, la somme qui sera remboursée au prêteur vaudra moins en termes réels<sup>61</sup>. Un tel événement serait aux dépens du prêteur et à l'avantage de l'emprunteur<sup>62</sup>. Donc, le prix du prêt

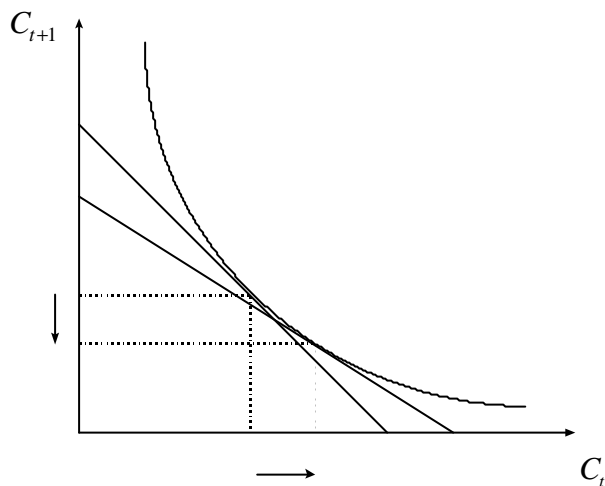
---

<sup>60</sup> et les décisions

<sup>61</sup> En termes de nombres de biens et services qu'on peut acheter. On le calcule en divisant une somme nominale (prix\*qté) par le niveau des prix.

va refléter le niveau des prix anticipé à l'échéance. On appelle ce mécanisme, la relation de Fisher. Le prix compensé pour le niveau des prix anticipé est appelé le taux d'intérêt réel.

$$r_t^{No\ min\ al} \underset{\uparrow}{=} r_t^{re'el} + P_t \underset{\uparrow}{anticip'e}$$



Effet de revenu à travers le temps ou l'effet d'encaisse :

Une hausse de l'offre de monnaie persistante au delà des besoins croissants de l'économie cause une hausse de la monnaie réelle détenue par le ménage<sup>63</sup>, dans la mesure où les prix ne sont pas parfaitement flexibles<sup>64</sup>. Les ménages utilisent l'accroissement de leurs encaisses réelles, pour consommer plus. Donc, la consommation augmente aujourd'hui. Il s'agit de l'effet revenu ou d'encaisse réel, puisque le revenu augmente avec l'entrée des encaisses réelles.

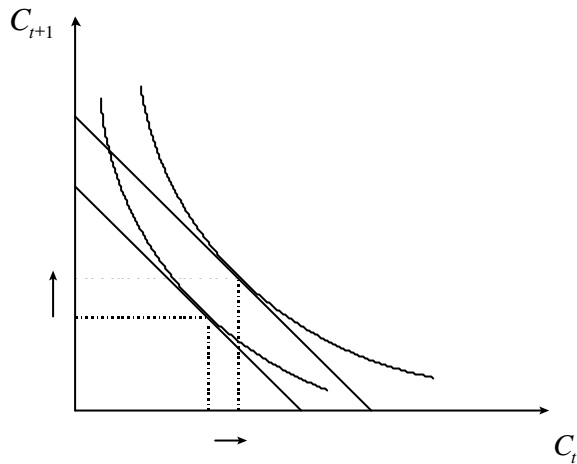
Le résultat est une augmentation de la consommation et donc une baisse de l'épargne. Cette augmentation de revenu se traduit donc par une hausse du taux d'intérêt.

$$M_t^{offre} \nearrow \Rightarrow \frac{M_t}{P_t} \nearrow \Rightarrow C_t \nearrow \Rightarrow Epargne_t \searrow \Rightarrow r_t \nearrow$$

<sup>62</sup> La somme qu'il doit rembourser en termes réels est plus basse.

<sup>63</sup> Les encaisses réelles.

<sup>64</sup> La monnaie n'est pas neutre.



Effet de liquidité :

La hausse de l'offre de monnaie entraîne aussi une plus grande quantité de prêts pour les banques. Donc, une hausse de l'offre de monnaie cause par ce mécanisme une baisse des intérêts. La combinaison de ces mécanismes rend le taux d'intérêt neutre à une hausse du taux d'intérêt. Il y a donc pas d'effet de liquidité.

$$M_t^{offre} \uparrow \Rightarrow \frac{M_t}{P_t} \uparrow \Rightarrow r_t \downarrow$$

$$r_t^{No\ min\ al} \downarrow = r_t^{re'el} \downarrow + P_t^{anticip'e}$$

II.2.a) Modèle de participation limitée :

Hypothèses du modèle :

Dans ce modèle, les ménages décident de leur détention de monnaie avant la réalisation de l'information de la période courante<sup>65</sup>. La monnaie détenue par les ménages ne s'ajuste pas alors suite à un choc positif sur l'offre de monnaie.

Donc, l'effet de liquidité disparaît, puisque le ménage ne peut utiliser la monnaie additionnelle pour faire des prêts.

On impose aussi que les entreprises paient leurs employés avant de recevoir le bien de leur production. Elles doivent donc emprunter la masse salariale auprès de l'intermédiaire financier au taux  $R_t$ .

<sup>65</sup> Cette source de friction est ad hoc tout comme la spécification des contrats, ce qui est un tantinet amusant.

Présentation du modèle de base:

La contrainte comptable de l'intermédiaire financier:

$$W_t N_t = I_t + X_t$$

L'intermédiaire financier prête la masse salariale aux entreprises intermédiaires. Sa source de financement est les prêts des ménages et les versements de monnaie venant du gouvernement.

La contrainte budgétaire du ménage :

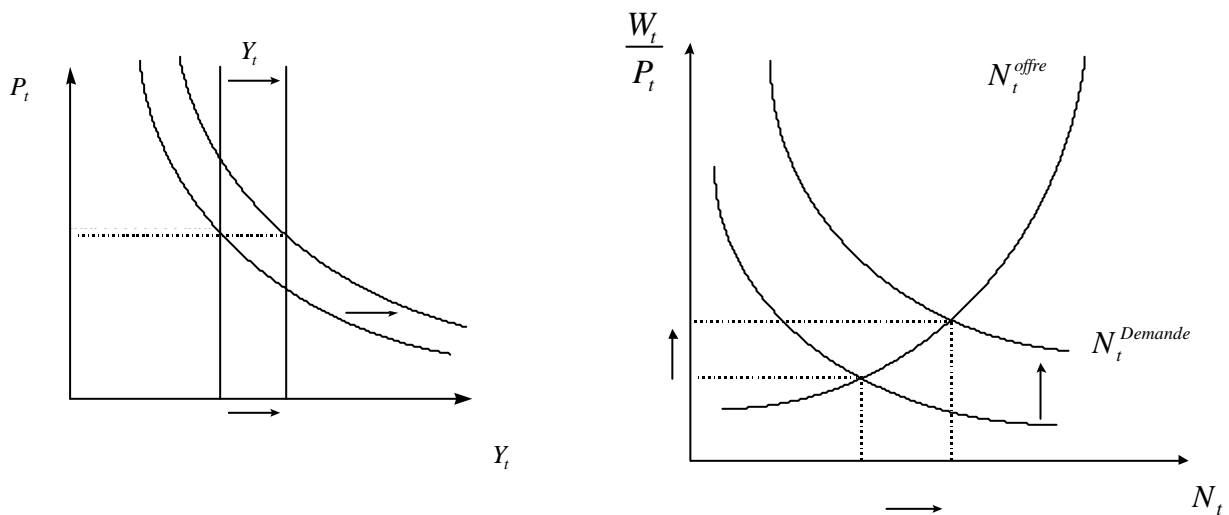
$$M_{t+1} = (W_t N_t + M_t - I_t - P_t C_t) + r_t K_t + R_t (I_t + X_t) + D_t$$

Où,  $D_t$  sont les dividendes versés par les entreprises aux ménages

$I_t$  sont les prêts des ménages à l'intermédiaire financier

$X_t$  sont les versements de monnaie à l'intermédiaire financier

$M_t$  est la quantité de monnaie détenue par les ménages



Les cinq faits (très discutables) empiriques de Christiano, Eichenbaum et Evans (1996) :

$$M \nearrow \Rightarrow Y \searrow$$

$$R \nearrow$$

$$\frac{W}{P} \searrow$$

Profits  $\searrow$

Le problème principal des modèles à prix rigides est que les profits augmentent suite à un choc monétaire négatif.

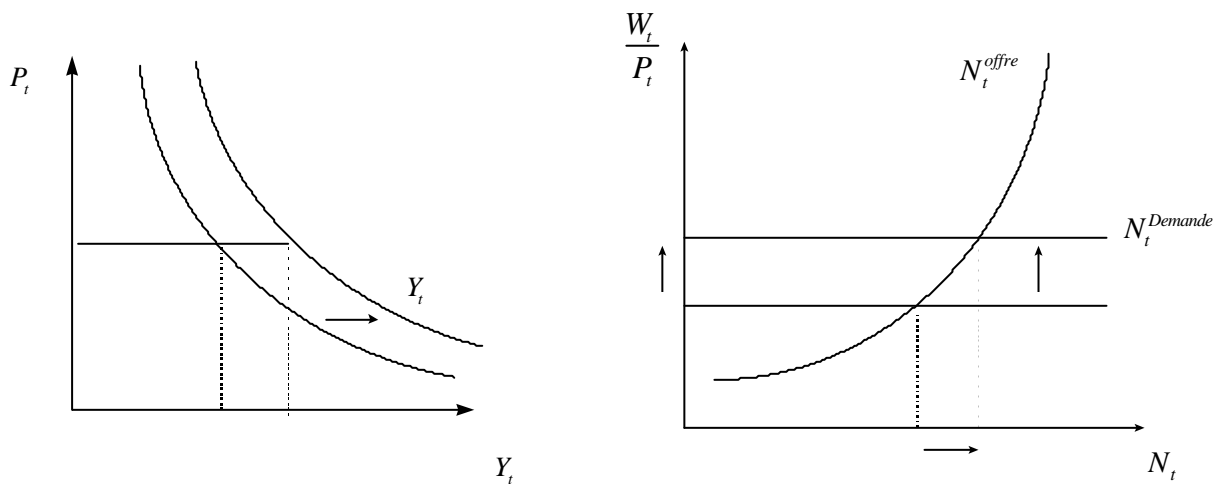
Le modèle à participation limitée explique les cinq faits si l'élasticité de l'offre du travail est élevée et le markup moyen est élevé<sup>66</sup>.

Le problème selon les auteurs vient de l'absence de frictions, comme les contrats de travail qui amortissent les variations du coût marginal de la production suite à un choc monétaire.

Les ménages n'ajustent pas immédiatement leur détention d'enchasses réelles suite à un choc monétaire. L'effet de cette friction est que la contraction monétaire a un impact disproportionné sur les réserves des banques et donc sur l'offre de fonds. Ceci entraîne une hausse des taux d'intérêts qui force les firmes utilisatrices de capital à réduire leur production.

## II.2.b) Modèle de prix rigide<sup>67</sup> :

Les firmes n'ajustent pas immédiatement le prix de vente suite au choc monétaire. La production étant déterminée par la demande, l'effet de cette contrainte est que la production agrégée chute suite à une contraction monétaire.



<sup>66</sup> 40%

### III) Concurrence imparfaite et imperfections des marchés

En concurrence parfaite, la firme ou le travailleur est un preneur de prix. Ils ne peuvent influencer le prix de vente et ils peuvent vendre autant qu'ils veulent, parce qu'ils ne forment qu'une partie infime du marché. Ceci est souvent faux, il suffit d'ouvrir les pages jaunes pour constater que le nombre de producteurs par produit est souvent faible et que ces produits tendent à être différenciés.

En concurrence imparfaite, on suppose que la firme n'est pas une preneuse de prix et qu'elle peut donc influencer le prix de vente sur son marché. Il existe une variété de modèles dont le monopole lorsque la firme est seule et des modèles supposant ou non un comportement stratégique s'il y a plusieurs firmes.

#### III.1) Monopole sur le marché des biens et services (alternativement du travail ou du capital)

VÉRIFIER DANS FARMER ! ! !)

Il est nécessaire de ne pas confondre la notion de rigidité de prix ou de prix fixe et la notion de monopole. Le pouvoir de monopole entraîne un niveau des prix supérieur à celui de concurrence. Il n'entraîne ni de rigidité de prix ni de prix fixe. Donc, la politique monétaire n'a pas plus d'effet en présence de monopole ou de concurrence. Notons finalement, que la notion de monopole ne s'applique pas uniquement au marché des biens et services, mais aussi au marché du travail où il pourrait être pertinent<sup>68</sup>.

Il existe plusieurs types de monopoles :

La source du pouvoir du monopole peut-être entre autres légale<sup>69</sup>, le résultat de coûts fixes massifs<sup>70</sup>, technologique<sup>71</sup>, d'information exclusive<sup>72</sup>. Le pouvoir du monopole simple vient de la capacité qu'à celui-ci d'influencer le prix de son produit en modifiant sa production. Se faisant, il produit moins que la quantité de

---

<sup>67</sup> Pas en équilibre m'enfin

<sup>68</sup> Hart (1982)

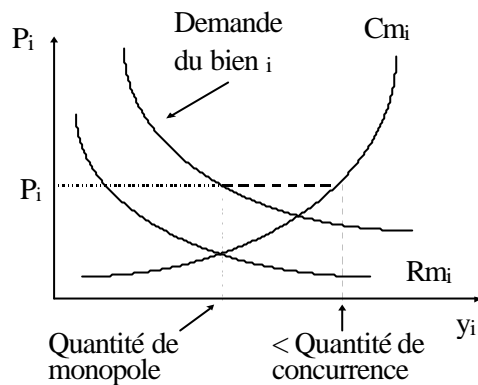
<sup>69</sup> Par exemple, la production de café est donnée exclusivement à une entreprise.

<sup>70</sup> Exploitation de l'énergie comme Hydro-Québec.

<sup>71</sup> Microsoft sort une nouvelle base d'exploitation tellement populaire qu'elle peut manipuler son prix de vente.

<sup>72</sup> Un fabricant de logiciel n'a pas la même information que Microsoft sur sa prochaine base de donnée. Ceci permet à Microsoft de faire un logiciel de même type mieux adapté.

concurrence. Ce type de modélisation s'applique aussi bien au marché des biens et services qu'au marché du travail ou du capital. Nous nous concentrons cependant, sur le marché des biens et services.



Un changement de prix fait varier le profit du monopole, si ce profit est reversé au ménage sous forme de dividendes, alors son bien-être en sera modifié. Cette externalité de prix est connue comme étant l'externalité de demande agrégée de Blanchard et Kyotaki (1987).

Il existe plusieurs types de tarification :

Discrimination de premier degré (par personne)

Discrimination de second degré (par quantité)

Ex: abonnement moins cher que ticket de bus à chaque trajet

Discrimination de troisième degré (par sous groupes)

Ex: ticket de cinéma moins cher pour les jeunes

vérifier

Duopole : Concurrence entre deux firmes ayant la possibilité d'influencer le prix du marché

Équilibre de Bertrand (concurrence en prix)

Équilibre de Cournot (concurrence en quantité)

Price leadership : Une firme décide en premier du prix auquel, elle va vendre. La seconde firme utilise alors la fonction de réaction de la première pour fixer son prix ???

Quantity leadership : Une firme décide en premier de la quantité qu'elle va vendre. La seconde firme utilise alors la fonction de réaction de la première pour décider de sa production ???

Oligopole (plus le nombre de firmes est grand pour un même produit, plus on tend vers la concurrence parfaite)

Monopsonne : Plusieurs vendeurs un seul acheteur.

Premier type : S'ils vendent le même produit, on peut poser que l'acheteur a un pouvoir de marché ? ? ? ? ? ? ? ?

Ex: Agriculteurs au Cameroun produisent du coton vendu à un unique vendeur (gvt souvent) et se font rouler dans la boue.

Second type : La concurrence monopolistique.

L'acheteur considère les biens qu'il achète comme un substitut imparfait et les utilise dans son processus de production. C'est un cas particulier de l'oligopole. Ici, chaque firme produit un bien différencié, donc elle ignore l'effet de sa décision de prix sur le prix des autres firmes. Ceci permet d'éliminer le problème des comportements stratégiques<sup>73</sup> des firmes entre elles. Donc, chaque firme se comporte comme un monopole, d'où le nom de concurrence monopolistique. Cependant, ce n'est pas un comportement courant, mais un modèle pratique.

Exemple : Industrie automobile. Les voitures se ressemblent, bien différencié, nombre faible de producteurs de voitures dans le monde. Marques

### III.1.a) Le Monopsonne ou la concurrence monopolistique<sup>74</sup>

Source : Christiano Eichenbaum et Evans (19 )

Firme finale compétitive :

La firme finale est concurrentielle dans la vente de sa production. Cependant, ses intrants sont fournis par des entreprises ayant un pouvoir de marché. Le pouvoir de marché vient du fait que les intrants ne sont pas des substituts parfaits pour la firme finale. Les firmes intermédiaires tiennent compte de la fonction de réaction de la firme finale à une variation de leurs ventes d'intrants dans leur problème. Le résultat du problème est que le prix du bien intermédiaire a une marge fixe au-dessus de son coût marginal. Cependant, ils ne considèrent pas l'effet de leurs propres actions sur les autres producteurs d'intrants et la production de la firme finale. Donc, chaque producteur d'intrant se comporte comme un monopole. Il s'agit donc d'une formulation simple puisqu'on évite les comportements stratégiques des producteurs, mais peu réaliste.

Problème de la firme finale :

---

<sup>73</sup> Théorie des jeux

<sup>74</sup> Blanchard et Kiyotaki (1987)

$$p_t = p_t y_t - \int_0^1 p_{it} y_{it} di$$

$$\text{sous la contrainte que } y_t = \left[ \int_0^1 y_{it}^{1/m} di \right]^m \quad (1)$$

Le problème de la firme peut donc s'écrire

$$p_t = p_t \left[ \int_0^1 y_{it}^{1/m} di \right]^m - \int_0^1 p_{it} y_{it} di$$

La condition de premier ordre est donc :

$$\frac{\partial p_t}{\partial y_{it}} : m p_t \frac{1}{m} y_{it}^{1/m-1} \left[ \int_0^1 y_{it}^{1/m} di \right]^m - p_{it} = 0$$

$$p_{it} = \left[ \frac{y_{it}}{y_t} \right]^{1-m/m} p_t$$

Cette équation va servir aux firmes intermédiaires pour déterminer leur prix de vente. Il s'agit de la fonction de réaction des firmes intermédiaires.

Dérivons le prix de la firme finale :

$$\left[ \frac{y_{it}}{y_t} \right] = \left[ \frac{p_{it}}{p_t} \right]^{m/1-m}$$

$$\left[ \frac{y_{it}}{y_t} \right]^{1/m} = \left[ \frac{1}{y_t} \right]^{1/m} y_{it}^m = \left[ \frac{p_{it}}{p_t} \right]^{1-m} = \left[ \frac{1}{p_t} \right]^{1-m} p_{it}^{1-m}$$

$$\int_0^1 \left[ \frac{y_{it}}{y_t} \right]^{1/m} di = \left[ \frac{1}{y_t} \right]^{1/m} \int_0^1 y_{it}^m di = \int_0^1 \left[ \frac{p_{it}}{p_t} \right]^{1-m} di = \left[ \frac{1}{p_t} \right]^{1-m} \int_0^1 p_{it}^{1-m} di$$

$$\left[ \frac{1}{y_t} \right]^{1/m} y_t^m = 1 = \left[ \frac{1}{p_t} \right]^{1-m} \int_0^1 p_{it}^{1-m} di$$

$$p_t = \left[ \int_0^1 p_{it}^{1-m} di \right]^{1-m}$$

Donc, le prix de la firme finale est une somme pondérée des prix des firmes intermédiaires. Donc, le prix de la firme finale hérite du comportement des prix des firmes intermédiaires. Par exemple, le prix de l'intermédiaire est plus élevé qu'en concurrence. Donc, la firme finale (qui sert en quelque sorte d'agrégateur) a un prix supérieur à ce que l'on obtiendrait si les intermédiaires fournissaient un intrant de manière concurrentielle. Cependant, ce n'est pas pour autant que les prix ne sont pas flexibles.

Problème de la firme intermédiaire :

$$\text{Max}_{n_{it}, k_{it}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \frac{b^t u_{ct}}{p_t} (p_{it} y_{it} - w_t n_{it} - r_t k_{it})$$

sous la contrainte que  $p_{it} = \left[ \frac{y_t}{y_{it}} \right]^{m-1/m} p_t$

$$y_{it} = z_{it} k_{it}^a n_{it}^{1-a} - C_f \quad 75$$

Vérifier taux d'actualisation.

Le but de cette firme est de maximiser le dividende qu'elle va reverser aux ménages. Le marché du capital et du travail est supposé parfaitement concurrentiel.

Par hypothèse, on pose que la firme intermédiaire n'influence pas la production ou le prix de vente de la firme finale.

Soit,

$$\frac{\partial y_t}{\partial n_{it}} = 0 \quad \frac{\partial y_t}{\partial k_{it}} = 0$$

$$\frac{\partial p_t}{\partial n_{it}} = 0 \quad \frac{\partial p_t}{\partial k_{it}} = 0$$

Les conditions du premier ordre par rapport au travail et au capital donnent les équations suivantes :

$$\frac{w_t}{p_t} = \frac{1-a}{m} \frac{y_{it}}{n_{it}^a} \left[ \frac{y_{it}}{y_t} \right]^{1-\frac{m}{m}}$$

$$\frac{w_t}{p_t} = \frac{a}{m} \frac{y_{it}}{k_{it}^{1-a}} \left[ \frac{y_{it}}{y_t} \right]^{1-\frac{m}{m}}$$

On peut exprimer le problème de la firme finale sous une forme plus intuitive de la manière suivante :

$$\text{Max}_{y_{it}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \frac{b^t u_{ct}}{P_t} (p_t y_{it} - C_{it}(y_{it}))$$

sous la contrainte que  $p_{it} = \left[ \frac{y_t}{y_{it}} \right]^{\frac{m-1}{m}} p_t$

La firme doit couvrir ses coûts variables<sup>76</sup> et fixes. Donc,

$$p = p(y)y - c(y) \geq 0 \Rightarrow p(y) \geq \frac{c(y)}{y} = CM_{(moyen)}$$

$$\boxed{p(y) \geq CM_{(moyen)}}$$

<sup>75</sup> où  $C_f$  est un coût fixe.

<sup>76</sup>  $C_{it} = \frac{w_t}{p_t} n_{it} + \frac{r_t}{p_t} k_{it}$  <sup>76</sup> = Coût réel de la firme intermédiaire

La condition de premier ordre donne :

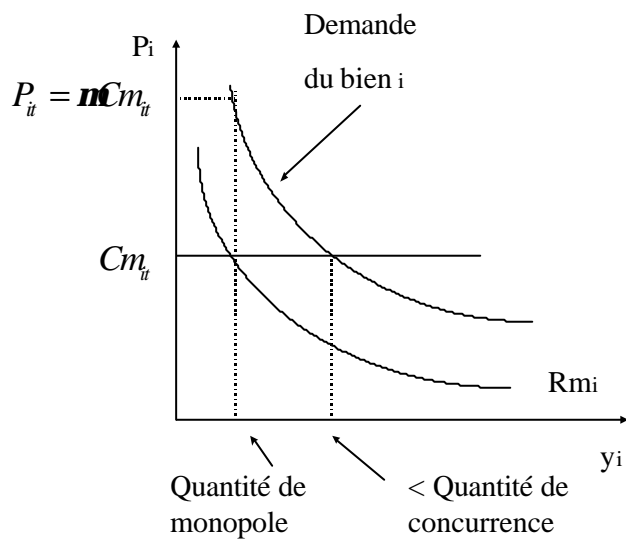
$$\boxed{Rm_{(marginal)} = Cm_{(marginal)}}$$

$$p_t \frac{1}{m} y_i^{1-m/m} y_t^{m-1/m} - Cm_i = 0$$

$$\frac{p_t}{m} \left[ \frac{y_i}{y_t} \right]^{1-m/m} - Cm_i = 0$$

$$(2) \Rightarrow \frac{p_t}{m} \left[ \frac{p_i}{p_t} \right] - Cm_i = 0$$

$$\boxed{p_i = m Cm_i}$$



Donc, lorsqu'une firme fournit un intrant imparfaitement substituable aux autres intrants de la firme finale, elle fixe le

prix de l'intrant à une marge fixe au dessus de son prix<sup>77</sup>. Or,  $p_t = \left[ \int_0^1 p_{it}^{1-m} di \right]^{1-m}$ , dans un tel modèle, on tend

donc à s'éloigner des prix pratiqués en concurrence parfaite. En fait on est systématiquement au dessus.

Reprenons le problème précédent : (retrouvons un résultat standard de micro)

$$\boxed{\text{Max}_{y_{it}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\mathbf{b}' u_{ct}}{p_t} (p_{it}(y_{it})y_{it} - C_{it}(y_{it}))}$$

Ici, on ne s'attarde pas à la forme de la fonction de réaction. La condition de premier ordre est :

$$p_{it}(y_{it}) + p'_{it}(y_{it})y_{it} - Cm_{it} = 0$$

$$Rm_t = p_{it}(y_{it}) + p'_{it}(y_{it})y_{it} = Cm_{it}$$

$$Rm_t = p_{it}(y_{it}) \left[ 1 + \frac{p'_{it}(y_{it})}{p_{it}} y_{it} \right] = p_{it}(y_{it}) \left[ 1 - \frac{1}{\left| \mathbf{e}_{y_{it}, p_{it}(y_{it})} \right|} \right]$$

$$\boxed{Rm_t = p_{it}(y_{it}) \left[ 1 - \frac{1}{\left| \mathbf{e}_{y_{it}, p_{it}(y_{it})} \right|} \right]}$$

Donc, le revenu marginal est une fonction de l'élasticité de la demande de l'intrant. Il faut que celle-ci soit supérieure à 1, pour que la firme intermédiaire accepte de produire<sup>78</sup>.

Or,  $p_{it} = mCm_{it}$

$$Cm_t = \frac{p_{it}}{m} = Rm_t = p_{it}(y_{it}) \left[ 1 - \frac{1}{\left| \mathbf{e}_{y_{it}, p_{it}(y_{it})} \right|} \right]$$

$$\frac{1}{m} = \left[ 1 - \frac{1}{\left| \mathbf{e}_{y_{it}, p_{it}(y_{it})} \right|} \right]$$

<sup>77</sup> Fix markup

<sup>78</sup> Sinon  $Rm < 0$

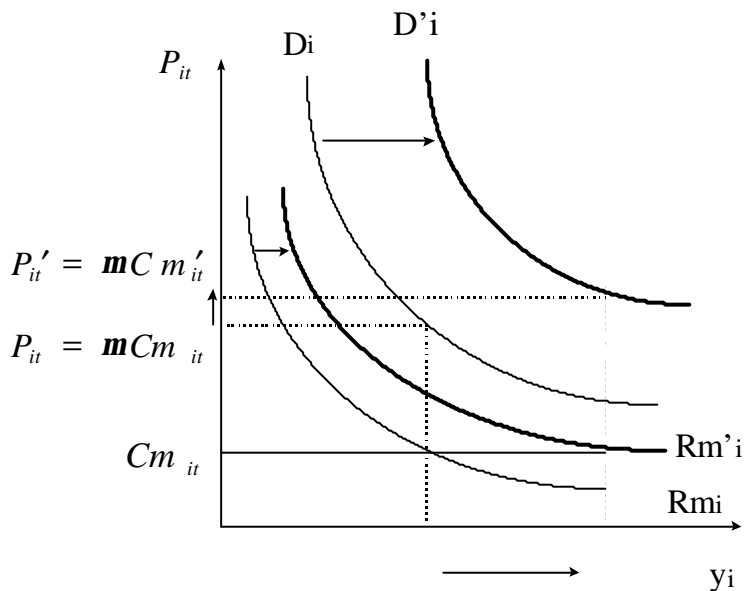
On suppose l'élasticité nettement supérieure à 1, donc par un développement limité de degré 1, on obtient :

$$-\ln m = \ln \left[ 1 - \frac{1}{\left| e_{y_i, P_{it}}(y_i) \right|} \right] \approx - \left| e_{y_i, P_{it}}(y_i) \right|$$

$$\boxed{\ln m \approx \left| e_{y_i, P_{it}}(y_i) \right|}$$

Donc, le markup est approximativement l'exponentiel de l'élasticité de la demande pour le bien intermédiaire.

Effet d'un choc positif sur la demande de biens de l'intermédiaire i, en supposant que le coût marginal reste constant :



Remarque : Un modèle en concurrence imparfaite (ici monopolistique) n'a rien à voir avec les modèles où le prix est fixé par contrat à l'avance ou avec un modèle à ajustement lent des prix. La concurrence monopolistique n'entraîne par exemple qu'un niveau des prix plus élevé.

Remarque : Effet de revenu suite à injection monétaire n'est possible que s'il y a une certaine friction au niveau des prix

(monnaie non neutre, monnaie réelle  $\frac{M}{P}$  varie) ou bien si la monnaie et consommation bouge avant prix (model cash

in advance) ??????????

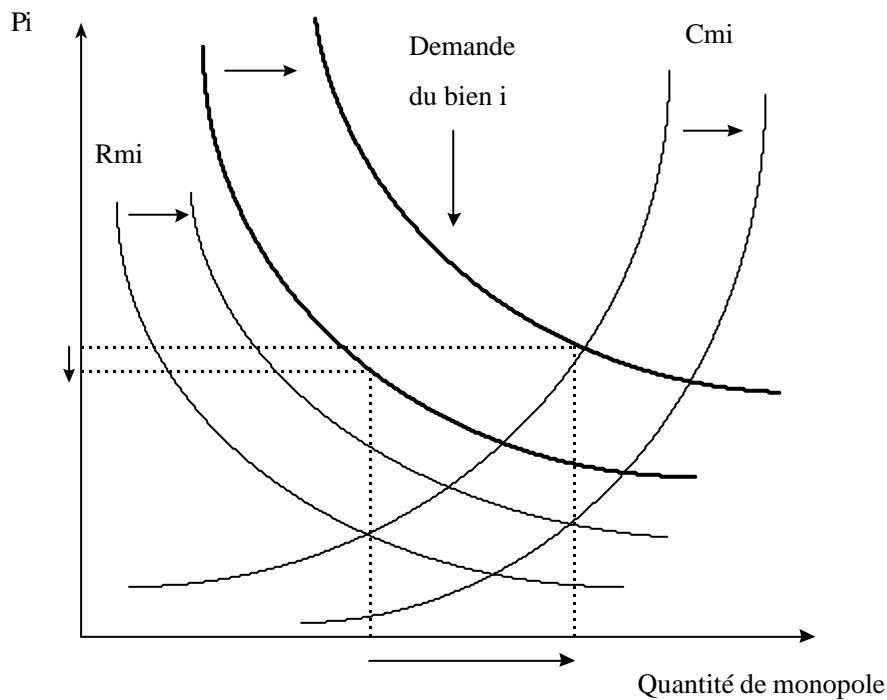
III.1.b) Oligopole :

Source : Bergin et Feenstra (1998) présenté à la conférence NASM98 de la Econometric Society, assez directement

Dans le modèle précédent de concurrence monopolistique, la firme finale sert à agréger la production des firmes intermédiaires. Sa fonction de production est une fonction à élasticité de substitution constante ou CES<sup>79</sup>. Donc, les intrants sont considérés comme des substituts imparfaits et le degré de substitution ou de différenciation ne change pas. Ceci a pour conséquence que le prix d'un bien intermédiaire ne dépend pas des autres biens intermédiaires<sup>80</sup>. Donc, chaque producteur de bien intermédiaire se comporte comme un monopole, puisque l'interaction avec les autres producteurs d'intrants est éliminée par le choix de la fonction de production de la firme finale.

Le modèle de Bergin et Feenstra (1998) diffère dans sa méthodologie du modèle précédent, puisque c'est le consommateur qui produit les intrants de production différenciés. De plus, Bergin et Feenstra (1998) modifient le modèle de concurrence monopolistique en un problème d'oligopole. Cette modification est rendue possible par l'introduction d'une fonction pour le producteur final translog. De cette manière, le comportement de la firme intermédiaire dépend du comportement des autres firmes intermédiaires. Les auteurs gardent l'hypothèse que la firme intermédiaire ne se pense pas capable d'influencer le prix du bien final.

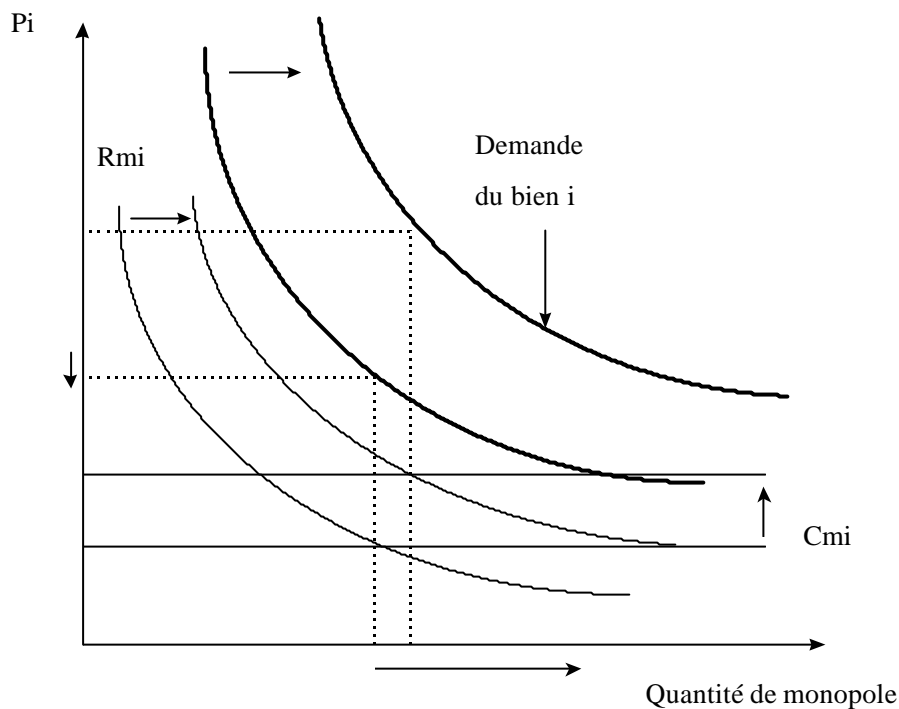
Choc monétaire positif en présence de coût marginaux croissants :



<sup>79</sup> Constant Elasticity of Substitution

<sup>80</sup> Fix markup

Choc monétaire positif en présence de coût marginaux constants :



Chari, Kehoe et McGrattan (1996) montrent que les chocs monétaires ont peu de persistance dans les modèles de concurrence monopolistique, parce que les prix s'ajustent trop rapidement. Le prix optimal a une marge fixe par rapport au coût marginal dans un modèle de concurrence monopolistique. Or, dans ces modèles, le travail, le prix du capital et le salaire varient suite au choc monétaire. Donc, le coût marginal augmente avec la production. Cette conclusion ne dépend pas de la présence de coût croissants ou constants.

Pour réduire la variation du coût marginal suite à un choc monétaire, différents outils sont utilisés :

- Coût variable du capital de Dotsey, King et Wolman (1997)
- Rigidité (stickyness) des salaires de Erceg (1997)
- Rendements croissants de Kiley (1997)
- Chain production de Huang et Liu (1998)
- Utilité non CES implique un coût d'ajustement des prix plus faible et plus réaliste et donne de la persistance de Kimball (1995)
- Préférences Stone et Geary ne donnent pas de persistance de Chari, Kehoe et McGrattan (1996)

- L'élasticité de la demande varie parce que l'élasticité des biens durables procycliques est supérieure à celle des non durables dans Kilely (1997)
- La difficulté de maintenir un cartel en période d'expansion entraîne des changements dans le comportement des prix dans Rotemberg et Woodford (1995)

Nous présentons ici la méthode de Bergin et Feenstra (1998), qui consiste à utiliser une fonction translog au lieu de CES, de manière à rendre le prix fonction non seulement du coût marginal de la production, mais aussi des autres firmes. De cette manière, la rigidité des prix peut être transmise à travers les firmes.

Ce modèle ne contient pas de capital et la seule source de fluctuation est la monnaie. La monnaie est intégrée directement dans l'utilité.

Problème du ménage :

$$\text{Max} E_t \sum_{t=0}^{\infty} b^t \left( \ln C_t + \ln \frac{M_t}{P_t} - \frac{N_t^{1+s}}{1+s} \right)$$

$$P_t C_t + B_{t+1} + M_t = W_t N_t + (1+r_t)B_t + M_t + \Pi_t + T_t$$

Fonction de dépense par unité (unit expenditure function):

$$\ln P_t = \ln f(p_t) = \sum_{i=1}^N a_i \ln p_{it} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N g_{ij} \ln p_{it} \ln p_{jt} \quad \text{où } g_{ij} = g_{ji}$$

$$\text{La fonction est homogène de degré 1} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N a_i = 1 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^N g_{ij} = \sum_{j=1}^N g_{ji} = 0$$

$$\text{La part des dépenses est donc : } s_{it} = \frac{\partial \ln P_t}{\partial \ln p_{it}} = a_i + \sum_{j=1}^N g_{ij} \ln p_{jt}$$

La dépense pour chaque bien différencier est une fraction de la dépense totale, et la demande pour chaque bien est déterminée par cette contrainte d'agrégation :  $p_{it} x_{it}^h = s_{it} (P_t C_t)$

$$\text{L'élasticité de la demande est : } h_{it} = 1 - \frac{\partial \ln s_{it}}{\partial \ln p_{it}} = 1 - \frac{g_{ii}}{s_{it}}$$

Cas spécial où les biens sont symétriques dans la fonction de production :

$$a_i = \frac{1}{N} ; g_{ii} = -\frac{g}{N} ; g_{ij} = \frac{g}{N(N-1)} \quad j \neq i$$

Problème de l'entreprise :

Fonction de production de Basu (1995) où le bien final est utilisé comme intrant dans la production :

$$y_{it} = AN_{it}^q Z_{it}^{1-q}$$

$$\text{Où } A = \frac{1}{1-q} \left( \frac{1-q}{q} \right)^q$$

$X_{it}$  est la quantité du bien final ou composite utilisé dans la production.

$$Cm_t = W_t^q P_t^{1-q}$$

$$\text{Max}_{P_{it}} E_{t-1} \sum_{t=t}^{t+T-1} (p_{it} - Cm_t) x_{it}$$

$$p_{it} x_{it}^f = s_{it} (P_t Z_{it})$$

Ils introduisent un échelonnement des prix..

$$\ln p_{1t} = \frac{1}{3} E_{t-1} \left( \ln Cm_t + \frac{1}{2} \ln p_{2t} + \ln Cm_{t+1} + \frac{1}{2} \ln p_{2t+1} + \frac{1}{g} \right)$$

$$\ln p_{2t+1} = \frac{1}{3} E_{t-1} \left( \ln Cm_{t+1} + \frac{1}{2} \ln p_{1t+1} + \ln Cm_{t+2} + \frac{1}{2} \ln p_{1t+1} + \frac{1}{g} \right)$$

On montre que le prix dépend non seulement du coût marginal et du prix des autres firmes.

$$\ln C_t = q \ln W_t + (1-q) \ln P_t \approx q \ln W_t + \frac{1-q}{2} \ln p_{1t} + \frac{1-q}{2} \ln p_{2t}$$

Condition d'équilibre dans le marché des biens et services :  $y_t = c_t + z_t$

Condition d'équilibre dans le marché des obligations :  $B_t = 0$

Ils montrent qu'en augmentant le nombre de groupes, la persistance augmente. De plus, la persistance est supérieure à la durée des chocs.

III.1.b) Part du travail et du capital flexible :

Source : Ambler et Cardia (1996)

Dans un modèle néoclassique avec fonction Cobb-Douglas, la part du capital et du travail est fixe. Or, empiriquement, la part du capital dans la production est procyclique et la part du travail contracyclique.

Démonstration :

La fonction de production Cobb-Douglas a la forme suivante :  $y_t = f(k_t, n_t) = z_t n_t^a k_t^{1-a}$

Les conditions de premier ordre de la firme néoclassique sont :

$$f_{k_t}(k_t, n_t) = (1-a) \frac{y_t}{k_t} = \frac{r_t}{p_t}$$

$$f_{n_t}(k_t, n_t) = a \frac{y_t}{n_t} = \frac{w_t}{p_t}$$

$$\Rightarrow (1-a) = \frac{r_t k_t}{p_t y_t}$$

$$a = \frac{w_t n_t}{p_t y_t}$$

D'après le théorème d'Euler et la fonction de production ayant un rendement d'échelle constant :

$$y_t = f_{k_t} k_t + f_{n_t} n_t = \frac{r_t}{p_t} k_t + \frac{w_t}{p_t} n_t \Rightarrow p_t y_t = r_t k_t + w_t n_t$$

Autres modèles :

Gomme et Greenwood (1995) introduisent des contrats de travail de long terme dans un modèle néoclassique. Ils montrent que la part du travail est contra cyclique.

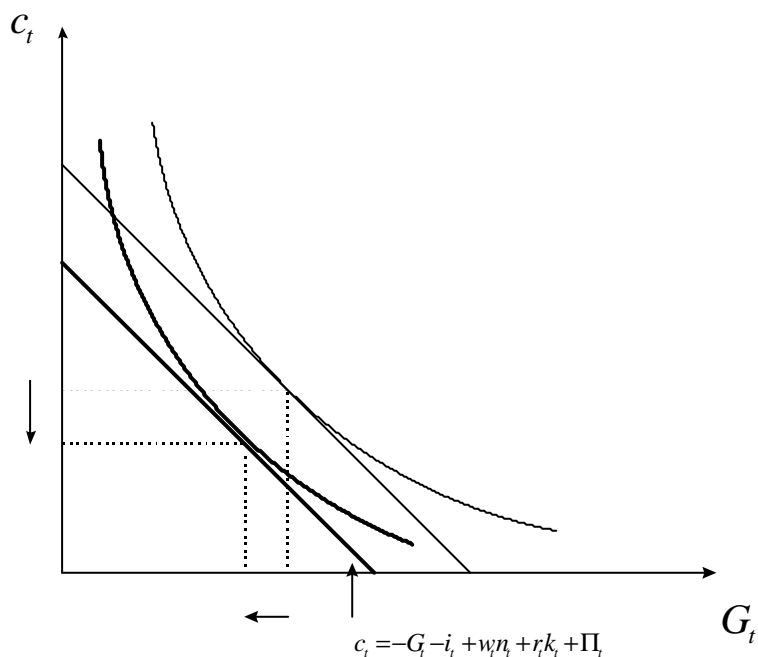
Hornstein (1993) utilisent un modèle de concurrence monopolistique pour obtenir une part du travail contra cyclique et une part du capital pro cyclique. Cependant, la corrélation de ces parts avec la production est parfaite, ce qui est empiriquement faux.

Les auteurs utilisent un modèle de concurrence monopolistique, avec entrée et sortie.

Méthodologie d'Ambler et Cardia (1993) :

Ils utilisent un modèle de concurrence monopolistique, dans lequel les firmes doivent choisir en début de période si elle entrent sur le marché. Les firmes sortent du marché lorsque leur profit escompté devient négatif. Ils montrent que l'on peut ainsi rendre la part du travail contra cyclique et la part du capital pro cyclique et retrouver leur volatilité relatives. L'ajout de l'entrée et de sortie peut selon eux permettre de reproduire la corrélation de chaque part avec la production. Finalement, ils considèrent que ce modèle réplique bien le flux net procycliques de créations d'entreprises.

Notons que l'entrée et la sortie de firmes permet d'engendrer un choc sur l'offre agrégée de biens et services. Les auteurs ajoutent aussi un choc sur les dépenses publiques, qui font donc déplacer la courbe de demande agrégée de biens et services<sup>81</sup>.



Ils définissent des fonctions agréant la consommation et les dépenses publiques.

### III.2) Coût d'ajustement des prix<sup>82</sup>

<sup>81</sup> Une augmentation des dépenses publiques provoque un effet de richesse négatif, parce que celles-ci sont moins biens considérées que les dépenses privées par le ménage.

### III.2.a) Coût introduit de manière exogène : Ireland (1996)

La méthode de Ireland (1996) consiste à introduire le coût d'ajustement des prix directement comme un coût réel dans les dividendes réels de la firme :

$$\text{Max}_{n_{it}, k_{it}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\mathbf{b}' u_{ct}}{p_t} (p_{it} (y_{it}) y_{it} - w_t n_{it} - r_t k_{it} - \frac{\mathbf{f}}{2} \left[ \frac{p_{it}}{p_{it-1}} - 1 \right]^2 y_t p_t)$$

$$\text{Coût d'ajustement des prix} = \frac{\mathbf{f}}{2} \left[ \frac{p_{it}}{p_{it-1}} - 1 \right]^2 y_t p_t$$

résultats, persistance ?

### III.2.b) Coût introduit de manière endogène par les préférences du consommateur: Rotemberg (1996)

Source : Rotemberg (1982, 1996), assez directement de Rotemberg (1996)

Dans le modèle de Rotemberg (1996), le ménage produit un bien différencié vendu aux firmes. Celles-ci l'utilisent pour produire un bien final et sont en concurrence parfaite. Le coût marginal de modifier les prix est une fonction de sa variation, donc ajuster les prix immédiatement est coûteux. En termes plus simples, soit on préfère s'approvisionner à un prix stable, soit les consommateurs n'aiment pas les variations de prix, soit il est coûteux d'éditer sans arrêt des catalogues<sup>83</sup>.

L'introduction du coût entraîne une certaine inertie des prix. La justification de ce coût vient du fait que le ménage préfère des prix stables. Cette préférence est introduite de la manière suivante :

$$\text{Max} \sum_{j=0}^{\infty} E_t \left( \bar{U}(c_{t+j}, l_{t+j}) - c \frac{x_{t+j}}{2} \left[ \log(p_{t+j}^j) - \log(p_{t+j-1}^j) \right]^2 \right)$$

Où x est le choc technologique permanent.

Il y a N ménages de durée de vie infinie, produisant chacun un intrant différencié. Ces intrants sont achetés par des firme en concurrence parfaite pour produire le bien final. Elle sert donc à agréger la production.

Fonction de production de la firme finale :  $Y_{it} = Y(Z_{it}^1, \dots, Z_{it}^N)$

Où  $(Z_{it}^1, \dots, Z_{it}^N)$  est le vecteur des biens achetés comme intrants par la firme et produits par la firme finale i.

---

<sup>82</sup> Mc Grattan Chio Chang (199) introduisent une certaine rigidité de prix.

Rotemberg et Woodford (1996) montrent, que l'hypothèse de symétrie et de rendements constants de la fonction de production de la firme finale, permet d'obtenir la demande agrégée pour le bien  $j$  en  $t$  ( $Z_t^j$ ).

$$Z_t^j = \sum_i Z_{it}^j \text{ et } Z_t^j = Y_t d \left( \frac{P_t^j}{P_t} \right)$$

$$\text{Où, } Y_t = \sum_i Y_{it}$$

$$d(1) = 1, \quad d'(1) < 0$$

Fonction de production de l'intrant différencié du ménage  $j$  :  $Z_t^j = X_t F(N_t^j) \quad F' > 0, \quad F'' < 0$

Contrainte d'inégalité cash in advance :  $P_t C_t^j \leq M_t^j$

$$C_t^j \leq \frac{M_t^j}{P_t}$$

Cette contrainte d'inégalité est une égalité tant que  $E_t \mathbf{b} \frac{P_t}{P_{t+1}} < 1 \quad \forall t$

Contrainte budgétaire :  $M_{t+1}^j = P_t^j X_t F(H_t^j) + M_t^j - P_t C_t^j + T_{t+1}^j$

Contrainte budgétaire du gouvernement :  $T_{t+1}^j = M_{t+1}^j - M_t^j$

En prenant ces deux contraintes sous forme d'une égalité, on obtient :  $M_{t+1}^j = P_t^j X_t F(H_t^j) + T_{t+1}^j$

$$M_{t+1}^j = P_t^j X_t F(H_t^j) + T_{t+1}^j = P_t^j Z_t^j + T_{t+1}^j = P_t^j Y_t d \left( \frac{P_t^j}{P_t} \right) + T_{t+1}^j$$

$$M_{t+1}^j - T_{t+1}^j = M_t^j = P_t^j Y_t d \left( \frac{P_t^j}{P_t} \right)$$

La contrainte budgétaire du gouvernement implique :  $M_t^j = P_t^j Y_t d \left( \frac{P_t^j}{P_t} \right)$

La symétrie implique que :  $\frac{M_t}{P_t} = Y_t d \left( \frac{P_t}{P_t} \right) = Y_t d(1) = Y_t$

---

<sup>83</sup> Menu cost

$$\frac{M_t}{P_t} = Y_t$$

But du modèle :

Le but de l'auteur est de répliquer la corrélation négative entre la production et le prix et la corrélation négative plus faible entre les heures de travail et le prix. Ils cherchent aussi à vérifier la corrélation positive entre les mouvements inattendus des prix et de la production.

$$\text{Corr}(Y, P) < 0 \quad \text{Corr}(N, P) < 0$$

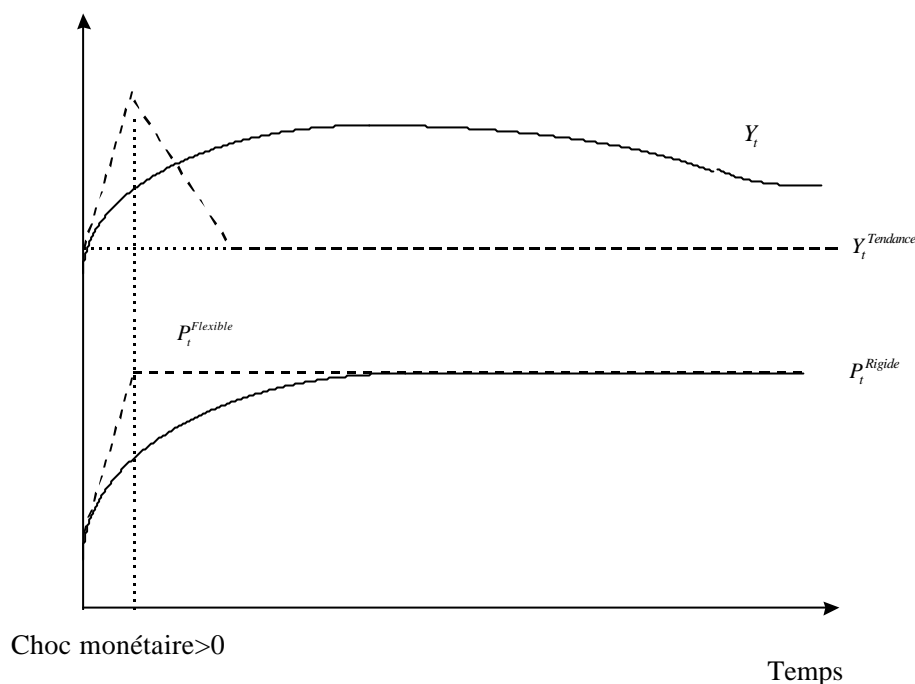
$$\text{Corr}(e_Y, e_P) > 0$$

Où  $e_Y = Y_t - E_{t-1}Y_t$  est l'erreur de prévision ou le mouvement inattendu de  $Y_t$

$e_P = P_t - E_{t-1}P_t$  est l'erreur de prévision ou le mouvement inattendu de  $P_t$

Si les prix répondent lentement à un choc monétaire, la monnaie réelle (M/P) augmente et les gens sont plus riches. Il y a donc un effet de revenu et de substitution créant un effet de liquidité et de Fisher. La rigidité des prix tendrait, à mon avis, à faire dominer l'effet de liquidité sur l'effet de Fisher. Le choc monétaire entraîne donc une baisse des taux d'intérêts nominaux lorsque les prix sont rigides.

Cette baisse du taux d'intérêt n'est pas la seule conséquence d'un choc monétaire en présence de rigidité des prix. Supposons qu'un choc monétaire n'a pas d'effet de long terme, alors un choc monétaire entraîne une hausse de la production, puis une baisse subséquente. Les prix s'ajustent lentement :



Donc, à court terme, la corrélation entre production et prix est positive et négative à long terme. D'après Rotemberg (1996), le travail et la production ont un comportement similaire. Donc, la corrélation entre travail et prix est positive et négative à long terme. *Ils pensent aussi que les changements attendus de la productivité permettent d'expliquer pourquoi la corrélation entre le prix et la production est plus forte que la corrélation entre les variations des prix et des heures.*

### Compléter

#### III.2.x) Coût « à la nouvelle école keynésienne » : Menu cost

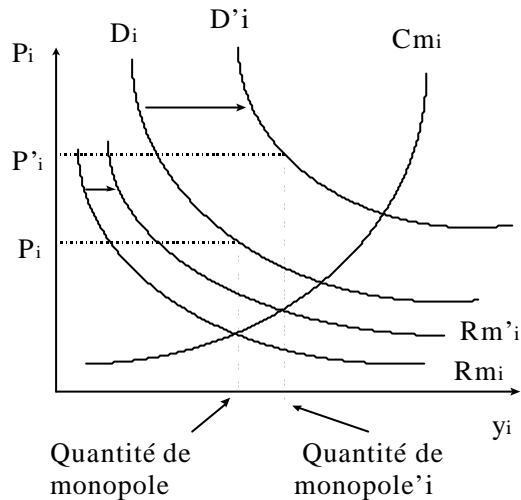
Source : Advanced Macroeconomics de Romer, New Keynesian Economics vol 1 de Mankiw et Romer

Une augmentation de la demande du bien d'un monopole entraîne une incitation pour celle-ci à augmenter sa production et son prix de vente. Supposons maintenant qu'il existe un coût à modifier son prix<sup>84</sup>, alors le gain d'une telle action pourrait ne pas excéder le coût de modifier son prix. En fait dépendant de la forme de la courbe de demande, une forte variation de la demande n'incite pas la firme à changer son prix même en présence de faibles coûts de menu. C'est l'idée derrière la nouvelle école keynésienne. De faibles rigidités micro-économiques peuvent induire de fortes rigidités macro-économiques en présence de petites frictions micro-économiques.

<sup>84</sup> Menu cost

Si la demande est volatile, et qu'on considère une période très courte comme la journée ou l'heure, la firme ne changera son prix que si le choc est suffisamment important. En fait, il s'agit de l'idée des coûts de négociation. Plus on ajuste souvent, plus on augmente ses profits. Mais moins on ajuste souvent moins on doit payer les coûts de menu.

Effet d'un choc positif sur la demande :



### III.3) Coût d'ajustement de l'emploi<sup>85</sup>

Sources : Chapitre 4 du cours de Phaneuf cycle et politique et cours d'emploi et fluctuation, Ambler - Guay et Phaneuf (1996), Cogley et Nason (1995)

L'introduction des coûts d'ajustement d'emploi permet une approximation des coûts de recherche et de licenciements des employés. L'effet de ce mécanisme est de donner de la persistance aux chocs, répondant ainsi à l'une des critiques de Cogley et Nason. Cependant, ceux-ci ont montré que ce mécanisme donne beaucoup trop peu d'ampleur aux chocs lorsqu'il est seul.

On peut introduire ce coût dans le profit de l'entreprise.

$$p_t = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} b^t \frac{U_{c_t}}{p_t} \left\{ f(z_t, k_t, n_t) - \frac{w_t}{p_t} n_t - \frac{r_t}{p_t} k_t - a(n_t - n_{t-1})^2 \right\}$$

<sup>85</sup> Donne une hump mais pas importante, combiné avec un contrat on obtient la bonne persistance (Phaneuf)

L'idée est que la firme va chercher à étaler ses coûts de varier l'emploi à travers le temps suite à un choc, entraînant ainsi de la persistance dans le travail et donc la production<sup>86</sup>. On constate en regardant la condition de premier ordre par rapport au travail, que celui-ci suit un processus persistant de type AR(1).

$$\frac{p_t}{n_t} = E_0 \mathbf{b}^t \frac{U_{c_t}}{p_t} \left\{ f_{n_t}(z_t, k_t, n_t) - \frac{w_t}{p_t} - 2\mathbf{a}(n_t - n_{t-1}) \right\} +$$

$$\mathbf{b}^{t+1} \frac{U_{c_{t+1}}}{p_{t+1}} \left\{ f_{n_{t+1}}(z_{t+1}, k_{t+1}, n_{t+1}) + 2\mathbf{a}(n_{t+1} - n_t) \right\} = 0$$

Remarquons que dans le modèle d'Ambler - Guay - Phaneuf, ils avancent ce coût d'une période. Ce qui veut dire qu'on est plus ou moins obligé de choisir la quantité de travail une période à l'avance. Le problème avec cette approche est que cela est similaire à l'hypothèse de labor hoarding de Burnseim - Eichenbaum et Rebelo. On introduit à la période présente un coût d'ajustement du travail infini, ce qui est contraire à l'hypothèse de base d'un coût fini.

$$p_t = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t \frac{U_{c_t}}{p_t} \left\{ f(z_t, k_t, n_t) - \frac{w_t}{p_t} n_t - \frac{r_t}{p_t} k_t - \mathbf{a}(n_{t+1} - n_t)^2 \right\}$$

graph du travail et production suite a choc

#### III.4) Labor hoarding : rétention de main d'œuvre

Source : Modèle de Burnside et Eichenbaum (1996) et Burnside, Eichenbaum et Rebelo (1993)

On constate que les entreprises gardent parfois des employés qui à un moment donné n'ont pas de raison d'être. Ce type de comportement s'observe dans le secteur publique, souvent en raison de politiques sociales<sup>87</sup>. Il s'observe aussi dans l'industrie privée. Ceci peut-être le résultat de coûts de licenciements, la peur de ne pas retrouver quand nécessaire une personne avec cette formation spécialisée<sup>88</sup>, les coûts de recherche d'un nouvel employé et son temps et coût de formation. La notion de rétention de main d'oeuvre est introduite ici sous une forme stylisée.

L'effort de travail est observable par la firme. Ici, on utilise une idée particulière de rétention de la main d'œuvre. On décide de la quantité de travail demandée une période à l'avance.

Problème de la firme :

La firme maximise les dividendes réels,

---

<sup>86</sup>  $y = f(k, n)$

<sup>87</sup> Pour faire diminuer le chômage dans les DOM-TOM par exemple.

$$\text{Max}_{n_t, u_t, k_{t+1}} E_0 \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i u_{c_t} \left( y_t - \frac{w_t}{p_t} n_t - \frac{q_t}{p_t} i_t \right)$$

Sous la contrainte que  $y_t = z_t (k_t u_t)^{1-\alpha} (n_t f e_t g_t)^\alpha$

$$k_{t+1} = (1 - \mathbf{d}_t) k_t + i_t$$

$$\mathbf{d}_t = \mathbf{d} u_t^f$$

verifier invest dans probl

Où  $u_t$  est le taux d'utilisation du capital

$f$  est la durée du quart de travail

$n_t$  est le nombre d'employés

$e_t$  est l'effort de travail de l'employé

$\mathbf{d}_t$  est le taux de dépréciation stochastique du capital

Loi de mouvement de la technologie :  $\log z_t = (1 - \mathbf{r}_z) \log z + \mathbf{r}_z \log z_{t-1} + \mathbf{e}_{z_t}$

Problème du ménage :

Le travailleur a le choix entre travailler ou ne pas travailler. Il participe à une loterie de type Hansen et Rogerson.

$$\text{Max}_{f, c_{0t}, c_{1t}, e_{1t}} f u(c_{1t}, 1 - T_0 - e_{1t} f) + (1 - f) u(c_{0t}, 1)$$

$$u(c_{1t}, 1 - T_0 - e_{1t} f) = \log c_{1t} + \mathbf{q} \log(1 - T_0 - e_{1t} f)$$

$$u(c_{0t}, 1) = \log c_{0t} + \mathbf{q} \log(1) = \log c_{0t}$$

Où  $e_t f$  est le quart de travail efficace de l'employé

$T_0$  est le coût fixe de remplacement

Contrainte de revenu

---

<sup>88</sup> Surtout dans les secteurs à fort capital humain (silicone valley...)

Le principal doit inciter l'agent à fournir le plus grand effort pour augmenter ses dividendes, sachant que le ménage peut décider de ne pas travailler, ou choisir un niveau d'effort inférieur<sup>89</sup>.

développer

### III.5) Coût d'ajustement de l'investissement

L'idée du coût d'ajustement de l'investissement est similaire à celle du temps d'installation du capital. L'idée est que la transformation du capital financier en capital physique est un processus non immédiat (alternativement le capital financier est coûteux au moins en terme de temps à acquérir). On peut introduire ce coût de la manière suivante dans la fonction de profit :

$$\text{Dow (19)} : \frac{m}{2} (K_{t+1} - K_t)^2 p_t$$

$$\text{Ireland (1997)} : \frac{fK}{2} \left( \frac{K_{t+1}}{gK_t} - 1 \right)^2 K_t p_t$$

Les modèles de q Tobin supposent que le coût d'ajustement du capital est une fonction croissante de l'investissement. Dans le modèle de petite économie ouverte, nous présentons un modèle avec ce type de coût. Le coût d'ajustement implique que le prix de l'investissement q diffère des autres prix. **à démontrer**  
graph de l'inv et capital suite a choc

### III.6) Temps de mise en place du capital (délais de construction)

On constate empiriquement que l'acquisition de capital financier ne se traduit pas immédiatement en un capital physique utilisable par l'entreprise. Celle-ci doit mettre en place les nouvelles machines ou systèmes, construire de nouvelles bâtisses, chercher de nouveaux locaux ...

Cette idée est exprimée sous la forme d'un délai dans la mise en place du capital. On suppose qu'il faut investir en t une somme pour les N périodes à venir. Au cours de chacune de ces N périodes, une fraction  $j_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) devient du capital physique.

$$I_t = \sum_{i=1}^N j_i S_{t+i}$$

$$K_{t+1} = (1-d)K_t + S_{1t}$$

---

<sup>89</sup> Un plus grand effort est supposé réduire le bien-être de l'agent.

compléter graph path cout d'inv vs lag (zimmerman) PmK vs I conditino d'optimalité

prix capital vs inv .....

Les coûts d'ajustement du capital et de l'investissement servent à diminuer la volatilité de l'investissement. Un exemple courant vient des modèles de petite économie ouverte où le capital étranger étant infini, l'investissement domestique devient trop volatile.

III.7) Intermédiaire financier: Banking firm theory

source : Galy

Monopole venant du coût d'acquisition de l'information comme justification de l'existence

Les agents<sup>90</sup> préfèrent avoir un intermédiaire financier parce qu'il est plus facile de satisfaire de cette manière leur contrainte de liquidité. Ainsi face à un besoin non anticipé de liquidités, on préférera emprunter plutôt que de vendre une partie de son entreprise. De plus, le risque de défaillance des emprunteurs est plus facile à supporter par un intermédiaire qui réalise un ensemble de prêts que par un prêteur isolé ne traitant qu'avec un emprunteur (Townsend 1989), Diamond (1984), Diamond- Dybvig (1983) et la critique de Jacklin (1987))<sup>91</sup>.

III.8) Délais de production

Dans le modèle de Long et Plosser, ceux-ci supposent que la production prend une période pour se réaliser après avoir acheté les intrants.

$$y_{it+1} = f(k_{it}, n_{it}, X_{jit} (\forall j = 1, \dots, N), z_{it})$$

Contrainte de liquidité : le ménage ne peut emprunter autant qu'il veuille, tend à augmenter l'épargne Romer P 336.

Manque d'information sur les préférences des consommateurs(new macroeconomics p173)

Asymétrie d'information sur la productivité des consommateurs

Efficiency wage hystérisis

Incomplete insurance market (gvt assur partiellement contre chômage vs emettre actif)

Modèles de déséquilibre

---

<sup>90</sup> Selon Artus théorie de la croissance et des fluctuations, chap 6

#### IV) Rigidités nominales avec attentes rationnelles

Source : Cours Phaneuf cycle et politique et emploi et fluctuations, Livre de Fisher, Livre Advanced Macroeconomics de Romer (19 )

Le débat entre écoles classiques et écoles keynésiennes a pour fondement l'idée pour une école qu'une intervention des autorités peut ou ne peut pas améliorer la situation. Le modèle des îlots de Lucas (19 ) montre qu'une politique monétaire ne peut avoir d'effet sur l'économie et que seule les déviations de cette politique ont un effet<sup>92</sup>. Cependant, la politique monétaire annoncée a un effet en présence de contrats salariaux<sup>93</sup> simple et chevauchants de Fisher (19 ) et Taylor (19 ).

Fisher (19 ) suppose que les contrats salariaux sont négociés de manière centralisée, ce qui suppose que le contrat est unique et de durée fixe. la politique monétaire annoncée a un effet, si celle-ci est déclarée après la signature du contrat. Lorsque le contrat est renouvelé, il tient compte de celle-ci et la politique monétaire annoncée n'a plus d'effet. La politique annoncée a un effet plus persistant en présence de contrats salariaux chevauchants. Les contrats de Fisher<sup>94</sup> (19 ) et Taylor (19 ) diffèrent en ce sens que Fisher considèrent les salaires prédéterminés et Taylor (19 ) les considèrent prédéterminés et fixes<sup>95</sup>.

Fisher (19 ) et Taylor (19 ) supposent que les contrats sont négociés de manière décentralisée, ce qui suppose qu'ils se chevauchent et sont de durée fixe. La politique monétaire annoncée a un effet, si elle est déclarée après la signature du contrat. De manière agrégée, il y a au même moment des contrats négociés à des périodes différentes. Donc, la politique annoncée peut avoir un effet sur les contrats signés avant l'annonce de la nouvelle politique monétaire. Donc, la politique monétaire annoncée a un effet plus persistant dans le temps lorsque les contrats se chevauchent.

---

<sup>91</sup> La présence d'intermédiaire financier peut améliorer la croissance selon Romer (1986 à 1990), Lucas (1988), Grossman et Helpman (1989), Stockey (1990) en augmentant la quantité ou la stabilité du taux de capital disponible.

<sup>92</sup> Neutralité monétaire au sens de Lucas

<sup>93</sup> Le contrat spécifie un salaire nominal fixe et le travailleur donne à l'employeur le choix du nombre d'heures de travail.

<sup>94</sup> On spécifie un salaire nominal par heure pour chaque période en avance.

<sup>95</sup> Quelque soit la période du contrat, on reçoit le même salaire nominal par heure.

Cette persistance est insuffisante pour reproduire celle constatée dans les données. Ce constat va mener Taylor (19 ) a introduire un autre mécanisme de persistance dans les données.

Taylor (19 ) et Calvo ajoutent un motif de jalousie dans la spécification des contrats décentralisés. Donc, le contrat d'un groupe de travailleur tient compte de ce que les autres travailleurs ont obtenus dans leurs contrats et vont obtenir. De cette manière la politique monétaire annoncée a un effet persistant non seulement parce que les contrats se chevauchent, mais aussi parce que les distorsions introduites dans un contrat se reflètent dans celui d'un futur contrat en raison de la jalousie. Les contrats de ce type sont très persistants et semblent correspondre aux données.

Dans le modèle de Caplin et Spulber (1987), on montre que des rigidités nominales importantes n'entraînent pas nécessairement que la politique monétaire a un effet important. Le contrat spécifie un salaire dépendant de l'état dans laquelle l'économie se trouve. On pourra voir que des rigidités microéconomiques faibles peuvent avoir au niveau agrégé un effet important.

Les contrats souffrent de plusieurs carences majeures :

La durée des contrats est généralement arbitraire, à l'exception de ceux avec coûts de négociation.

Il n'est pas claire pourquoi les travailleurs accepteraient de rentrer dans un contrat qui les rémunère à certains moments de manière plus défavorable. (absence de fondations micro)

- Les contrats sont parfois renégociés avant ou après la fin officielle du contrat. Les contrats négociés de manière centralisée ou décentralisée sont renégociés avant leur fin lors de chocs très défavorables<sup>96</sup>.

Les contrats sont souvent indexé dans les périodes d'inflation et la cessation de l'indexation est soit négociée par le gouvernement, soit imposée par celle-ci.

Les contrats sont rarement indexés à la baisse.

Les négociations de contrats salariaux formels sont souvent négociés par des centrales syndicales regroupant un grand nombre d'entreprises et d'industries.

Une bonne partie de la population salariale ne négocie pas ses contrats mais en accepte les termes à l'embauche.

- Une bonne partie de la population, voir la majorité, ne travaille pas avec des contrats formels, pourtant leur rémunération est souvent régie par un contrat informel entre employeur et employé<sup>97</sup>.

---

<sup>96</sup> Par exemple, en Espagne, durant les années 80, la banque centrale est passée d'une politique très restrictive a expansionniste. Ceci a mené rapidement les grandes centrales syndicales a renégocier les contrats avec le gouvernement.

<sup>97</sup> Relation de confiance, une bonne idée de sa rémunération future, réembauche prioritaire ...

On ne sait pas qu'elle est la proportion des travailleurs régis par des contrats. On ne sait pas non plus quel est le type de rémunération du reste de la population.

Le nombre d'heures travaillées est souvent spécifiée dans le contrat et les heures supplémentaires sont rémunérées à un niveau très supérieur.

- Il n'est pas évident que les travailleurs considèrent être dans leur intérêt que de négocier après un nombre de périodes fixes sachant que les autres font de même. Par exemple, Fethke et Policano (1986) montrent dans un cas particulier que ce n'est pas le cas à l'aide de la théorie des jeux. Ball et Cecchetti (1988) soutiennent qu'une asymétrie d'information sur les firmes rivales<sup>98</sup> pourrait causer le phénomène de chevauchement tout au moins en ce qui concerne le prix de vente.

- Le nombre d'heures de travail maximale est souvent imposée par législation<sup>99</sup>.

Il n'est pas clair pourquoi, les travailleurs accepteraient des stagere contract (Motif de jalousie-envie ?)

Débat entre les mérites de la négociation centralisée (ex: Allemagne) ou décentralisée (Ford) en termes de bien-être.

Une négociation avec quelques syndicats permet de mieux tenir compte des grandes contraintes macroéconomiques lors de la négociation (récent de la théorie des jeux).

Une négociation centralisée ne permet pas de tenir compte de l'hétérogénéité des productivités dans les différentes industries (années 70).

#### V.1) Rigidités nominales exogènes

Source : Principalement cours Phaneuf cycle et politique, emploi et fluctuations, livre Fisher, livre de Romer Advanced Macroeconomics

#### V.a) Contrat salarial<sup>100</sup>

#### V.a.2) Degré d'indexation des salaires à la baisse/hausse (Mishkin) :

---

<sup>98</sup> Idée d'Okun (1981)

<sup>99</sup> Comme en France en 1936.

<sup>100</sup> Staedler (1990) AER intègre des rigidités nominales à un modèle de croissance endogène.

Le contrat d'une période est négocié à la fin de t-1 pour la période t. Le salaire de contrat  $W^*$  est déterminé de manière à avoir un équilibre anticipé du marché ( $E_t N_{t+i}^{Offre} = E_t N_{t+i}^{Demande}$ ). Le degré d'indexation est noté par  $\theta$  compris en général entre 0 et 1.

Un choc réel favorable fera davantage hausser l'emploi avec indexation parce qu'alors le salaire réel demeure constant ; sans indexation, le salaire réel augmente ce qui, en soit, fait baisser l'emploi. Un choc réel défavorable fera donc plus de dommage avec indexation que sans indexation.

De façon plus générale, une augmentation du niveau des prix lorsque le salaire nominal est fixe, entraîne une diminution du salaire réel et une augmentation de la demande de travail. Si le salaire est indexé, une augmentation prévue du niveau des prix lors de la signature du contrat n'aura pas d'effet sur le salaire réel et sur la demande de travail. Si l'augmentation du niveau des prix n'est pas prévue, alors il y aura diminution du salaire réel et augmentation de la demande de travail.

Une critique des modèles de contrat salarial est que le salaire réel est contra-cyclique<sup>101</sup>, ce qui est empiriquement faux. Nous verrons que l'on retrouve ce problème en cas d'indexation incomplète, mais pas dans le cas de surindexation.

Cas de l'indexation incomplète :

$$M \nearrow \Rightarrow P \nearrow \Rightarrow \frac{\bar{W}^{Indexe'}}{P} \searrow^{102} \Rightarrow N^D \nearrow^{103} \Rightarrow Y^O \nearrow^{104} \Rightarrow Y \nearrow^{105}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{W}}{P} \searrow, Y \nearrow \Rightarrow \text{Cov}\left(\frac{\bar{W}}{P}, Y\right) < 0 \Rightarrow$$

$$\text{Corr}\left(\frac{\bar{W}}{P}, Y\right) < 0$$

Cas de surindexation :

---

<sup>101</sup> Si la seule source importante de choc est le politique monétaire.

<sup>102</sup>  $< \frac{\bar{W}^{non\ Indexe'}}{P} \searrow$

<sup>103</sup>  $< N^D \nearrow$  dans le cas non indexé

<sup>104</sup>  $< Y^O \nearrow$  dans le cas non indexé

<sup>105</sup>  $< Y \nearrow$  dans le cas non indexé

$$M \uparrow \Rightarrow P \uparrow \Rightarrow \frac{\bar{W}^{Indexé}}{P} \uparrow \Rightarrow N^D \downarrow \Rightarrow Y^O \downarrow \Rightarrow Y \downarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{W}}{P} \uparrow, Y \downarrow \Rightarrow \text{Cov}\left(\frac{\bar{W}}{P}, Y\right) > 0 \Rightarrow$$

$$\text{Corr}\left(\frac{\bar{W}}{P}, Y\right) > 0$$

indexation complete vs incomp (salaire reel dimi ou augme)

rajouter non indexation à la baisse

Choc monétaire positif :

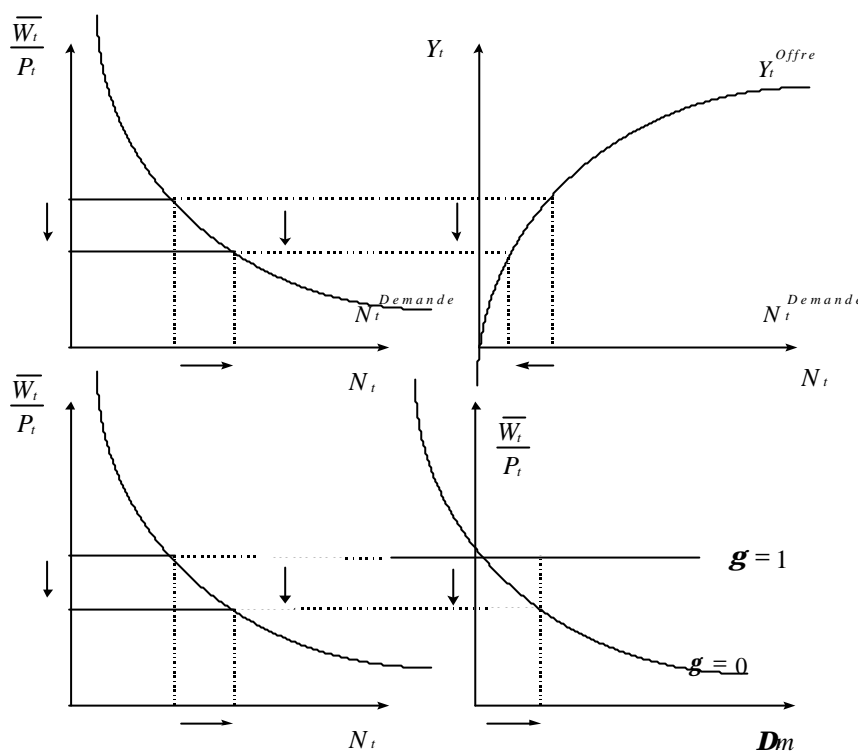
Un choc positif sur l'offre de monnaie entraîne une hausse du niveau des prix et donc une baisse du salaire réel. Ceci se traduit par une augmentation le long de la demande de travail. L'augmentation de l'utilisation de cet intrant se traduit par une augmentation le long de la courbe d'offre de travail.

$$m_t > 0 \Rightarrow c_t \uparrow^{106} \Rightarrow y_t^{demande} \uparrow \Rightarrow p_t \uparrow \Rightarrow \frac{\bar{w}_t}{p_t} \downarrow \Rightarrow n_t^d \uparrow$$

Si le contrat est parfaitement indexé, le salaire réel ne sera pas modifié suite au choc monétaire. De même s'il est sur indexé, le salaire réel augmentera. Dans ce cas, la corrélation entre salaire réel et production est positive, ce qui est un problème empirique majeur des contrats salariaux.

---

<sup>106</sup> Effet de revenu ou d'encaisse



Choc technologique positif :

Un choc technologique positif entraîne une diminution du niveau des prix et donc une augmentation du salaire réel<sup>107</sup>. Elle entraîne aussi une augmentation de la demande<sup>108</sup> de travail, puisque son coût est alors inférieur à son gain.

$$z_t > 0 \Rightarrow \frac{\bar{w}_t}{p_t} \leq f_{n_t}(k_t, n_t) \Rightarrow n_t^d \nearrow$$

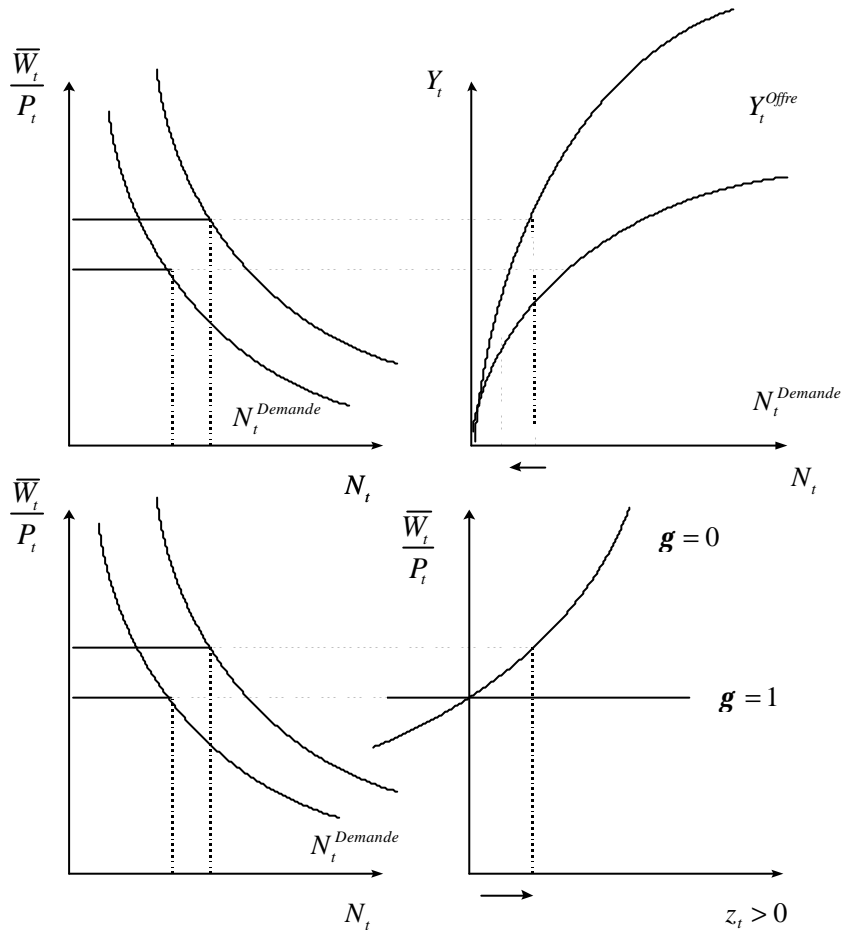
$$z_t > 0 \Rightarrow y_t^{Offre} \nearrow \Rightarrow p_t \searrow \Rightarrow \frac{\bar{w}_t}{p_t} \nearrow \Rightarrow n_t^d \searrow$$

Dans le cas d'un choc technologique, la corrélation entre salaire réel et production est positive, ce qui est un problème empirique majeur des contrats salariaux. Notons que lorsque les contrats sont indexés, le marché du travail est isolé de ce choc et l'intrant de production et donc la production n'augmente pas autant qu'elle le ferait sans indexation.

<sup>107</sup> Le long de la courbe

<sup>108</sup> Déplacement de la courbe

L'indexation ne diffère pas entre les sources réelles<sup>109</sup> et nominales du niveau des prix. En conséquence, lors d'un choc nominal on s'isole de la politique monétaire mais lors d'un choc réel, on subit une perte.



V.a.2) Contrat salarial « d'équilibre » de Fisher (1977), Cho - Cooley (1990)

V.a.2.1) Cohorte unique de travailleurs :

Les travailleurs cèdent à l'entreprise la gestion du travail pour un salaire donné<sup>110</sup>. Le contrat salarial a pour objectif d'obtenir un équilibre anticipé de la quantité de travail. Les salaires sont déterminés  $i$  périodes avant d'être payés<sup>111</sup> pour un contrat de  $j$  périodes<sup>112</sup>. Le salaire  $\bar{w}_{t+i}$  est choisi en  $t$  de manière à obtenir en  $t+i$ ,

Fisher (1977)

<sup>109</sup> technologique

<sup>110</sup> Par exemple au Mac Donald ! Le gérant décide de la répartition des heures et le salaire horaire est fixe.

<sup>111</sup> Le contrat peut spécifier un salaire nominal différent à chaque période.

<sup>112</sup>  $j > i$

$$\boxed{E_t N_{t+i}^{Offre} = E_t N_{t+i}^{Demande}}$$

Cho-Cooley (1990)

$$\text{Log} \bar{w}_t = E_{t-j} \log w_t = E_{t-j} \log P m N_t \cdot p_t^{113}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Log} \bar{w}_t = E_{t-j} (z_t + \mathbf{a} \log k_t - \mathbf{a} \log n_t + \log p_t + \log(1 - \mathbf{a}))}$$

L'agent est capable d'anticipation rationnelle, son contrat est donc indexé pour l'inflation anticipée. Si bien que seule la partie novatrice du choc monétaire a une incidence sur le contrat. Cependant, ce n'est pas pour autant que la politique monétaire annoncée est neutre<sup>114</sup>. Par exemple si la politique monétaire change un trimestre après la signature d'un contrat de 4 trimestres, alors le salaire réel reçu par les travailleurs sera influencé par la politique monétaire.

V.a.2.2) Cohortes multiples de travailleurs chevauchantes :

Dans les modèles précédents, il n'y avait qu'une seule cohorte de travailleurs. Ici, on introduit L cohortes de travailleurs de tailles égales et négociant à des périodes différentes. Le salaire  ${}^L W_{t+i}^t$  est choisi par la cohorte L en t de manière à obtenir en t+i,

Fisher (1977)

$$\boxed{E_t N_{t+i}^{Offre} = E_t N_{t+i}^{Demande}}$$

Cho-Cooley (1990)

$$\text{Log} \bar{w}_t = \mathbf{a} \ln k_t + \ln(1 - \mathbf{a}) + \sum_{k=0}^j f_k E_{t-k} (z_t - \mathbf{a} \log n_t + \log p_t)$$

$$\sum_{k=0}^j f_k = 1$$

<sup>113</sup> Ils utilisent la condition de premier ordre du travail en concurrence parfaite. De cette manière, on peut déterminer un contrat salarial répliquant l'équilibre anticipé sur ce marché.

<sup>114</sup> Rejet de la neutralité monétaire de Lucas, parce que les salaires ne s'ajustent pas immédiatement.

Dans ce type de contrat, le salaire fixé par le contrat varie dans le temps. En effet, le salaire fixé aujourd'hui pour  $t+j$  diffère de celui fixé aujourd'hui pour  $t+j+1$ , puisqu'on assure l'équilibre du marché du travail à chaque période. Nous verrons que ce n'est pas le cas des contrats de Taylor.

L'agent est capable d'anticipation rationnelle, son contrat est donc indexé pour l'inflation anticipée. Si bien que seule la partie novatrice du choc monétaire a une incidence sur le contrat. Cependant, ce n'est pas pour autant que la politique monétaire annoncée est neutre<sup>115</sup>. La politique monétaire annoncée a un effet, si elle est déclarée après la signature du contrat. De manière agrégée, il y a au même moment des contrats négociés à des périodes différentes. Donc, la politique annoncée peut avoir un effet sur les contrats signés avant l'annonce de la nouvelle politique monétaire. Donc, la politique monétaire annoncée a un effet plus persistant dans le temps lorsque les contrats se chevauchent. Cette persistance est insuffisante pour reproduire celle constatée dans les données. Ce constat va mener Taylor (19 ) à introduire un autre mécanisme de persistance dans les données.

Une critique de ce modèle est que les chocs manquent de persistance (vs hystérisis du chômage ou contrat de Taylor). En effet, un choc monétaire ne peut pas dépasser la durée du contrat. Le nouveau contrat tiendra compte de la politique monétaire passée et anticipée. Une autre critique de ce type de modèle est que le salaire réel est contra-cyclique<sup>116</sup>, ce qui est empiriquement faux.

$$M \nearrow \Rightarrow P \nearrow \Rightarrow \frac{\bar{W}}{P} \searrow \Rightarrow N^D \nearrow \Rightarrow Y^O \nearrow \Rightarrow Y \nearrow$$

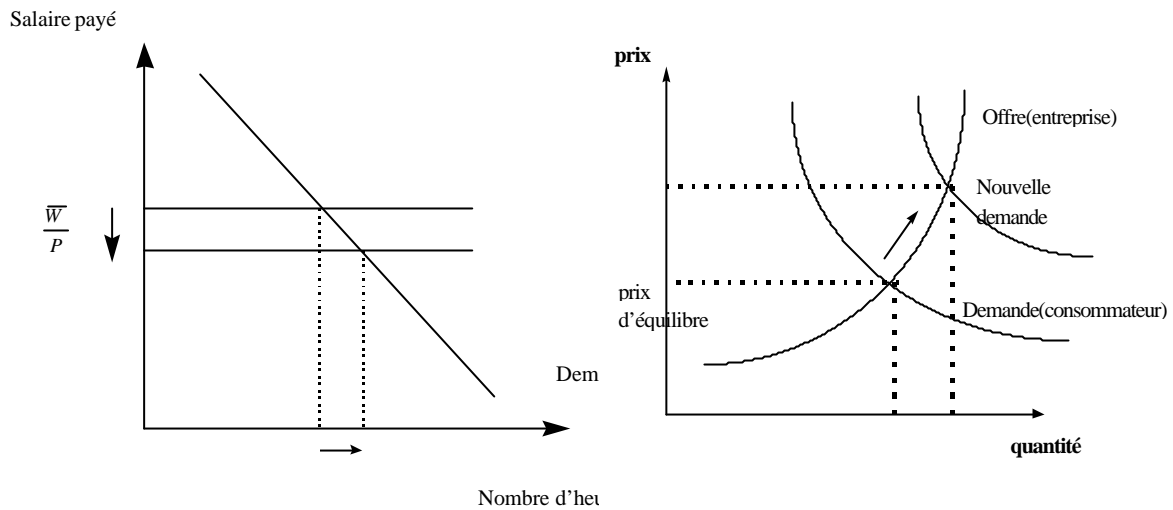
$$\Rightarrow \frac{\bar{W}}{P} \searrow, Y \nearrow \Rightarrow \text{Cov}\left(\frac{\bar{W}}{P}, Y\right) < 0 \Rightarrow$$

$$\text{Corr}\left(\frac{\bar{W}}{P}, Y\right) < 0$$

---

<sup>115</sup> Rejet de la neutralité monétaire de Lucas, parce que les salaires ne s'ajustent pas immédiatement.

<sup>116</sup> Si la seule source importante de choc est le politique monétaire.



Cho phaneuf (1993)

V.a.3) Contrat salarial avec émulation entre cohortes (Taylor, Ambler-Guay-Phaneuf)

V.a.3.1) Contrat de Taylor (1979):

Dans le modèle de Taylor, les agents sont rationnels et le salaire nominal est spécifié par contrat. Celui-ci impose que ce salaire est constant sur la durée du contrat. Les agents sont séparés en cohortes négociant à des périodes différentes<sup>117</sup>. Chaque cohorte négociant un nouveau contrat, en tenant compte du salaire obtenu par les autres cohortes dans le passé et qu'ils devraient obtenir dans le cadre des nouveaux contrats qu'ils signeront bientôt<sup>118</sup>.

Il montre que l'on peut ainsi obtenir des effets persistants dans les variables réelles et nominales<sup>119</sup>. En effet, un choc monétaire affecte une cohorte, mais aussi les cohortes qui vont signer leurs contrats et ainsi de suite. Les politiques de stabilisation peuvent produire des résultats efficaces.

Le salaire d'une cohorte est le même pour la durée du contrat de deux périodes :

$$x_t = bx_{t-1} + dE_{t-1}x_{t+1} + g(bE_{t-1}y_t + dE_{t-1}y_{t+1}) + e_t \quad (1)$$

Le salaire moyen dans l'économie à une période donnée est une somme pondérée des salaires de contrats dans l'économie :

<sup>117</sup> Échelonnement des contrats.

<sup>118</sup> Effet de multiplicateur contractuel.

<sup>119</sup> Vérifié empiriquement. C'est le fonds de la critique des modèles RBC.

$$w_t = \frac{1}{2}x_t + \frac{1}{2}x_{t-1} \quad (2)$$

Hypothèses additionnelles du modèle :

$$b + d = 1$$

$$m_t = y_t + w_t - v_t$$

$$m_t = gw_t$$

$$\Rightarrow gw_t = y_t + w_t - v_t$$

$$y_t = -(1-g)w_t + v_t = -bw_t + v_t \quad (3)$$

$$(3) \quad \text{et (2) dans (1)} \Rightarrow bx_{t-1} - cE_{t-1}x_t + dE_{t-1}x_{t+1} = 0$$

La solution de ce problème est :

$$(bL - c + dL^{-1})E_{t-1}x_t = 0$$

$$bL^{-1}(L^2 - \frac{c}{b}L + \frac{d}{b})E_{t-1}x_t = 0$$

$$bL^{-1} \left[ L - \frac{\frac{c}{b} + \sqrt{\frac{c^2}{b^2} - 4\frac{d}{b}}}{2} \right] \left[ L - \frac{\frac{c}{b} - \sqrt{\frac{c^2}{b^2} - 4\frac{d}{b}}}{2} \right] E_{t-1}x_t = 0$$

$$bL^{-1} \left[ L - \frac{\frac{c}{b} + \sqrt{\frac{1}{b^2}(c^2 - 4db)}}{2} \right] \left[ L - \frac{\frac{c}{b} - \sqrt{\frac{1}{b^2}(c^2 - 4db)}}{2} \right] E_{t-1}x_t = 0$$

$$L^{-1} \left[ L - \frac{c + \sqrt{(c^2 - 4d(1-d))}}{2} \right] \left[ L - \frac{c - \sqrt{(c^2 - 4d(1-d))}}{2} \right] E_{t-1}x_t = 0$$

$$E_{t-1}x_t - \frac{c - \sqrt{(c^2 - 4d(1-d))}}{2} x_{t-1} = 0$$

$$E_{t-1}x_t = x_t + \mathbf{e}_t = \frac{c - \sqrt{(c^2 - 4d(1-d))}}{2} x_{t-1}$$

$$x_t = \frac{c - \sqrt{(c^2 - 4d(1-d))}}{2} x_{t-1} + \mathbf{e}_t = \mathbf{a}x_{t-1} + \mathbf{e}_t \quad (5)$$

et (2) implique que :

$$w_t = \mathbf{a}w_{t-1} + \frac{1}{2}(\mathbf{e}_t + \mathbf{e}_{t-1})$$

Donc, le salaire moyen suit un processus AR(1). Il est donc persistant.

$$\text{Autocorrélation d'ordre } j = \frac{\text{Cov}(w_t, w_{t-j})}{\text{Var}(w_t)} = \frac{E[(w_t - E w_t)(w_{t-j} - E w_{t-j})]}{E[(w_t - E w_t)^2]}$$

$$Ew_t = E \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^i \frac{1}{2} (\mathbf{e}_{t-i} + \mathbf{e}_{t-i-1}), |\mathbf{a}| < 1$$

$$Ew_t = E \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^i \frac{1}{2} (\mathbf{e}_{t-i} + \mathbf{e}_{t-i-1}) = 0, |\mathbf{a}| < 1$$

$$\text{Autocorrélation d'ordre } j = \frac{E[w_t w_{t-j}]}{E[w_t^2]} = \frac{E\left[\frac{1}{4} \left( \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^i L^i (1-L) \mathbf{e}_t \right) \left( \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^i L^i (1-L) \mathbf{e}_{t-j} \right)\right]}{E\left[\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^i L^i (1-L) \mathbf{e}_t\right]^2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{E\left[\left(\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^i L^i (1-L) \mathbf{e}_t\right) \left(\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^i L^{i-j} (1-L) \mathbf{e}_t\right)\right]}{\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^{2i} L^{2i} (1-L)^2 \mathbf{s}_t^2} = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^{2i} L^{2i-j} (1-L)^2 \mathbf{s}^2}{\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^{2i} L^{2i} (1-L)^2 \mathbf{s}_t^2}$$

$$\text{Autocorrélation d'ordre } j = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^{2i} \mathbf{s}^2}{\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}^{2i} \mathbf{s}_t^2} = \frac{1}{2} \text{ ??????????????}$$

Conclusions :

Plus la politique monétaire est lax<sup>120</sup>, plus les fluctuations du salaire sont persistantes<sup>121</sup>. Cependant, les fluctuations de la production et du travail par rapport à sa tendance augmentent.

Les contrats qui se préoccupent plus des salaires passés<sup>122</sup>, sont plus persistants.

Plus les contrats se préoccupent du futur, plus la politique monétaire a un effet. L'effet d'une stabilisation de l'inflation a des effets alors moins persistants.

### V.a.3.2) Contrat de Calvo (Ambler - Guay et Phaneuf)

Le modèle d'Ambler - Guay - Phaneuf (19 ) utilise une extension du contrat de Taylor, il s'agit d'un contrat de Calvo, dont l'avantage est de permettre de mesurer la durée du contrat, un sujet de controverse. L cohortes

$$\bar{w}_t = \sum_{i=1}^L d^i (1-d) \bar{x}_{t-i}$$

$$\bar{x}_t = \sum_{i=1}^L d^i (1-d) \left( \bar{w}_{t-i} + \mathbf{g}(N_{t+i} - N_{t+i}^o) + z_{t+i} \right)$$

(1-d) est la probabilité que le contrat se termine à une période donnée.

Les cohortes de travailleurs se chevauchent et ne reçoivent pas le même salaire  $\bar{x}_t$ .

$\bar{w}_t$  est le salaire moyen payé par la firme à l'ensemble de ces travailleurs.

$d^i$  est la probabilité que le contrat n'ait pas expiré après i périodes<sup>123</sup>.

$\mathbf{g}(N_{t+i} - N_{t+i}^o)$  est une mesure de tension sur le marché du travail

Durée de vie moyen d'un contrat<sup>124</sup> =  $1 + d + d^2 + \dots + d^i + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} d^i = \frac{1}{1-d}$

La critique montrant que le salaire réel est contra-cyclique reste valide. De plus, le coût d'ajustement du travail utilisé dans cet article revient à un coût infini, puisque l'entreprise doit

---

<sup>120</sup> **b** plus faible

<sup>121</sup> **a** plus élevé

<sup>122</sup> **b** élevé

<sup>123</sup> C'est à dire qu'il n'a pas expiré à la période 1 jusqu'à i. La probabilité de cette combinaison d'événement indépendants est  $d \times \dots \times d = d^i$

<sup>124</sup>  $d^i$  est la probabilité que le contrat n'ait pas expiré après i périodes<sup>124</sup>. C'est à dire que le contrat n'a pas expiré après 1 période et après 2 périodes et .... et après i périodes et .... La probabilité d'un tel événement est  $1 + d + d^2 + \dots + d^i + \dots$

décider aujourd'hui de la demande de travail dans une période. Vérifier

Pourquoi Z dans contrat ?

faire ambler Guay Phaneuf en exo

V.a.4) Salaire fixe avec durée endogène du contrat : Canzoneri (1980)

$$U(.) = -nE_{t_0} \left[ \sum_{t=t_0}^{t_0+l} (w_t - p_t - \mathbf{t}_t)^2 \right] - nC$$

Où  $l$  est la durée du contrat égale à  $T/n$  périodes

$n$  est le nombre de négociations au cours des  $T$  périodes

$w$  salaire nominal

$p$  indice agrégé des prix

$\mathbf{t}_t$  est le salaire réel visé au cours du contrat (variable de décision)

$C$  est le coût fixe de négocier un contrat

Plus le contrat est long, plus l'erreur de prévision est importante. L'avantage d'un contrat plus court est que l'erreur de prévision est plus petite<sup>125</sup>, cependant, le coût de négociation augmente parce qu'il y a plus de négociations.

V.a.5) Hystérisis du chômage ou modèles insider-outsider: Blanchard et Summers ( 19 )

Le but de leur étude était d'expliquer pourquoi, on a assisté à une augmentation du taux de chômage dans les années 70-80.

Dans ce modèle de contrat salarial, l'objectif du contrat est de maintenir dans leur emploi les travailleurs déjà employés<sup>126</sup> ( $E_{t-1} N_t^{Demande} = N_{t-1}$ ).

L'effet est de transformer un choc temporaire en un effet permanent<sup>127</sup>, parce que le salaire négocié dépend des chocs passés.

V.b.1) Contrat de prix de vente du bien de consommation (Cho- Cooley (1990))

---

<sup>125</sup> Une erreur de prévision se fait à l'avantage d'une des deux parties.

<sup>126</sup> Effet de membership.

<sup>127</sup> Pourrait peut-être expliqué pourquoi la hausse du chômage a été si dramatique et semble-t-il permanente.

Le contrat d'une période est négocié à la fin de t-1 pour la période t. Le prix de vente de contrat  $P^*$  est déterminé de manière à avoir un équilibre anticipé du marché des biens et services.

$$\boxed{E_t P_{t+i}^{Offre} = E_t P_{t+i}^{Demande}}$$

Cho - Cooley (1990),

$$\boxed{\log \bar{p}_t = E_{t-j} \log p_t}$$

$$\log y_t = E_{t-j} \log y_{t-j} + \mathbf{g}_{22} (\log \mathbf{I}_t - E_{t-j} \log \mathbf{I}_t) + \mathbf{g}_{23} (\log x_t - E_{t-k} \log x_t)$$

On choisit le prix de vente contractuel de manière à avoir un équilibre anticipé sur le marché des biens et services. La méthode consiste à choisir le prix tel qu'on anticipe de respecter la condition de premier ordre sur ce marché lorsqu'il est à l'équilibre.

V.b.2) Contrat de prix d'intrant

Supposons qu'il existe m firmes produisant chacun un bien unique. Elles utilisent comme intrant la production venant des autres firmes en plus de capital et du travail.

$$\Pi_{it} = p_{it} f(k_{it}, n_{it}, y_{i1,t}, \dots, y_{ii,t}, \dots, y_{i,m,t}) - w_{it} n_{it} - r_{it} k_{it} - \sum_{j=1, j \neq i}^m p_{jt} y_{ij,t}$$

Où  $y_{ij,t}$  est la partie de la production de la firme j qui est utilisée comme intrant dans la production i. Ceci implique la contrainte suivante de production<sup>128</sup>,

$$f_i = f(k_{it}, n_{it}, y_{i1,t}, \dots, y_{ii,t}, \dots, y_{i,m,t}) = \sum_{j=1, j \neq i}^m p_{jt} y_{ij,t} + f_i'$$

Où  $f_i'$  est la partie de la production de la firme i qui est achetée par les ménages. En sommant cette contrainte de production sur l'ensemble des firmes, on trouve le produit intérieur brut (PIB).

---

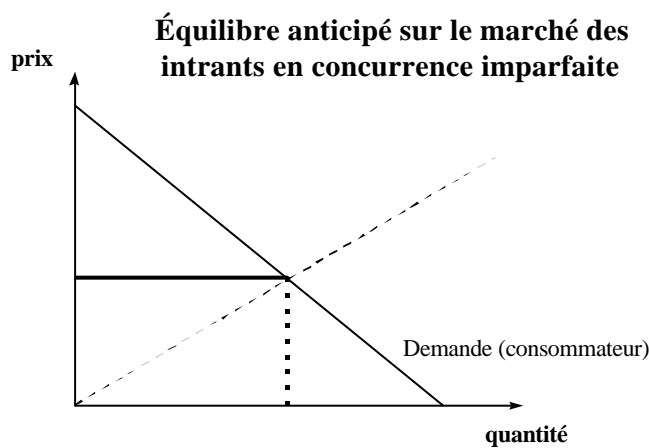
<sup>128</sup> En économie fermée.

$$\sum_{i=1}^m f_i = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m y_{ij,t} + \sum_{i=1}^m f_i'$$

$$PIB_t = \sum_{i=1}^m f_i' = \sum_{i=1}^m f_i - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m y_{ij,t} = C_t + I_t + G_t$$

Un contrat d'intrant est tel que le prix de l'input  $j$  soit choisi de manière à avoir l'équilibre anticipé du marché de l'intrant :

$$E_t y_{ji,t+k}^{offre} = E_t y_{ji,t+k}^{demande}$$



V) Contrats implicites « rigidités réelles », Rosen (1985)

Nous introduisons ici la notion de contrats implicites en utilisant l'article synthèse de Rosen. Ce champ de recherche a pour origine les travaux de Knight (1921) de Baily (1974), Azariadis (1975), Gordon (1974). Il y a des éléments supplémentaires dans Azariadis (1979), Azariadis et Stiglitz (1983), Hart (1983), Ito (1982) et Schwartz (1983). L'idée derrière le contrat implicite est que la firme accepte d'assurer ses employés contre les chocs diversifiables. Le résultat est que les salaires réels seront constants à travers les états. Dans des cas particuliers, ils peuvent être constants à travers les périodes. Cependant, le contrat salarial ne garantit pas contre les chocs non diversifiables. Ce type de contrat ne reflète pas des rigidités keynésiennes nominales avec déséquilibre sur le marché du travail. Ici, l'allocation des ressources se fait de manière non linéaire contrairement au modèle néoclassique.

On abandonne la supposition d'un équilibre entre l'offre et la demande déterminé de façon décentralisée par les travailleurs et les employeurs. Nous supposons plutôt qu'il s'agit d'une négociation bilatérale entre travailleurs et employeurs sous la contrainte d'opportunités externes<sup>129</sup>. L'effet de ce genre de contrat est d'isoler les employés de chocs externes de court terme.

*Nous définissons un contrat comme étant un accord ex ante qui donne la répartition de la valeur et de l'utilisation des investissements communs aux deux parties<sup>130</sup>. Le contrat spécifie les salaires à payer et la quantité de travail à fournir dans tous les états de la nature<sup>131</sup>, c'est à dire conditionnel à l'information observée par les deux parties. Les paiements de salaires reflètent l'allocation des ressources, le partage des risques et le transfert de revenu déterminé de manière conjointe par les deux parties.*

On ne s'assure que contre les risques spécifiques ou diversifiables, et toutes les actions sont prises sur une base volontaire. Par exemple, le travailleur quitte son emploi de plein gré et il n'a pas moins d'utilité que s'il travaillait. De plus, les parties au contrat sont contraintes par les termes de celui-ci. Ainsi, un employé doit travailler le nombre d'heures prévues au salaire prévu ex ante, même si ce n'est pas dans son intérêt ex post.

Le contrat suppose que le travailleur paie une prime de risque dans les états favorables et reçoive une indemnité en période défavorable. La firme assure le travailleur contre les fluctuations de son utilité. Il y a donc lissage de la consommation qui se combine avec le travail, de manière à éliminer l'effet de richesse. Donc, les chocs n'induisent que des effets de substitution, ce qui implique une forte élasticité de substitution du travail. Ceci entraîne une forte volatilité des heures travaillées<sup>132</sup>.

---

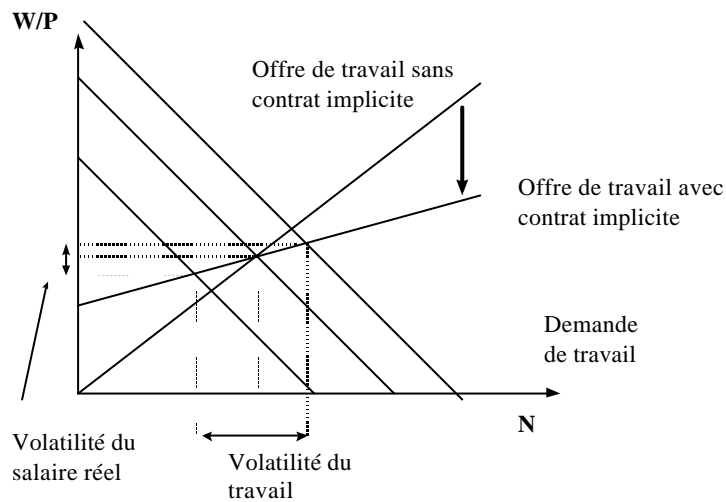
<sup>129</sup> Par exemple, l'agent doit retirer autant d'utilité que s'il était au chômage, ou employé par une autre entreprise. De même, la firme doit retirer au moins autant d'utilité avec ce/ces travailleurs qu'avec un autre groupe (scabs). Les travailleurs doivent négocier sous la contrainte que la firme retire autant d'utilité que si elle rémunérait ses agents à leur valeur réelle pour l'entreprise, soit la productivité marginale ?

<sup>130</sup> Texte de Rosen

<sup>131</sup> C'est à dire que *le contrat prévoit toutes les éventualités possibles*. Ceci est certainement pas très réaliste.

<sup>132</sup> C'est l'idée derrière les loteries de travail de Rogerson (19 ) et Hansen (19 ).

## Changement de la pente de l'offre de travail



Faits empiriques en faveur de l'existence de contrats implicites :

Il y a un fort degré d'attachement entre firme et travailleurs : Feldstein (1975) montre que 70% des licenciements étaient temporaires<sup>133</sup>. Le travailleur adulte passe en moyenne 20 ans dans le même emploi<sup>134</sup>. La probabilité d'un job turnover est une fonction fortement décroissante de l'ancienneté<sup>135</sup>. La plupart des changements d'emploi se font lorsque les gens sont jeunes, et une personne qui persiste dans un emploi pour quelques années tend à y rester.

Ce type de comportement peut être expliqué par *le capital humain spécifique à la firme*<sup>136</sup> de Becker (1964)<sup>137</sup>. Ce travail sert de base à la littérature des coûts quasi fixes qui a pour origine le travail de Oi (1962)<sup>138</sup>. L'idée est que l'existence de ce coût introduit un gain à faire perdurer la relation entreprise employée par rapport aux possibilités externes. Cette théorie s'intéresse aux changements du travail suite à des variations dans la demande.

V.1) Contrat implicite salarial sans asymétrie d'information (Azariadis)

### V.1.a) Modèle de contrat implicite atemporel:

La firme rentre en contrat avec un groupe de travailleurs homogènes. Il existe un choc  $\theta$  à la fonction de production, dont la valeur ex post et ex ante est observée sans coût, dont la valeur est admise sans conflit. On peut donc exprimer

<sup>133</sup> Ce point a été confirmé par Lilien (1980) et Katz (1984).

<sup>134</sup> Hall (1982)

<sup>135</sup> Mincer et Jovanovic (1981), Randolph (1983)

<sup>136</sup> Millar (1979) et Hall (1980) introduisent la notion de *capital spécifique à la firme*.

<sup>137</sup> L'avantage du travailleur en période de négociation par rapport à un nouveau travailleur est son capital spécifique à la firme.

le contrat conditionnellement à la réalisation de  $\theta$  qui représente l'état de la nature. Donc dans l'état  $\theta$  le travailleur doit fournir une quantité  $N(\theta)$  de travail au salaire  $W_t(\theta)$ <sup>139</sup>. Dans ce modèle l'information est complète, donc il n'y a pas d'incitation à renégocier les contrats<sup>140</sup> parce qu'il n'y a pas de nouvelle information<sup>141</sup>. Cependant, suite à un choc, le travailleur et l'entreprise sont contraints par les termes du contrat même si la réalisation de  $\theta$  leur est défavorable. Le chômage est donc volontaire.

L'agent est averse au risque et a pour fonction d'utilité  $u = U(C + mL)$  où  $mL$  est la production d'un bien domestique<sup>142</sup>. Dans ce cas, l'offre de travail est soit dédiée entièrement au marché, soit au loisir. On identifie le chômage au cas où l'agent ne travaille pas sur le marché.

La firme a une fonction de production concave de la forme  $x = qf(N)$ . Avec ces préférences, l'agent travaille tout son temps ou pas du tout. Donc, la quantité de travail utilisée par la firme est  $N = rn$ , où  $r$  est la proportion des  $n$  travailleurs sous contrat qui travaillent. Le contrat spécifie un paiement  $C_1(q)$  pour les  $N(q) = r(q)n$  qui travaillent et  $C_2(q)$  pour ceux qui ne travaillent pas.

Problème de la firme :

$$\text{Maximiser } EV = \sum_{q=-\infty}^{\infty} V(q \cdot f(r(q)n) - nr(q) \cdot C_1(q) - n(1-r(q)) \cdot C_2(q))$$

Problème de l'agent :

$$\text{Maximiser } EU = \sum_{q=-\infty}^{\infty} r(q) \cdot U(C_1(q)) + (1-r(q)) \cdot U(C_2(q))$$

Contrat d'équilibre :

$$\text{Maximiser } EU = \sum_{q=-\infty}^{\infty} r(q) \cdot U(C_1(q)) + (1-r(q)) \cdot U(C_2(q))$$

$$\text{sous contrainte } EV = \bar{V} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} V(q \cdot f(r(q)n) - nr(q) \cdot C_1(q) - n(1-r(q)) \cdot C_2(q))$$

Rosen justifie cette maximisation sous contrainte par une histoire.

<sup>138</sup> Synthèse de cette littérature par Hart (1984).

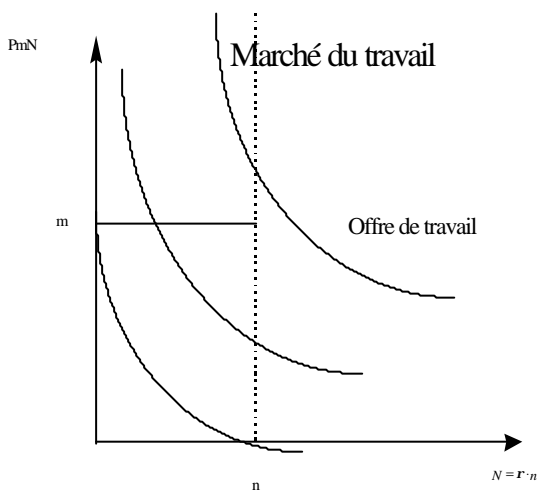
<sup>139</sup> Actif d'Arrow-Debreu

<sup>140</sup> Notons que cela suppose que les variables macroéconomiques sont observables de façon contemporaine. Dans la réalité, il y a environ un trimestre de retard.

<sup>141</sup> Notons qu'au cours d'une période, l'ensemble d'information est composé de l'ensemble d'information de la période précédente plus l'ensemble des chocs exogènes et leurs effets endogènes qu'on observe durant cette période

On montre que les agents d'une même firme ont ex post autant d'utilité qu'ils travaillent ou pas.  $r(q)$  est déterminé de manière à ce que la productivité marginale du travail soit égal à son coût d'opportunité social<sup>143</sup>. Si  $q$  est trop grand, la firme ne peut embaucher autant de travailleurs qu'elle veut, parce qu'elle est en contrat avec  $n$  travailleurs. Si  $q$  est trop petit, la firme ferme ses portes.

L'auteur suppose qu'il existe une spécificité de l'emploi<sup>144</sup> non modélisée qui fait qu'une firme ayant un  $q$  très favorable ne peut embaucher des travailleurs<sup>145</sup> d'autres firmes parce que l'opération est trop coûteuse. L'auteur suggère que cela laisse place à des institutions fournissant de la main d'œuvre temporaire.



Soit  $q = me$ , où  $m$  est le risque non diversifiable et  $e$  est le risque le risque diversifiable. Si les firmes sont neutres au risque<sup>146</sup>, les firmes assurent leurs travailleurs complètement contre le risque systématique ou diversifiable<sup>147</sup>, et les  $n$  travailleurs potentiels reçoivent le même salaire quelque soit leur firme. Le salaire réel n'est pas rigide dans ce modèle dans le sens keynésien. Il s'agit d'un salaire qui est fixe à travers les états seulement pour une période donnée<sup>148</sup>. L'agent est donc indifférent entre travailler ou pas, ce qui implique un problème majeur de risque moral. La

<sup>142</sup>  $L$  est le loisir,  $m$  est une constante et **le prix de réserve du temps offert au marché du travail.**

<sup>143</sup>  $q \cdot f'(m) = m$

<sup>144</sup> specific human capital

<sup>145</sup> Dans ce cas, la productivité marginale du travail est supérieure à son coût d'opportunité.

<sup>146</sup>  $V'(p(q)) = 1$

<sup>147</sup> risque non systématique

<sup>148</sup> à mon avis cela vient de l'hypothèse de séparabilité des préférences

présence d'assurance incomplète permet d'introduire du chômage involontaire<sup>149</sup>. Ceci suppose qu'il y a asymétrie d'information, ce problème est traité dans la littérature des modèles de principal agent.

V.1.b) Modèle de contrat implicite intertemporel et le marché du travail :

Le contrat implicite entraîne une plus faible dispersion des paniers et de l'utilité qu'ils rapportent à l'agent. On obtient de l'utilité plus proche de  $U(EC)$ , parce que la prime de risque due à l'aversion au risque de l'agent est payée en partie par la firme qui l'embauche. Dans le cas particulier où la firme est neutre au risque, celle-ci accepte le transfert de ce risque et l'on se trouve au point  $U(EC)$ . Dans le modèle précédent atemporel et sans capital, cela implique que le paiement salarial de la firme ne change pas avec la réalisation des chocs sur lequel il est conditionné. Il y a donc un contrat implicite de travail spécifiant un salaire réel fixe à travers les états, mais non les périodes.

L'introduction du capital complique le problème. Supposons d'abord que l'agent averse au risque préfère prêter son capital financier à un intermédiaire financier qui assume complètement ou en partie son risque et les coûts<sup>150</sup> de le prêter. L'intermédiaire financier rentre en contrat implicite sur le capital avec l'agent. Dans ce cas, le contrat avec la firme ne peut garantir un panier de consommation

Supposons que l'on ne fait pas de distinction entre capital physique et financier et qu'il n'y a pas de coût à l'activité de prêt. Dans ce cas, l'agent rentre en contrat avec la firme et celle-ci accepte son transfert de prime de risque en échange d'un paiement plus faible<sup>151</sup>, ce qui garantit à l'agent une plus faible dispersion de son panier, donc de l'utilité qu'il y rattache. Ceci suppose que les paiements de salaire et de revenu du capital sont aussi moins dispersés. Un cas extrême est lorsque la firme est neutre au risque et que ces paiements sont constants. Donc, dans ce cas le salaire réel et le taux d'intérêt réel sont constants quelque soit la réalisation du choc. Il y a donc indexation parfaite pour une période donnée. Ce résultat est embêtant puisque le niveau des prix n'est observé que le trimestre suivant.

PRIME DE RISQUE DE L'AGENT

---

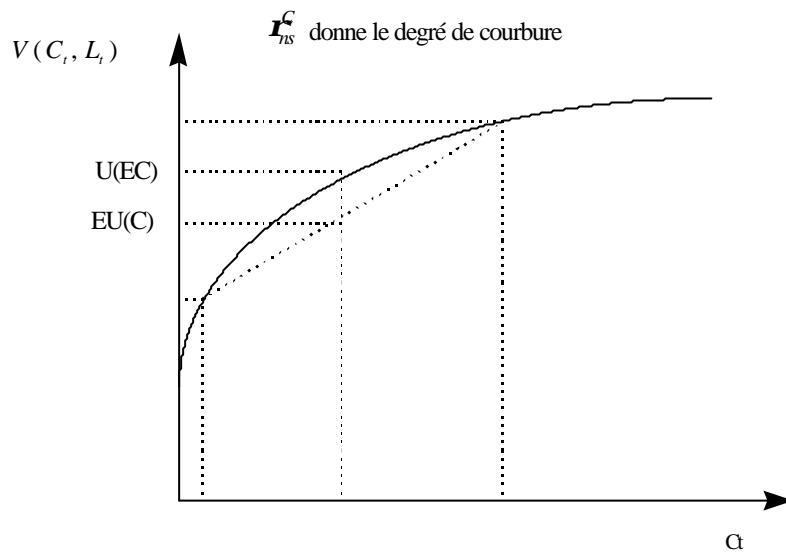
<sup>149</sup> Bryant (1978), Sargent (1979), Sanford Grossman et Hart (1981), Holstrom (1981)

<sup>150</sup> **La recherche d'un emprunteur et le suivi de celui-ci est une activité très coûteuse. L'intermédiaire financier à en outre l'avantage de pouvoir minimiser son risque en dispersant son portefeuille d'emprunt à travers un grand nombre d'emprunteurs et son portefeuille de prêts à un très grand nombre d'emprunteurs. C'est ce qui lui permet de subir un transfert du risque d'un individu. Vu de cette manière, un intermédiaire financier est un agent de dispersion du risque et des coûts de prêter d'un individu physique ou moral.**

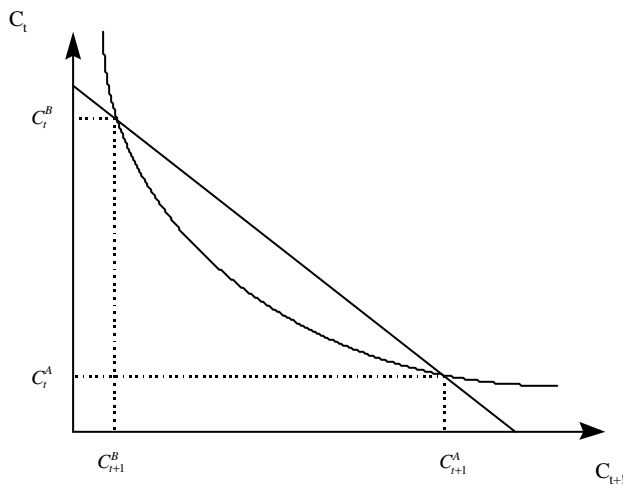
<sup>151</sup> Montrer l'équation

TRANSFERT DE CETTE PRIME

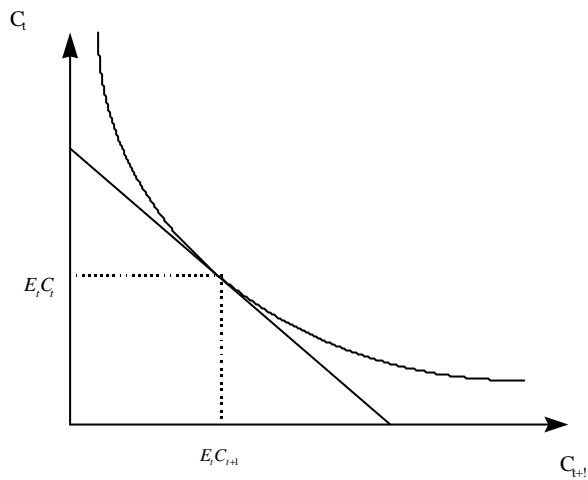
MAIS QUEL EST LE PRIX À PAYER POUR



Les contrats implicites introduisent un mécanisme de paiement non linéaire. Celui-ci a la particularité de supprimer l'effet de revenu du risque assurable.



La présence d'un contrat implicite implique que l'agent est assuré complètement ou en partie contre le risque diversifiable. Le transfert du risque de l'agent à la firme implique un effet de revenu positif pour celui-ci. Cela ne signifie pas qu'un choc n'implique pas un effet de revenu et de substitution.



Remarque(papa) : marché des options pour le chômage. On peut exprimer les attentes rationnelles en forme d'option. Marché des futurs. Différent de l'assureur, parce qu'on partage son risque pas avec une entité mais avec les autres agents qui veulent la position opposée.

#### V.2) Contrat implicite salarial avec asymétrie d'information

modèle de principal agent, courbes de contrat de salaires équilibres multiples

#### VI) Frictions de la nouvelle école Keynésienne

L'idée de la nouvelle école keynésienne est que de petites frictions au niveau microéconomique créent des rigidités nominales macroéconomiques importantes. Cette idée vient du constat que les rigidités contractuelles de type agrégées ne semblent pour ceux-ci ne pas avoir de justification. Elle sont aisément solvable et ceux pour l'avantage de tous. Pourtant, les rigidités macroéconomiques semblent présentes et importantes.

Économie ouverte

## VI) Problèmes particuliers aux modèles de petite économie ouverte

### VI.1) Les principales égalités comptables

$$Y_t = C_t + I_t + G_t + X_t - M_t$$

où X est la quantité de biens nationaux vendus à l'étranger

M est la quantité de biens importés de l'étranger et exprimés en monnaie nationale

$$Y = C + I + G + \dot{E}X - IM$$

$$Y = C + \dot{E} + \text{Transferts nets}$$

$$\text{Exportations} - \text{Importations} = (\text{Transferts nets} - G) + (\dot{E}\text{pargne} - \text{Investissement})$$

$$\text{Surplus commercial}^{152} =$$

$$\text{Surplus budgétaire du secteur public} + \text{Surplus budgétaire du secteur privé}^{153}$$

$$\text{Balance des paiements} = 0 = \text{Compte courant} + \text{Compte du capital} + \text{Compte compensatoire}$$

$$\text{Compte Capital} = \text{Montant que le pays prête au reste du monde} - \text{Montant que le pays emprunte au reste du monde.}$$

$$\text{Compte } courant_t = X_t - M_t + r_t^* B_{*,t}^* - r_t B_{*,t} + Trf_t$$

Où  $r_t^* B_{*,t}^*$  est les paiements d'intérêt de l'étranger vers le Canada exprimés en dollars canadiens  $r_t B_{*,t}$  est les paiements d'intérêt du Canada vers l'étranger exprimés en dollars canadiens

Trf est les transferts nets de l'étranger (négligeables)

### VI.2) Modèles de petite économie ouverte :

Source : Sébastien Galy, Galy

Le problème du ménage est donc de maximiser son utilité

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t U(c_t, l_t)$$

---

<sup>152</sup> Exportations nettes

<sup>153</sup> Si ce solde est positif (épargne supérieur à l'investissement), alors une partie de cette épargne est disponible pour investir auprès du gouvernement ou de l'étranger.

Sous sa contrainte de budget suivante,

$$p_t c_t + p_t k_{t+1} = w_t n_t + r_t^k p_t k_t + (1 - \delta) p_t k_t$$

Et sachant que l'on impose la fonction de retour  $r_t = R_t^* - fB_t$  où  $B_t$  n'est pas une variable décision ??????

Dans un modèle de petite économie ouverte, le reste du monde n'a pas un comportement cohérent vis à vis du Canada. En effet, dans le cas du Canada, la politique monétaire des États-Unis a un effet sur la monnaie, les prix, les exportations nettes, les emprunts aux Canada, les paiements futurs d'intérêts vers le Canada, etc ... Donc, les chocs externes affectant le Canada ont une structure sous-jacente.

Les conditions d'arbitrage entre pays sont absentes, comme la parité des pouvoirs d'achat et la parité couverte et non couverte des taux d'intérêts. Il est donc nécessaire d'imposer des conditions sur les taux d'intérêts de manière à ce que ceux-ci n'aient pas de différences permanentes avec leurs équivalents à l'étranger. En effet, si ce n'est pas le cas, l'investissement venant de l'étranger tendrait à exploser ou imploser. De plus, le reste du monde a une taille infinie, si bien que l'on peut emprunter une quantité infinie de capital<sup>154</sup> de l'étranger. Il est donc nécessaire d'imposer une fonction de retour vers l'équilibre. Cette condition impose qu'il existe une prime de risque croissante avec la détention des obligations domestiques.

$$R_t = R_t^* - fB_t$$

VI.3) La parité des taux d'intérêts non couverte :

Cette fonction de retour est ad hoc. En fait, il suffit de permettre le prêt et l'emprunt d'obligations continu du reste du monde pour retrouver la condition d'arbitrage des taux d'intérêt non couverte. Celle-ci spécifie que le rendement d'une obligation (taux d'intérêt) est supérieur dans son pays parce que l'on anticipe une dépréciation de la devise. Nous verrons dans la démonstration que cela n'est valide que si entre autres l'agent est neutre au risque.

$$\ln R_t^* - \ln R_t = -\ln E_t S_{t+1} \approx E_t \frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} = \Delta S_t^a$$

de 'pre' ciation

Démonstration :

Le problème du ménage est le suivant donc de maximiser son utilité

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t U(c_t, l_t)$$

Sous la contrainte de budget suivante,

$$p_t c_t + p_t k_{t+1} + p_t^{B_t^{t+1}} B_t^{t+1} + p_t^{*B_t^{t+1}} S_t B_{t+1}^* = \\ w_t n_t + r_t^k p_t k_t + (1 - \mathcal{D}) p_t k_t + (1 + r_{t-1}) p_{t-1}^{B_t^{t-1}} B_t^{t-1} + (1 + r_{t-1}^*) p_{t-1}^{*B_t^{t-1}} B_t^{t-1} S_t$$

Où,

$B_t^{t+1}$  est le nombre d'obligation domestique sans coupon acheté sur le marché primaire et venant à échéance en  $t+1$ .

Son prix d'achat auprès du gouvernement est de  $p_t^{B_t^{t+1}}$  et son taux d'intérêt à l'échéance est de  $r_t$ . A l'échéance de l'obligation, le gouvernement verse donc la somme de  $p_t^{B_t^{t+1}} (1 + r_t)$  par obligation.

$B_t^{*t+1}$  est le nombre d'obligation étrangères sans coupon acheté sur le marché primaire et venant à échéance en  $t+1$ .

Son prix d'achat auprès du gouvernement est de  $p_t^{*B_t^{*t+1}}$  et son taux d'intérêt à l'échéance est de  $r_t^*$ . A l'échéance de l'obligation, le gouvernement verse donc la somme de  $p_t^{*B_t^{*t+1}} (1 + r_t^*)$  par obligation.

$$R_t = 1 + r_t$$

$$R_t^* = 1 + r_t^*$$

Le lagrangien du problème est donc :

$$\text{Maximise } L = \text{Max } E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t \left[ U(c_t, l_t) + \mathbf{I}_t \left( p_t c_t + p_t k_{t+1} + p_t^{B_t^{t+1}} B_t^{t+1} + p_t^{*B_t^{*t+1}} S_t B_{t+1}^* \right. \right. \\ \left. \left. - w_t n_t - r_t^k p_t k_t - (1 - \mathcal{D}) p_t k_t - R_{t-1} p_{t-1}^{B_t^{t-1}} B_t^{t-1} - R_{t-1} p_{t-1}^{*B_t^{*t-1}} B_t^{t-1} S_t \right) \right]$$

Les conditions de premier ordre sur l'obligation domestique et étrangère deviennent donc,

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{I}_t} : U_{c_t}(c_t, l_t) + \mathbf{I}_t p_t = 0$$

$$\frac{\mathcal{J}L}{\mathcal{J}n_t}: U_{n_t}(c_t, l_t) - I_t w_t = 0$$

$$\frac{\mathcal{J}L}{\mathcal{J}k_{t+1}}: I_t p_t - \mathbf{b}E_t \mathbf{I}_{t+1} p_{t+1} (r_{t+1} + (1 - \mathbf{d})) = 0$$

$$\frac{\mathcal{J}L}{\mathcal{J}B_{t+1}}: I_t p_t^{B_t^{t+1}} - \mathbf{b}E_t \mathbf{I}_{t+1} p_t^{B_t^{t+1}} R_t = 0$$

$$\frac{\mathcal{J}L}{\mathcal{J}B_{t+1}^*}: I_t p_t^{*B_t^{t+1}} S_t - \mathbf{b}E_t \mathbf{I}_{t+1} p_{t+1}^{B_{t+1}^*} R_t^* S_{t+1} = 0$$

$$\frac{\mathcal{J}L}{\mathcal{J}\mathbf{I}}: \left( p_t c_t + p_t k_{t+1} + p_t^{B_{t+1}} B_{t+1} + p_t^{B_{t+1}^*} S_t B_{t+1}^* - w_t n_t - r_t k_t - (1 - \mathcal{J}) p_t k_t - p_t^{B_t} R_t B_t - p_t^{B_t^*} R_t^* B_t^* \right) = 0$$

Le système devient donc

$$I_t = - \frac{U_{c_t}(c_t, l_t)}{p_t}$$

$$w_t = \frac{U_{l_t}(c_t, l_t)}{U_{c_t}(c_t, l_t)}$$

$$1 = \mathbf{b}E_t \frac{\mathbf{I}_{t+1} p_{t+1}}{\mathbf{I}_t p_t} (r_{t+1}^k + (1 - \mathbf{d}))$$

$$\mathbf{I}_t p_t^{B_t^{t+1}} = \mathbf{b}E_t \mathbf{I}_{t+1} p_t^{B_t^{t+1}} R_t$$

$$\mathbf{I}_t p_t^{*B_t^{t+1}} S_t = \mathbf{b}E_t \mathbf{I}_{t+1} p_{t+1}^{B_{t+1}^*} R_t^* S_{t+1}$$

$$\mathbf{I}_t p_t^{B_t^{t+1}} = \mathbf{b}E_t \mathbf{I}_{t+1} p_t^{B_t^{t+1}} R_t$$

$$\mathbf{I}_t p_t^{*B_t^{t+1}} S_t = \mathbf{b}E_t \mathbf{I}_{t+1} p_{t+1}^{B_{t+1}^*} R_t^* S_{t+1}$$

$$\frac{p_t^{B_t^{t+1}}}{p_t^{*B_t^{t+1}} S_t} = \frac{E_t \mathbf{I}_{t+1} p_t^{B_t^{t+1}} R_t}{E_t \mathbf{I}_{t+1} p_{t+1}^{B_{t+1}^*} R_t^* S_{t+1}} = \frac{p_t^{B_t^{t+1}}}{p_t^{*B_t^{t+1}}} \frac{R_t}{R_t^*} \frac{E_t \mathbf{I}_{t+1}}{E_t \mathbf{I}_{t+1} S_{t+1}}$$

$$\frac{1}{S_t} = \frac{R_t}{R_t^*} \frac{E_t \mathbf{I}_{t+1}}{E_t \mathbf{I}_{t+1} S_{t+1}}$$

$$-\ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* + \ln E_t \mathbf{I}_{t+1} - \ln E_t \mathbf{I}_{t+1} S_{t+1}$$

$$-\ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* + \ln E_t \mathbf{I}_{t+1} - \ln E_t \mathbf{I}_{t+1} S_{t+1}$$

$$-\ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* + \ln E_t \mathbf{I}_{t+1} - \ln(E_t \mathbf{I}_{t+1} E_t S_{t+1} + \text{cov}(\mathbf{I}_{t+1}, S_{t+1}))$$

$$-\ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* - \ln \left[ \frac{E_t \mathbf{I}_{t+1} E_t S_{t+1} + \text{cov}(\mathbf{I}_{t+1}, S_{t+1})}{E_t \mathbf{I}_{t+1}} \right]$$

$$-\ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* - \ln \left[ E_t S_{t+1} + \frac{\text{cov}(\mathbf{I}_{t+1}, S_{t+1})}{E_t \mathbf{I}_{t+1}} \right]$$

$$\frac{E_t S_{t+1}}{S_t} + \frac{\text{cov}(\mathbf{I}_{t+1}, \frac{S_{t+1}}{S_t})}{E_t \mathbf{I}_{t+1}} = \frac{R_t}{R_t^*}$$

$$\boxed{\frac{E_t S_{t+1}}{S_t} + \text{Cov}\left(\frac{\mathbf{I}_{t+1}}{E_t \mathbf{I}_{t+1}}, \frac{S_{t+1}}{S_t}\right) = \frac{R_t}{R_t^*}}$$

$$\ln E_t S_{t+1} - \ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* \approx r_t - r_t^*$$

$$\text{Si, } \text{Cov}\left(\frac{\mathbf{I}_{t+1}}{E_t \mathbf{I}_{t+1}}, \frac{S_{t+1}}{S_t}\right) = 0$$

Si l'agent est neutre au risque,

Alors sa fonction d'utilité n'est plus concave mais linéaire. Donc, l'utilité marginale est constante quelque soit le niveau de la consommation.

$$-\ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* + \ln E_t \mathbf{I}_{t+1} - \ln E_t \mathbf{I}_{t+1} S_{t+1}$$

$$U_{c_t}(c_t, l_t) = \text{constante} \Rightarrow I_t = -\frac{U_{c_t}(c_t, l_t)}{p_t} = \text{constante} \forall t \quad 155$$

$$-\ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* + \ln E_t I_{t+1} - \ln E_t I_{t+1} - \ln E_t S_{t+1} = \ln R_t - \ln R_t^* - \ln E_t S_{t+1}$$

$$\boxed{\ln E_t S_{t+1} - \ln S_t = \ln R_t - \ln R_t^* \approx r_t - r_t^*}$$

D'où la conclusion de la démonstration.

Donc, la parité non couverte des taux d'intérêts résulte du problème d'arbitrage entre dette étrangère et domestique. Avec ce mécanisme, un accroissement de la dette domestique sera et donc des taux d'intérêts domestiques sera accompagné d'une baisse escomptée du taux de change. Donc, on ne peut emprunter autant que l'on veut de l'étranger puisque les emprunts vont devenir de plus en plus coûteux. Donc, la volatilité excessive de l'investissement était dû à l'absence de cette condition d'arbitrage.

#### Remarques :

Dans le modèle de Cardia (1991), l'entreprise accumule son capital. L'ajustement de celui-ci est coûteux. Cela permet de rendre l'investissement domestique moins sensible à des variations du taux d'intérêt domestique.

Dans ce type de modèle, il faut imposer de façon arbitraire que le taux de préférence soit égal au taux d'escompte de manière à ce que le sentier de croissance de la consommation soit stationnaire. La solution est de rendre le taux d'escompte endogène comme Mendoza (1991), ou d'introduire une probabilité de mourir comme Yaari (1965) et Blanchard (1985). Les firmes et les consommateurs n'ayant pas le même taux d'escompte, il est préférable de les considérer séparément.

Dans un modèle à horizon fini, un déficit budgétaire entraîne un transfert de ressources des générations futures vers les générations présentes. Dans la mesure où il n'y a pas de motifs de lègue et que ces investissements ne donnent pas des rendements aux générations futures suffisants pour compenser les dépenses, alors la consommation augmente et les exportations nettes diminuent.

---

<sup>155</sup> On pose  $p_t = 1$  comme numéraire.

Problèmes particuliers aux modèles d'économie ouverte : rappel

Source : « International Economics Theory and Policy 4<sup>th</sup> Edition » de Krugman et Obstfeld (1996)

Les raisons du commerce international sont principalement :

Hétérogénéité entre pays (goûts, ressources, spécialisations)

Technologie et productivité différente

Production à plus grande échelle (permet de diminuer les coûts)

Accès au capital étranger (Assurance contre chocs spécifiques aux pays)

Compétition en quantité, variété et qualité accrue

VII.a) Les modèles historiques d'économie ouverte :

VII.a.1) Le modèle ricardien d'échange international: Avantage comparatif

La théorie ricardienne des échanges internationaux cherche à expliquer pourquoi il y a un gain à ouvrir les frontières.

Définition : Un pays a un avantage comparatif dans la production d'un bien, si son coût d'opportunité de produire ce bien en termes d'autres biens est plus bas dans ce pays que dans d'autres.

L'idée est que la productivité entre secteurs et pays diffère. Donc, le prix relatif du prix du bien i en fonction du bien j peut différer entre pays. Il est donc plus avantageux pour un pays de produire un bien plutôt qu'un autre. Il y a donc spécialisation dans les secteurs relativement plus productives.

Deux pays bénéficient lorsqu'ils exportent le bien dans lequel ils ont un avantage comparatif. En effet, le prix des biens exportés ou importés tend à diminuer et le volume de commerce à augmenter. Ceci se fait aux dépens des industries ayant un désavantage comparatif.

Limites du modèle :

Coûts de transport

Biens non échangeables

- Coûts lorsqu'une industrie moins productive disparaît, car les ressources humaines et physiques ne se transfèrent pas automatiquement et instantanément vers l'industrie plus productive<sup>156</sup>.

Pourquoi la technologie diffère entre pays ?

---

<sup>156</sup> Par exemple, le secteur des pêches et celui de l'informatique au Canada.

#### VII.a.2) Rendements d'échelles croissants :

La présence de rendement croissants signifie qu'il est moins coûteux de produire un pays dans un pays en grande quantité que dans deux pays en quantité plus faibles. Il y a donc concentration des industries et spécialisation dans une plus petite gamme de produits moins chères par pays qui sont maintenant exportés. Cependant, au niveau agrégé, on peut s'attendre à une plus grande variété mondiale des produits.

Il existe deux types de rendements d'échelles croissants. Les rendements externes et ceux internes.

En présence de rendements d'échelles croissants externes, on s'attend à un grand nombre de firmes compétitives. En présence de rendements d'échelles croissants internes, on s'attend à un faible nombre de firmes ayant un comportement de type monopole, oligopole ou concurrence monopolistique.

Définition : Lorsque le coût par unité dépend de la taille de l'industrie, on parle de rendements d'échelles croissants externes. Lorsque le coût par unité dépend de la taille de la firme, on parle de rendements d'échelles croissants internes.

#### Rendements d'échelles croissants externes :

La justification de ce type de rendements d'échelles vient de la présence de :

Fabricants de produits intermédiaires très spécialisés, dont les coûts fixes sont très importants. Une firme seule n'est pas capable de produire ces intrants, en raison de coûts de recherche et développement et de production massifs. Donc, un groupe de firmes ayant besoin du même produit ont intérêt à l'acheter d'un ou plusieurs producteurs de cet intermédiaire. Ceci mène à des concentrations industrielles de type Silicone Valley et une baisse du prix de ce produit.

Recherche de travailleurs : Bassin de travailleurs spécialisés : En se regroupant les firmes peuvent bénéficier d'un bassin de travailleurs spécialisés. Ils risquent donc moins de manquer de spécialistes. C'est une forme de diversification du risque. Cependant, si toutes les firmes ont besoin de plus de travailleurs ça ne marche pas.

- Recherche de acheteurs : Bassin de vendeurs spécialisés : En se regroupant les firmes peuvent bénéficier d'un bassin d'acheteurs spécialisés. En effet, en se plaçant proche de firmes similaires à elles, elles ont plus de chance de bénéficier de ventes additionnelles. En effet, les acheteurs font le tour des vendeurs pour acheter un bien. Pour un

même coût de transport<sup>157</sup>, elles vont choisir le moins cher. Cependant, si toutes les firmes font de même, elles n'en tireront pas un gain additionnel sur les autres.

- Diffusion de la connaissance : Le progrès des connaissances vient des nouvelles idées. Celles-ci sont le fruit d'un individu, mais leur maturation et application dépend presque systématiquement de l'interaction entre un grand nombre d'individus. Plus ceux-ci peuvent communiquer facilement entre eux, plus vite ces idées trouveront des applications concrètes. C'est un justificatif de la concentration des industries entre elles, ou bien de la concentration de recherche de type théorique (par exemple universitaire) et appliquée. Plus il est facile de transmettre l'information par d'autres moyens que de personne à personne, moins on aura de concentration<sup>158</sup>.

On suppose ici que plus il y a de firmes, plus le coût moyen augmente. Le nombre de firmes est déterminé par deux relations. D'abord, plus le nombre de firmes augmente, plus le coût moyen augmente et les profits diminuent. Finalement, plus le nombre de firmes augmente, plus la concurrence est grande et plus le prix de l'industrie baisse. Finalement, ce comportement n'est pas courant et l'on se retrouve dans des situations plus complexes d'oligopoles ou duopoles avec comportement stratégique.

Rendements d'échelles croissants internes : monopole ?

VII.b) Les relations d'arbitrage en économie ouverte :

source : Galy Sébastien, Amblar cours de Finance internationale

La loi du prix unique :

L'idée de cette relation d'arbitrage est qu'un bien doit avoir le même prix ici et à l'étranger, parce que sinon il y aurait possibilité de se faire de l'argent soit en important soit en exportant ce bien. Vu d'une autre manière, cette relation spécifie qu'il y a pour un même bien le même prix d'équilibre dans deux pays différents, une fois ce prix exprimé dans la même devise.

$$P_t = S_t \cdot P_t^*$$

Où,

$P_t$  est le prix d'un bien domestique

---

<sup>157</sup> L'industrie est centrée dans la même région.

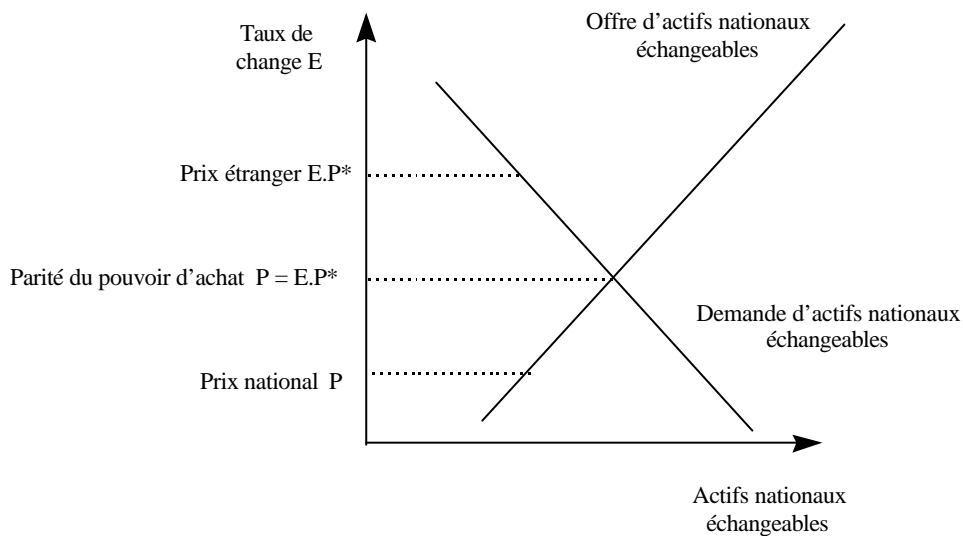
<sup>158</sup> Peut-être est-ce la tendance vers laquelle on va avec les communications vidéo, l'internet et les coûts de transports sans cesse diminuant.

$P_t^*$  est le prix d'un bien domestique

$S_t$  est le taux de change convertissant la devise étrangère et l'exprimant en devise domestique.

Ce résultat n'est valide que s'il n'y a pas de coûts de transports, de taxes douanières (ou autres) ou de délais de livraison. Finalement, toute relation d'arbitrage résulte de l'activité d'arbitrages de gens prêts à exercer la profession de « spéculateur ». Un tel exercice est coûteux et n'est pas pris en compte ici.

Le taux de change de la monnaie nationale est déterminé par l'offre et la demande de l'ensemble des actifs canadiens échangeables ? **Faux modifier**



Pour pouvoir étudier ce marché, il faut connaître la volatilité du taux de change, des actifs échangeables, leur corrélation et persistances.

La parité couverte des taux d'intérêt non couverte :

L'idée derrière cette parité et la suivante et qu'on ne peut avoir des intérêts différents entre deux pays pour une même obligation avec un risque identique.

Supposons que j'exporte

$$R_t = \frac{F_t}{S_t} R_t^*$$

$$1 + r_t = \frac{F_t}{S_t} (1 + r_t^*)$$

En log,

$$r_t = \ln F_t - \ln S_t + r_t^*$$

$$\boxed{r_t - r_t^* = \ln F_t - \ln S_t}$$

La parité couverte des taux d'intérêt couverte :

La parité non couverte implique qu'on se couvre contre un risque. On suppose en outre que l'agent est neutre au risque.

Si le taux de change à terme est un bon prédicateur du taux de change au comptant futur, alors

$$\ln F_t = E_t \ln S_{t+1}$$

$$\boxed{r_t - r_t^* = E_t \ln S_{t+1} - \ln S_t = \frac{\Delta S_t^a}{\text{De'pre' ciation}}}$$

Donc, si un taux d'intérêt est plus élevé ici qu'ailleurs c'est qu'on s'attend à ce que le taux de change se déprécie.

Effet d'une hausse de l'offre de la monnaie dans un modèle avec demande de monnaie standard<sup>159</sup> sur le marché des

changes :

Parité des taux d'intérêt non couverte habituelle :

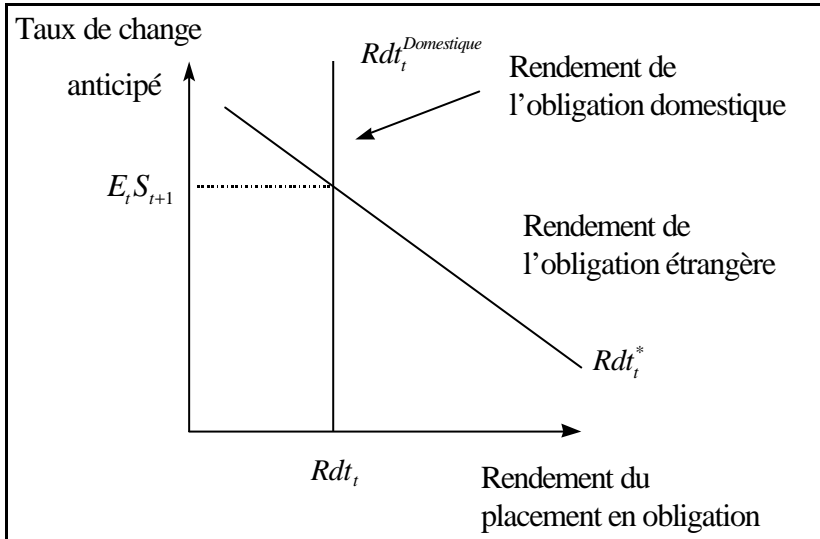
$$\boxed{r_t - r_t^* = E_t \ln S_{t+1} - \ln S_t = \frac{\Delta S_t^a}{\text{De'pre' ciation}}}$$

Parité des taux d'intérêt non couverte théorique :

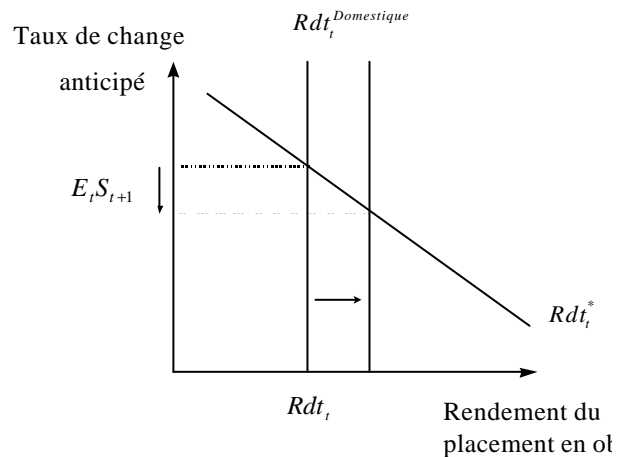
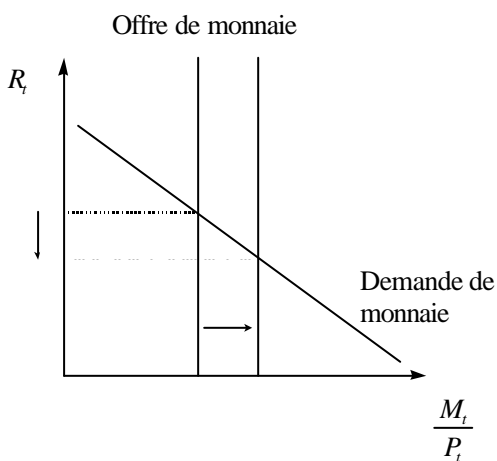
$$\boxed{E_t \frac{U_{c_{t+1}}(c_t, l_t) p_{t+1}^{B_{t+1}}}{p_{t+1} p_t^{B_{t+1}}} = E_t \frac{U_{c_{t+1}}(c_t, l_t) p_{t+1}^{B_{t+1}^*} S_{t+1}}{p_{t+1} p_t^{B_{t+1}^*} S_t}}$$

<sup>159</sup> Par exemple, quand on introduit la monnaie dans l'utilité.

De manière graphique,

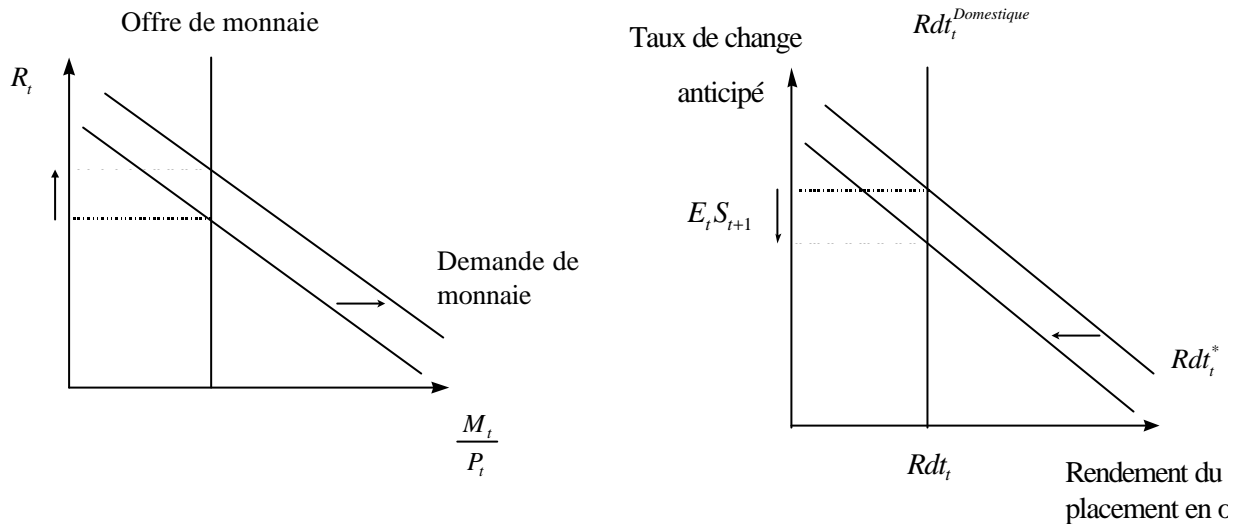


Supposons que l'offre de monnaie augmente de manière temporaire, alors le taux d'intérêt diminue (effet de liquidité domine effet Fisher parce que l'on suppose que les prix sont rigides à court terme. Donc, une hausse de la monnaie cause une hausse de la monnaie réelle. A long terme, l'effet disparaît est la monnaie redevient neutre<sup>160</sup>). Cette baisse des taux d'intérêt n'est possible que si les agents achetant les obligations anticipent alors une hausse du taux de change.



<sup>160</sup>  $s_S^2 \gg s_{\frac{P_t}{P_t^*}}^2$  ce qui suggère qu'il y a de la rigidité (stickiness) dans les prix.

Supposons une hausse de la demande de monnaie, alors le taux d'intérêt augmente. Cette hausse du rendement des obligations est possible si les ménages anticipent que le taux de change baisse.



Exchange rate overshooting :

Il y a overshooting lorsqu'on passe directement vers l'équilibre de long terme, où les ont eu le temps de s'ajuster.

Effet Fisher :

Il y a une relation de long terme entre l'inflation et le taux d'intérêt.

$$R_t^{No\ min\ al} = R_t^{Re'el} + p^{anticip'ee}$$

Histoire économique de l'Union Européenne :

Les raisons d'une coordination supplémentaire :

Une union des banques centrales serait plus à même de répondre en période de crise, puisqu'elles ont plus de réserves pour intervenir. La confiance envers les États-Unis pour jouer ce rôle était fortement érodée suite à la chute de Bretton Woods.

Pour éliminer une barrière vers l'unification.

- Pour préserver la Politique Agricole Commune (PAC). Les fluctuations dans les changes entraînaient des fluctuations dans la rémunération des agriculteurs<sup>161</sup> dans les différents pays. Il s'ensuivit des pressions politiques favorables à l'établissement d'une monnaie commune. La première étape a été la création du serpent monétaire. Pour gagner de la crédibilité en tant qu'institutions anti-inflationnistes en se joignant à une institution crédible comme la BundesBank.

Le système du serpent monétaire<sup>162</sup> à plus ou moins marché. Son successeur est le Système Monétaire Européen (SME). Celui-ci spécifie un taux de change fixe entre les monnaies membres. Cependant, celles-ci peuvent fluctuer autour d'une bande. Les banques utilisent un panier de monnaie appelé ECU pour exprimer leurs réserves en une même unité ou monnaie. Cette bande est plus large pour des pays comme l'Italie et les nouveaux pays membres. Pour rester dans ces bandes, il faut une forte coopération des banques centrales dans leurs interventions. Si le taux de change est non soutenable, il y a dévaluation de la devise à un autre niveau. Le problème principal du système est que les pays du Bénélux sont en taux de change quasi-fixe avec l'Allemagne. Donc, le poids accordé à la monnaie Allemande dans le calcul de l'ECU est très important. Donc, une déviation de la politique monétaire allemande se traduit par une modification importante de la valeur de l'ECU sans entraîner une déviation importante de la monnaie allemande dans le calcul de l'Euro (réunification). Donc, on se retrouve alors avec une asymétrie dans la décision de la politique monétaire qui est la cause majeure de la fin des Accords de Bretton Woods. La dernière étape est la mise en place de la monnaie commune, l'Euro.

Théorie des zones monétaires optimales : Mundell (1961)

Un taux de change fixe est approprié pour des zones avec marchés fortement intégrés (en commerce de biens, services, capital et travail...).

Monetary Efficiency gain :

plus d'incertitude, confusion, calcul, coût de transaction quand le taux de change est fixe.

Par exemple, monnaies différentes aux États-Unis ou Canada ou Allemagne (moyen âge), forte possibilité de fraude.

Economic stability loss : On importe des chocs étrangers, parce que le taux de change ne peut s'ajuster.

Gains from trade : P650

Par spécialisation

---

<sup>161</sup> La rémunération était exprimée en ECU

<sup>162</sup> L'index utilisé à l'époque n'était pas l'écu.

Intertemporel : Je prête une partie de mon épargne pour que l'autre puisse investir. En récompense je reçois un rendement dessus. Donc, le marché financier permet de faire des échanges à travers le temps (gain) international rajoute des possibilités (aussi asset contre asset)

Diversification du portfolio (agent averse au risque)

Euro-monnaie :

Ces monnaies ont la particularité d'être des monnaies exprimées en devise étrangère. Elles ne sont pas soumises à des contrôles comme leur équivalent domestique. En particulier, il n'y a pas de réserves obligatoires sur les dépôts. La question est donc de savoir si cela pose un problème pour le contrôle de la masse monétaire ?

Faillites Bancaires : P666

Les banques ont des actifs peu liquides. Donc, en périodes de panique, les gens ne peuvent retirer leurs dépôts et la banque fait faillite. La crainte d'un tel événement a amené la création de lois demandant :

Une assurance des dépôts

Des réserves obligatoires

Capital requirements and asset restrictions que possède la banque, aux US autrefois restreints à leurs états, séparation assurances banques, inspections bancaires par la banque centrale.

La banque centrale joue le rôle de prêteur de dernier ressort très important en période de crise.

Le Fonds Monétaire International joue le rôle de prêteur de dernier ressort très important en période de crise.

En protégeant les banques et leurs clients contre le risque de défaut, on ne les incite pas à chercher les banques mieux gérées.

Seigneurage : cash+checks P689

Currency board : peg a devise étrangère

Le problème est que le board ne peut jouer le rôle de prêteur de dernier ressort

Article de Fisher a Singapour

Currency boards :

Source : Galy, Sébastien Galy

Un CB peut échanger des actifs des devises étrangères contre des devises étrangères, mais il ne peut échanger des devises nationales contre d'autres actifs nationaux? Il ne peut donc créer de la monnaie et percevoir le seignorage.

Donc, ce système diffère d'un taux de change fixe administré par une banque centrale.

L'avantage de cette administration est qu'elle permet de redonner une crédibilité en temps de crise.

Mais, il faut pour cela que la création de cette administration soit accompagnée par des réformes en profondeur dans le domaine fiscal, du travail, du secteur légal ou des droits de propriété.

De plus, il faut que le pays détienne des réserves suffisantes de devises étrangères, ce qui est loin d'être assuré en période de crise.

Si le pays manque de devises étrangères, il lui faut s'endetter auprès de la Banque Mondiale ou du Fonds Monétaire International. Ces prêts sont conditionnels à l'application de mesures économiques difficiles et impopulaires.

Ceci est donc difficile à vendre politiquement. Mais dans la mesure où le gouvernement se voit forcé de prendre des mesures très impopulaires, il est avantageux politiquement et financièrement de présenter ces mesures comme étant les dictats des grands prêteurs internationaux.

Finalement, le pays doit s'endetter auprès de l'étranger à un moment où l'hémorragie de capitaux cause une chute libre de son taux de change. Donc, les paiements d'intérêt sur cette dette vont être importants.

En période de crise, le taux de change chute, ce qui entraîne des pertes considérables pour les banques ayant des dettes en devises étrangères. Dans certains cas, cela peut aller à la faillite. De plus, les détenteurs de dépôts en devises nationales vont chercher à les retirer pour les transformer en devises de pays dits refuges. Par exemple, ils achètent des obligations du gouvernement américain. Ceci se traduit par la possibilité de faillites bancaires, puisque des banques même bien gérées n'ont qu'une faible partie de leurs dépôts sous forme liquide. Aux États-Unis, l'augmentation de la demande de \$ pour acheter des actifs sur fait augmenter son taux de change et diminuer le rendements des obligations. Il y a donc plus de monnaie dans l'économie.

### Critique de Krugman

#### Marché à terme :

Source : Sébastien Galy

L'agent maximise son utilité,

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t, l_t)$$

Sous sa contrainte budgétaire,

$$p_t c_t + p_t k_{t+1} + p_t^* L_t^{t+1} F_t^* L_t^{t+1} = w_t n_t + r_t^k p_t k_t + (1 - \delta) p_t k_t + p_{t-1}^* L_{t-1}^* L_{t-1} S_t$$

Il achète aujourd'hui un actif  $L_t^{t+1}$  dont l'acquisition ne vient qu'à la période suivante. On parle alors de marché à terme.

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_t^{t+1}}: \mathbf{I}_t p_t^* L_t^{t+1} F_t - \mathbf{bE}_t \mathbf{I}_{t+1} [p_t^* L_t^{t+1} S_{t+1}] = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{C}_t}: U_{C_t}(c_t, l_t) + \mathbf{I}_t c_t = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{K}_{t+1}}: \mathbf{I}_t p_t - \mathbf{bE}_t \mathbf{I}_{t+1} p_{t+1} (r_{t+1}^k + (1-d)) = 0$$

$$\mathbf{I}_t = - \frac{U_{C_t}(c_t, l_t)}{p_t}$$

$$1 = \mathbf{bE}_t \frac{\mathbf{I}_{t+1} p_{t+1}}{\mathbf{I}_t p_t} (r_{t+1}^k + (1-d))$$

$$\mathbf{I}_t F_t - \mathbf{bE}_t \mathbf{I}_{t+1} [S_{t+1}] = 0$$

Imposons que le niveau des prix est le numéraire :  $p_t = p_{t+1} = 1$  ??

Le système devient donc :

$$1 = \mathbf{bE}_t \frac{U_{C_{t+1}}}{U_{C_t}} (r_{t+1}^k + (1-d))$$

$$1 = \mathbf{bE}_t \frac{U_{C_{t+1}}}{U_{C_t}} \frac{S_{t+1}}{F_t}$$

$$r_{t+1}^k + (1-d) = \frac{S_{t+1}}{F_t}$$

$$\boxed{F_t (r_{t+1}^k + (1-d)) = S_{t+1}}$$

$$\boxed{F_t = E_t \frac{\mathbf{b} U_{C_{t+1}}}{U_{C_t}} S_{t+1} = E_t Tmsi S_{t+1}}$$

Où, le taux marginal de substitution intertemporel est  $Tmsi = E_t \frac{bU_{c_{t+1}}}{U_{c_t}}$ . Si ce taux est unitaire, alors :

$$\boxed{F_t = E_t S_{t+1}}$$

Donc, le taux de change à terme n'est un bon indicateur du taux de change futur que dans la mesure où le taux marginal de substitution intertemporel est unitaire.

Relation : TMSi et aversion au risque

VII.b) Les modèles modernes d'économie ouverte :

VII.b.1) Modèle d'économie ouverte d'Ambler et Cardia (19 ) :

Dans un modèle avec agents rationnels et marchés complets, seuls les chocs non diversifiables ne peuvent être neutralisés, par l'achat d'une assurance ou d'une option. Cette option ou assurance est émise conditionnellement à la réalisation d'un état donné, sur la production mondiale.

Ici, un choc technologique est non diversifiable parce qu'il modifie la production mondiale.

Modèle de 2 pays ou 2 secteurs : Ambler et Cardia

$$L = E_0 \left( \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{b}^j [U(c_{1t}, l_{1t}) + U(c_{2t}, l_{2t}) + \mathbf{I}_t (y_{1t} + y_{2t} + (1 - \mathbf{d})k_{1t} + (1 - \mathbf{d})k_{2t} - c_{1t} - c_{2t} - k_{1t+1} - k_{2t+1})] \right)$$

$$\Rightarrow U_{C_{1t}} = U_{C_{2t}}$$

$$U_{N_{1t}} = -U_{C_{1t}} PmN_{1t}$$

$$U_{N_{2t}} = -U_{C_{2t}} PmN_{2t}$$

$$U_{C_{1t}} = (1 - \mathbf{d}) E_t \mathbf{b} U_{C_{1t+1}}$$

$$\frac{U_{N_{2t}}}{PmN_{1t}} = \frac{U_{N_{2t}}}{PmN_{2t}}$$

De façon décentralisée :

$$R_{1t} = PmK_{1t}$$

$$R_{2t} = PmK_{2t}$$

$$w_{1t} = PmN_{1t}$$

$$w_{2t} = PmN_{2t}$$

Effet de substitution :

$$Z_{1t} > 0 \Rightarrow w_{1t} < PmN_{1t} \Rightarrow N_{1t} \nearrow \text{ (décentralisé)}$$

$$Z_{1t} > 0 \Rightarrow PmN_{1t} \nearrow \Rightarrow TmS_{C_{1t}, I_{1t}} = w_{1t} = \frac{U_{I_{1t}}}{U_{C_{1t}}} < PmN_{1t} \Rightarrow N_{1t} \nearrow \text{ (planificateur)}$$

Effet de revenu :

$$Z_{1t} > 0 \Rightarrow PmN_{1t} \nearrow \Rightarrow N_{1t} \nearrow \Rightarrow U_{N_{1t}} \searrow^{163}$$

Donc,  $PmN_{1t} \nearrow$  et  $U_{N_{1t}} \searrow^{164}$ ,

Supposons que l'effet net est  $\frac{U_{N_{2t}}}{PmN_{1t}} \searrow$ , or  $\frac{U_{N_{2t}}}{PmN_{1t}} = \frac{U_{N_{2t}}}{PmN_{2t}} = \frac{U_{N_{2t}}}{Z_{2t} \frac{K_{2t}^a}{\times} N_{2t}^{1-a}} \Rightarrow$  donc pour obtenir cet

effet, il faut que  $N_{2t} \searrow^{165}$  et/ou  $U_{N_{2t}} \nearrow$ .  $U_{N_{2t}}$  augmente si  $N_{2t} \searrow$  et  $C_{2t} \nearrow$ . Donc, dans ce cas, la  $\text{Corr}(N_{1t}, N_{2t}) \leq 0$  et  $\text{Corr}(C_{1t}, C_{2t}) \geq 0$ .

$$Z_{1t} > 0 \Rightarrow R_{1t} > R_{2t} \Rightarrow I_{1t} \nearrow, I_{2t} \searrow \Rightarrow \text{Corr}(I_{1t}, I_{2t}) < 0 \text{ (décentralisé)}$$

Le compte courant est contra-cyclique et/ou acyclique BKK(1989), Mendoza (1991)

La corrélation entre les investissement et l'épargne nationale est très forte, alors que les marchés financiers sont fortement intégrés. Certains auteurs comme BKK(1989), Mendoza (1991), Finn (1990), Baxter et Crucini (1990) ont montré que cette forte corrélation pouvait être expliquée par le choc technologique qui affecte l'investissement et l'épargne en même temps.

---

<sup>163</sup> Concavité de l'utilité

<sup>164</sup> Concavité de l'utilité

<sup>165</sup>  $\Rightarrow U_{N_{1t}} \nearrow \Rightarrow \frac{U_{N_{2t}}}{PmN_{1t}}$  revient à son niveau initial

Stockman (1988) trouve qu'une fraction importante du changement de la production nationale est le résultat de chocs spécifiques au pays.

VII.b.1) Modèle d'économie ouverte de Backus - Kehoe et Kydland (19 ) avec plusieurs biens échangés :

Dans ce modèle chaque pays produit un bien. Il est donc possible d'avoir en même temps un bien qu'on exporte et un bien qu'on importe. On peut donc calculer les exportations nettes et les termes de l'échange. On constate que ce modèle ne se comporte pas mieux que le précédent, puisque les mécanismes sont les mêmes. De plus, les termes de l'échange ne sont pas assez variables, parce que celui-ci est relié de façon linéaire aux exportations nettes. Celles-ci sont beaucoup moins volatiles que les termes de l'échange.

Chaque pays produit un bien qui est soit consommé localement, soit consommée à l'étranger.

$$y_{1t} = a_{1t} + a_{2t}$$

$$y_{2t} = b_{1t} + b_{2t}$$

Où  $a_{1t}$  est le bien produit par le pays 1 et consommé dans le pays 1

$b_{1t}$  est le bien produit par le pays 2 et consommé dans le pays 1

$a_{2t}$  est le bien produit par le pays 1 et consommé dans le pays 2

$b_{2t}$  est le bien produit par le pays 2 et consommé dans le pays 2

Le bien consommé par un pays est une somme non linéaire du bien domestique et du bien étranger, de manière à rendre ces biens des substituts imparfaits<sup>166</sup>.

$$G(a_{1t}, b_{1t}) = (wa_{1t}^{1-a} + b_{1t}^{1-a})^{\frac{1}{1-a}} ; \mathbf{s} = \frac{1}{\mathbf{a}}$$

$$G(a_{2t}, b_{2t}) = (wa_{2t}^{1-a} + b_{2t}^{1-a})^{\frac{1}{1-a}} ; \mathbf{s} = \frac{1}{\mathbf{a}}$$

La contrainte de ressource par pays est donc,

$$C_{1t} + I_{1t} + G_{1t} = A(a_{1t}, b_{1t}) = (b_{1t}^{1-a} + wa_{1t}^{1-a})^{\frac{1}{1-a}}$$

---

<sup>166</sup> Agrégateur d'Armington

$$C_{2t} + I_{2t} + G_{2t} = A(a_{2t}, b_{2t}) = (b_{2t}^{1-a} + wa_{2t}^{1-a})^{\frac{1}{1-a}}$$

Les termes de l'échange sont le prix du bien exporté  $p_{2t}^X$  sur le prix du bien importé  $p_{1t}^M$ .

$$p_t^t = \frac{p_{2t}^X}{p_{1t}^M} = \frac{\frac{\mathcal{J}U(a_{1t}, b_{1t})}{\mathcal{J}b_{1t}}}{\frac{\mathcal{J}U(a_{2t}, b_{2t})}{\mathcal{J}a_{1t}}} = \frac{\frac{\mathcal{J}U(C_t, l_t)}{\mathcal{J}A} \frac{\mathcal{J}A(a_{1t}, b_{1t})}{\mathcal{J}b_{1t}}}{\frac{\mathcal{J}U(C_t, l_t)}{\mathcal{J}A} \frac{\mathcal{J}A(a_{2t}, b_{2t})}{\mathcal{J}a_{1t}}} = \frac{\frac{\mathcal{J}A(a_{1t}, b_{1t})}{\mathcal{J}b_{1t}}}{\frac{\mathcal{J}A(a_{2t}, b_{2t})}{\mathcal{J}a_{1t}}} = w^{-1} \left( \frac{a_{1t}}{b_{1t}} \right)^{\frac{1}{s}}$$

$$p_t^t = \frac{q_{2t}}{q_{1t}} = w^{-1} \left( \frac{a_{1t}}{b_{1t}} \right)^{\frac{1}{s}}$$

$$\ln p_t^t = -\ln(w) + s^{-1} \ln \left( \frac{a_{1t}}{b_{1t}} \right)$$

La variabilité des exportations nettes n'est pas suffisante pour expliquer la volatilité des termes de l'échange.

$$nx_{1t} = X_{1t} - M_{1t} = a_{2t} - p_t b_{1t}$$

$$C_{1t} + I_{1t} + G_{1t} = A(a_{1t}, b_{1t}) = (b_{1t}^{1-a} + wa_{1t}^{1-a})^{\frac{1}{1-a}}$$

$$C_{1t} + I_{1t} + G_{1t} + X_{1t} - M_{1t} = A(a_{1t}, b_{1t}) + X_{1t} - M_{1t} = Y_{1t}$$

Le problème du ménage :

$$L = E_0 \left( \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{b}^j \left[ U(C_{1t}, l_{1t}) + U(C_{2t}, l_{2t}) + I_t (Y_{1t} + Y_{2t} + (1-d)K_{1t} + (1-d)K_{2t} - C_{1t} - C_{2t} - K_{1t+1} - K_{2t+1}) \right] \right)$$

sous contrainte .....

Costello et Prashnick avec bien intermédiaire

J curve

## VIII) Problèmes empiriques actuels

FAIRE LES LIENS ENTRE LES MARCHÉS SUITE À DES CHOCS D'OFFRE ET DE DEMANDE.

Article de Barro (1977) en cycle et politique sur effet ou non de la politique monétaire anticipé.

Vérifier si mécanismes impliquent variables procycliques ou pas.

### VIII.1) Marché des biens et services

#### Données empiriques sur le marché des biens et services :

Cooley et Ohanian (1991) ont étudiés la relation agrégée entre la quantité et le prix sur ce marché. Ils montrent que la relation entre les deux est négative après la deuxième guerre mondiale<sup>167</sup> quelque soit la méthode pour filtrer et positives pour les périodes de 1879 à 1913 et 1926 à 1946. Cependant, pour les données sur le 19<sup>ème</sup> siècle, le résultat est peut être contaminé par des erreurs de mesure et dépend du choix du filtre.

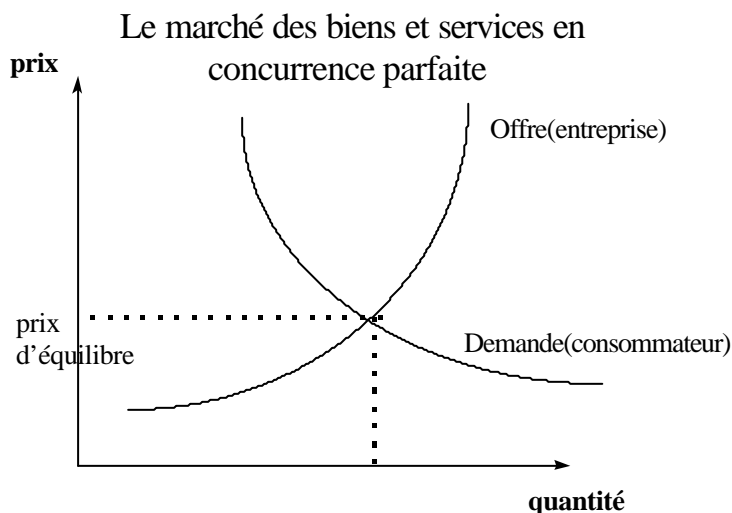
$Corr(Y_i, P_i) < 0$  après deuxième guerre mondiale

$Corr(Y_i, P_i) > 0$  de 1879 à 1913 et 1926 à 1946.

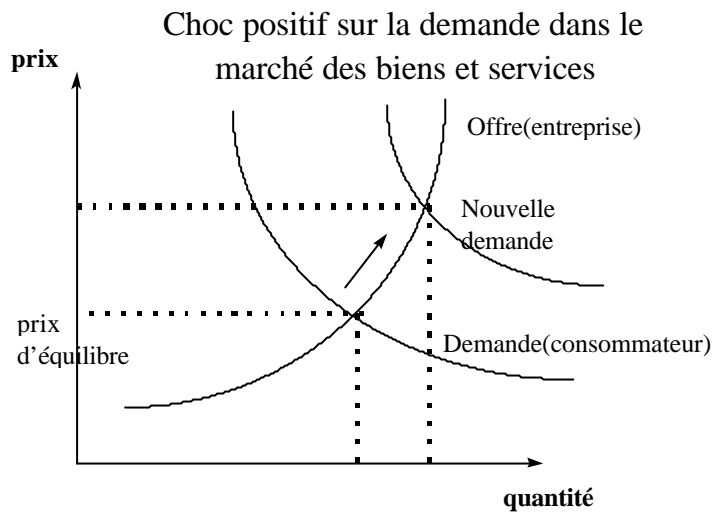
Comportement théoriques des modèles :

Nous étudions ici l'impact d'un choc unique. En réalité, il y a des sources multiples de chocs.

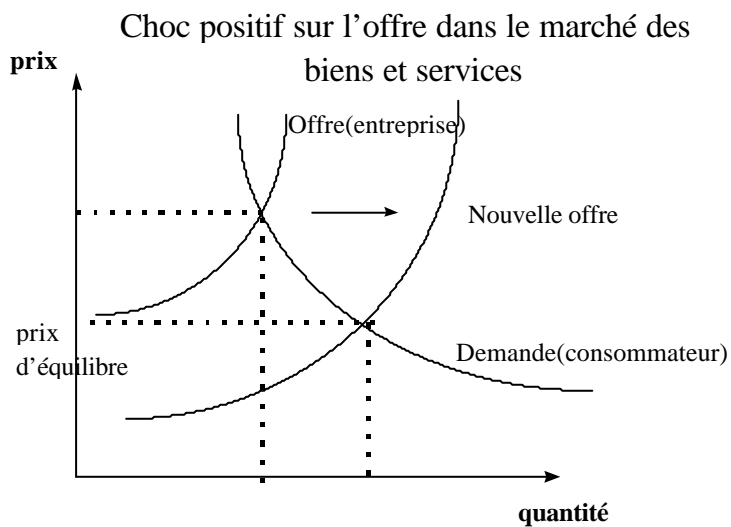
Modèle d'équilibre :



<sup>167</sup> Cependant, pour le filtre HP, certaines corrélations passées sont faiblement positives et pas nécessairement significatives.

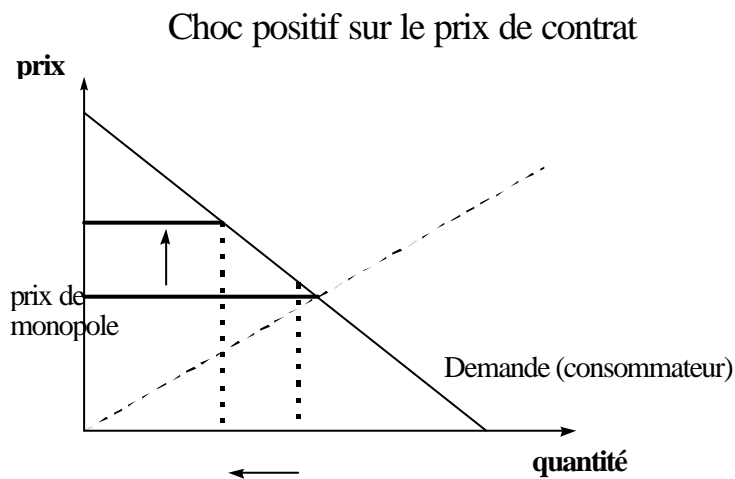
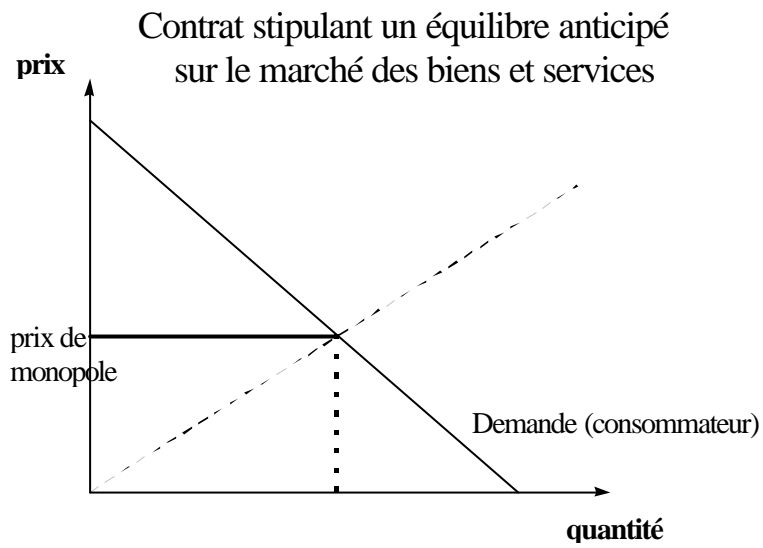


Donc, la corrélation entre la production et le prix est positive suite à un choc sur la demande, dans un modèle de concurrence parfaite sur le marché des biens et services.  $Corr(Y, P) \geq 0$



Donc, la corrélation entre la production et le prix est négative suite à un choc sur l'offre, dans un modèle de concurrence parfaite sur le marché des biens et services.  $Corr(Y, P) \leq 0$

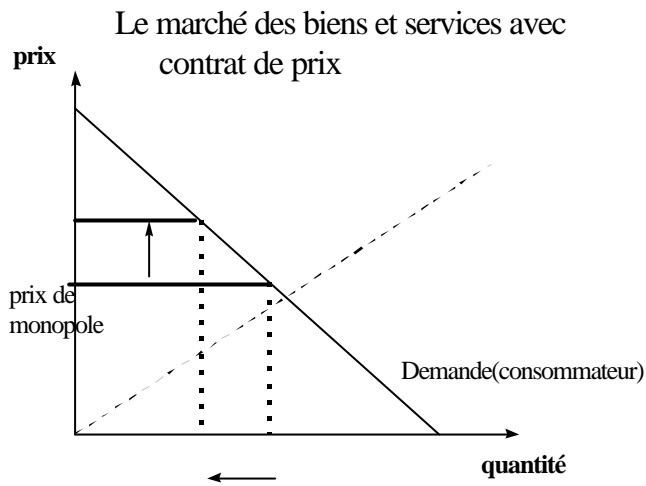
Modèle de déséquilibre :



Donc, le prix ne change pas et la production se déplace dans le même que le choc de demande, dans un modèle de concurren imparfaite sur le marché des biens et services.

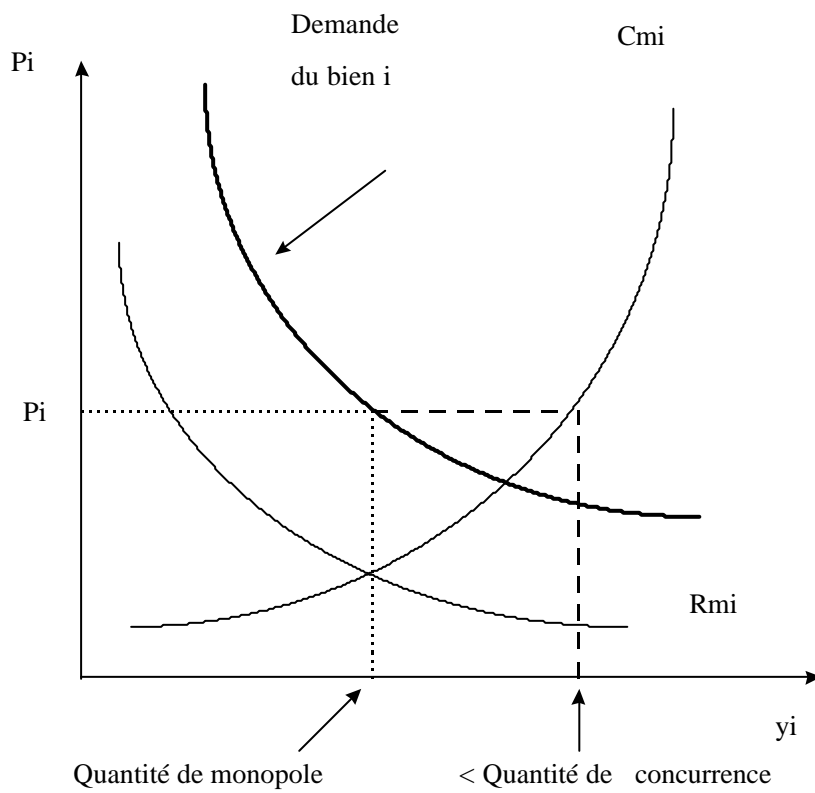
$\Delta P = 0, \Delta Y \geq 0$  si le choc de demande est positif

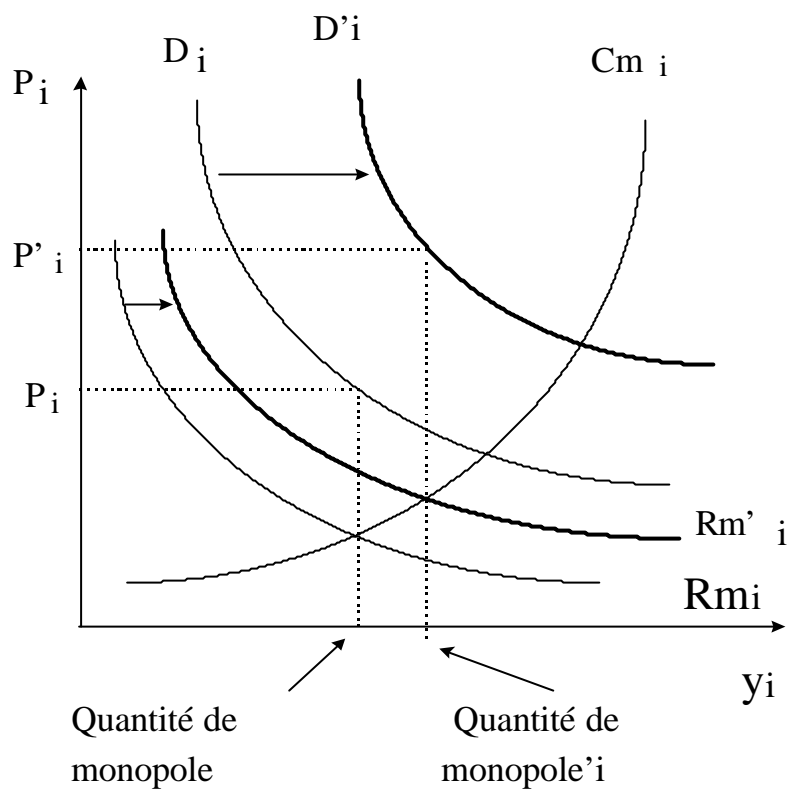
$\Delta P = 0, \Delta Y \leq 0$  si le choc de demande est négatif



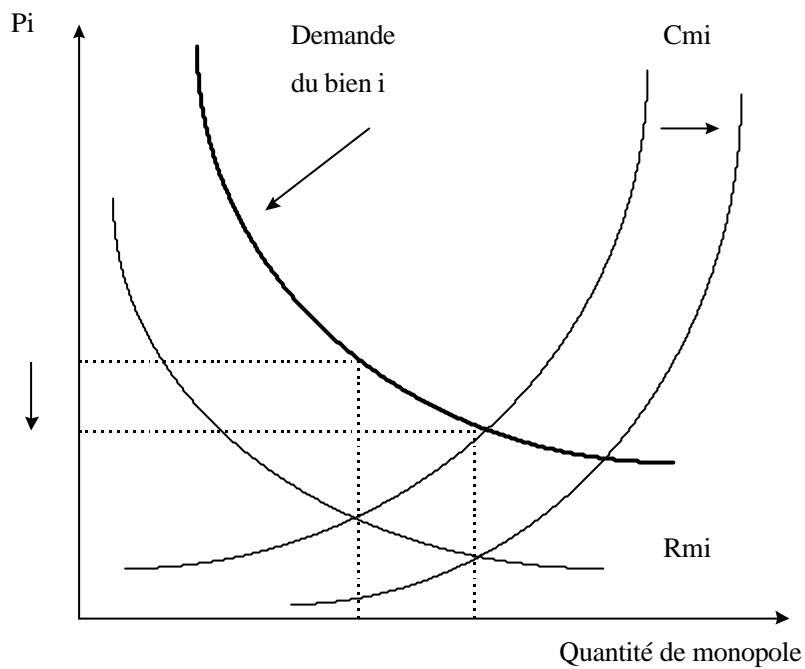
Donc, le prix augmente et la production diminue suite à un choc ayant un effet positif sur le prix dans un modèle de contrat de prix :  
le marché des biens et services.  $Corr(Y, P) \leq 0$

Modèle de monopole :





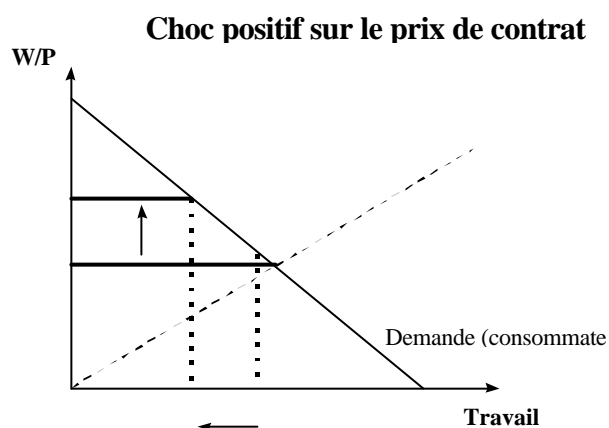
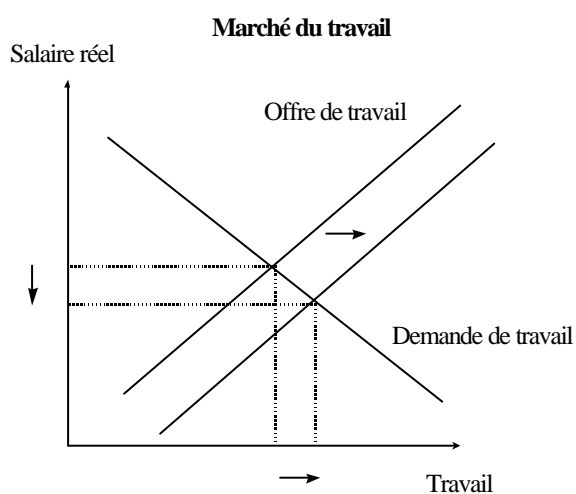
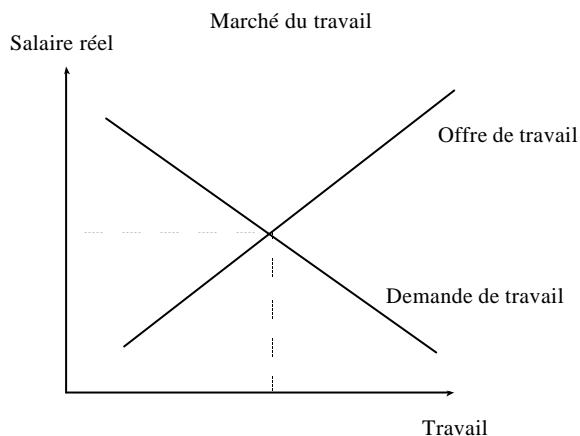
Donc, le prix et la production augmente suite à un choc positif sur la demande dans un modèle de monopole sur le marché des biens et services.  $Corr(Y, P) \geq 0$



Donc, le prix diminue et la production augmente suite à un choc positif sur l'offre (coût marginal) dans un modèle de monopole sur le marché des biens et services.  $Corr(Y, P) \geq 0$

Argument de Rotemberg (1996): Un choc monétaire entraîne une augmentation de la demande de biens et services. Dans un modèle avec rigidité des prix exogène ou endogène, cette augmentation se propage dans le temps, puisqu'il est coûteux de faire varier les prix complètement à la période courante. Cette augmentation se poursuit jusqu'à ce que la hausse des prix entraîne la neutralité de la monnaie. Donc, à long terme, la corrélation entre la production et le prix est négative.

## VIII.2) Marché du travail



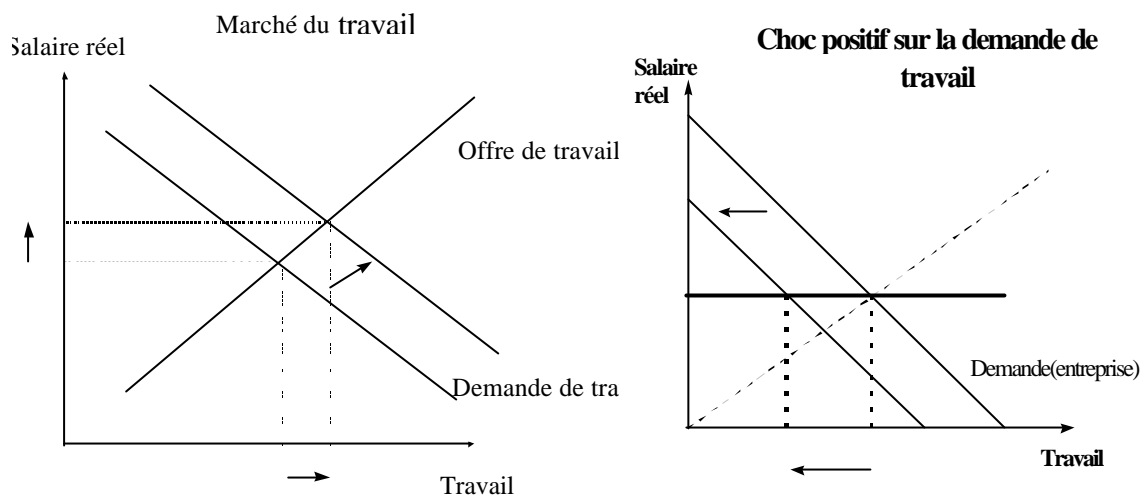
Suite à un choc positif sur l'offre de travail, le travail augmente et le salaire réel diminue, sur le marché du travail en concurrence parfaite

$$\text{Corr}\left(N, \frac{\bar{W}}{P}\right) \leq 0$$

Équilibre anticipé du marché du travail, la différence par rapport à l'équilibre anticipé donne une mesure du chômage. Donc, le salaire augmente et le travail diminue suite à un choc ayant un effet positif sur le Salaire réel<sup>168</sup> dans un modèle de concurrence imparfaite sur le marché du travail.

$$\text{Corr}\left(N, \frac{\bar{W}}{P}\right) \leq 0$$

<sup>168</sup> Choc négatif non anticipé sur le niveau des prix par exemple. Ex : politique monétaire contractionniste de la Banque du Canada en 1982 ???.



Suite à un choc positif sur l'offre de travail, le travail et le salaire réel augmentent, sur le marché du travail en concurrence parfaite.

$$Corr\left(N, \frac{\bar{W}}{P}\right) \geq 0$$

Donc, le salaire réel ne change pas et le travail diminue suite à un choc affectant uniquement et positivement la demande de travail dans un modèle de concurrence imparfaite sur le marché du travail.

$$\Delta \frac{\bar{W}}{P} = 0, \quad \Delta N \leq 0 \text{ si le choc sur la demande est}$$

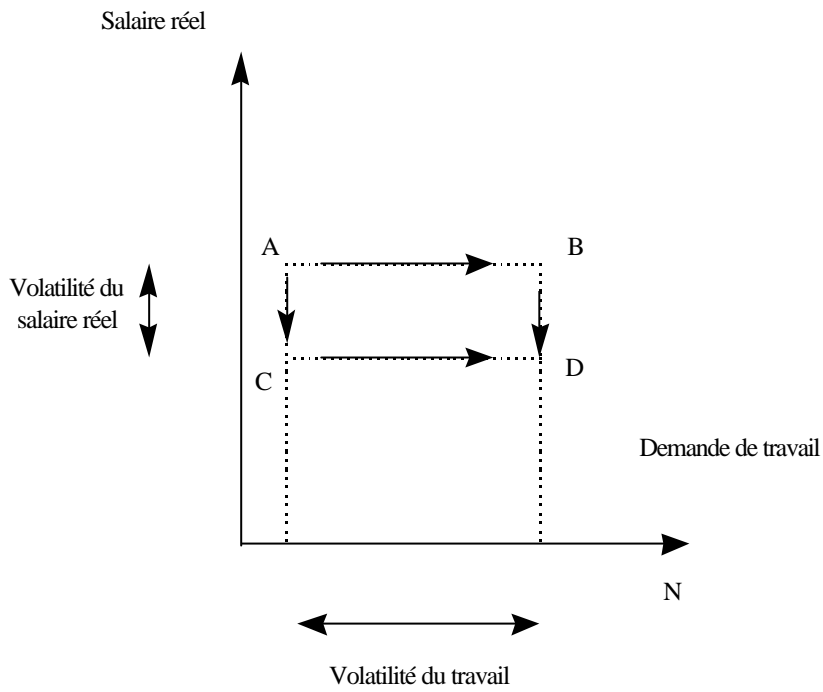
positif

$$\Delta \frac{\bar{W}}{P} = 0, \quad \Delta N \geq 0 \text{ si le choc sur la demande est}$$

négatif

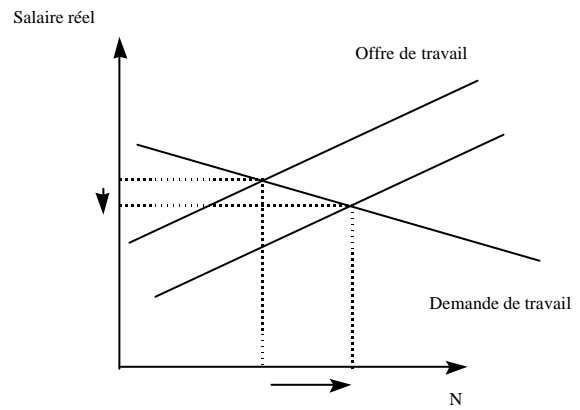
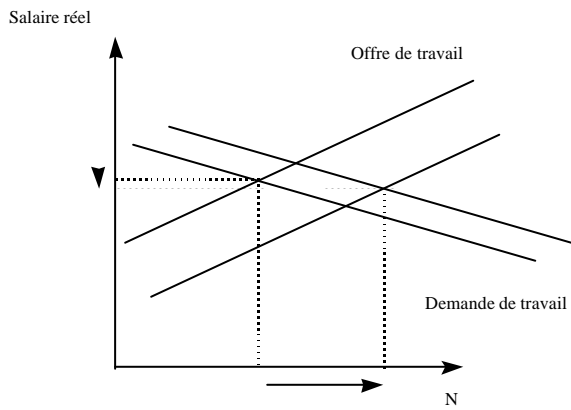
Remarque: P30 Cooley livre faits empirique exhaustifs (salaire mesuré est procyclique, heures encore plus procycliques). Problème, il semble que si M augmente alors le salaire réel augmente, ce qui indique qu'il y a autre chose que des contrats de salaire.

Empiriquement, la volatilité du travail est très supérieur à celle du salaire réel. Ceci implique que le point de départ avant chocs doit se retrouver sur l'un des bords verticaux du rectangle<sup>169</sup> et qu'après choc on doit se trouver sur le bord opposé suite aux chocs contemporains. De plus, il semble qu'empiriquement, la corrélation entre travail et salaire réel soit négative (p167 Cooley livre). Donc, le seul sentier possible est celui de (A,D) ou (D,A).



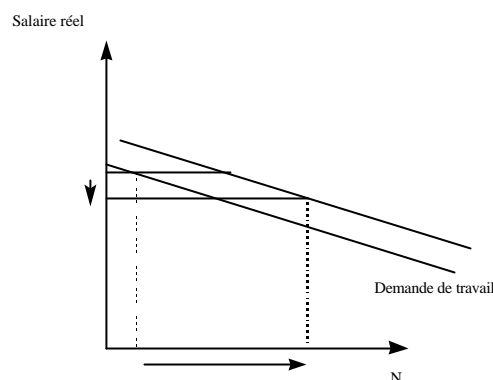
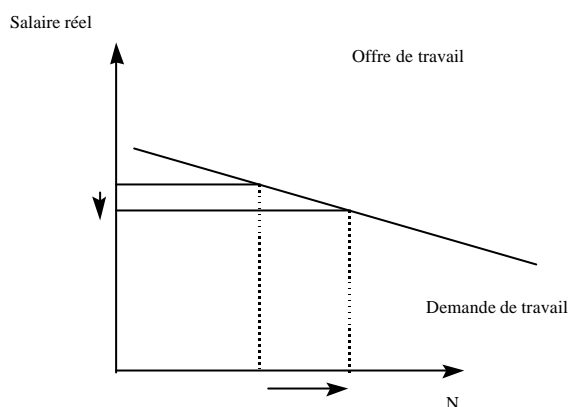
Les seuls déplacements de courbes sur le marché du travail, compatibles avec ces faits empiriques sont :

Sans contrat salarial nominal



Avec contrat salarial nominal

<sup>169</sup> (AC) ou (BD)



#### X.4) Marché de l'investissement

Remarque : introduire actions de l'entreprise détenue par le consommateur. L'entreprise gère son capital, plus réaliste.

Avantage : permet de traiter le problème de la prime de risque et de la volatilité des taux d'intérêts. Utiliser le modèle dans Cooley, introduire préférences séparables donnant comme cas particulier les préférences séparables.

Développer !!!!!!!

marché prêt

#### X.5) Résidu de Solow<sup>170</sup>

Les résidus de Solow ont longtemps été considérés comme étant attribuables à la technologie par essence non observable et exogène au modèle. Cependant, de récentes études ont montré que le résidu de Solow n'était empiriquement ni complètement exogène, ni la simple représentation de l'état de la technologie.

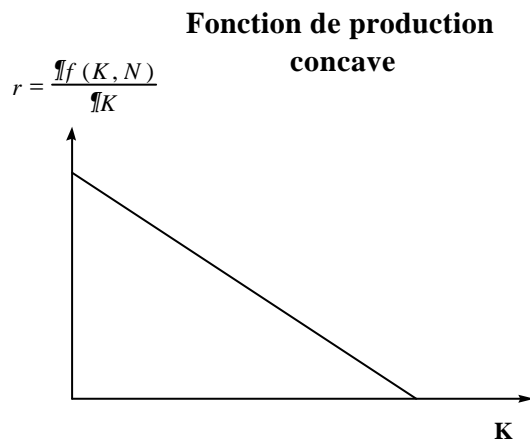
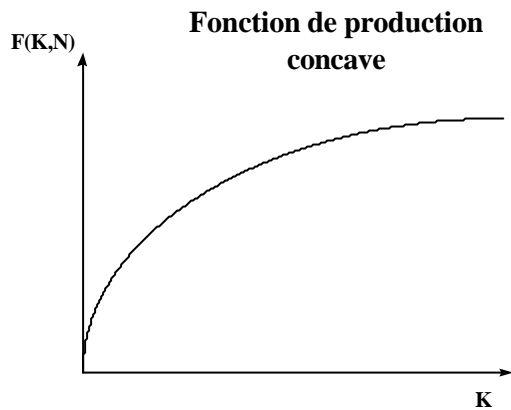
Dans un modèle classique<sup>171</sup> ou néoclassique, les rendements sont décroissants en raison de la concavité de la fonction de production.

$$Y_t = f(K_t, N_t) \Rightarrow \begin{aligned} \frac{\partial f(K, N)}{\partial N} &\geq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 f(K, N)}{\partial N^2} \leq 0 \\ \frac{\partial f(K, N)}{\partial K} &\geq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 f(K, N)}{\partial K^2} \leq 0 \end{aligned}$$

<sup>170</sup> Purger la partie endogène du résidu pour ne pas se faire planter par Phaneuf en comité de thèse.

<sup>171</sup> Economic Growth de Barro et Sala -I-Martin P32-33

$$\text{ou } \Rightarrow \begin{aligned} W &\geq 0 \text{ et } \frac{\partial W}{\partial N^2} \leq 0 \\ R &\geq 0 \text{ et } \frac{\partial R}{\partial K} \leq 0 \end{aligned}$$



Donc, il ne peut pas y avoir de croissance à long terme en ne faisant qu'augmenter la quantité de capital ou de travail per capita, puisque l'incitation à investir s'estompe et que la quantité de travail per capita est bornée. On peut alors montrer que les variables per capita sont constantes à long terme<sup>172</sup>.

Ceci n'est pas compatible avec la constatation que ces variables semblent croissantes depuis des temps immémoriaux. Un exemple est la production par personne qui n'a pas cessée d'augmenter depuis que nous sommes sortis des

---

<sup>172</sup> Annexe dans Economic Growth de Barro et Sala-I-Martin

caves. L'exemple le plus frappant est le nombre de grains par épi de blé, qui est passé de deux ou trois à facilement plus d'une dizaine.

Pour contrer cette absence de croissance, on introduit la technologie dans la fonction de production de manière exogène<sup>173</sup>. On peut introduire cette technologie de trois manières possibles.

La technologie est dite neutre<sup>174</sup> au sens de Hicks (1932), si le ratio de la productivité marginale  $\frac{f_K}{f_L}$  ne varie pas

pour un certain ratio de capital/travail. La technologie est neutre au sens de Solow (1969), si le ratio des parts relatives des intrants  $\frac{L \cdot f_L}{K \cdot f_K}$  ne varie pas pour un certain ratio de travail/production. La technologie est neutre au sens de

Harrod (1942), si le ratio des parts relatives des intrants  $\frac{K \cdot f_K}{L \cdot f_L}$  ne varie pas pour un certain ratio de

capital/production.

Technologie neutre au sens de Hicks  $Y_t = Z_t^{Hicks} f(K_t, N_t)$

Technologie neutre au sens de Harrod<sup>175</sup>  $Y_t = f(K_t, N_t \cdot Z_t^{Harrod})$

Technologie neutre au sens de Solow<sup>176</sup>  $Y_t = f(K_t \cdot Z_t^{Solow}, N_t)$

On peut montrer qu'il faut que la fonction de production soit du type de Harrod. En effet, le travail per capita est borné. Donc, en présence de croissance à long terme, il est nécessaire que la quantité de travail augmente grâce à une technologie qui l'améliore, sans que la quantité de travail augmente pour autant. Sinon, l'intrant travail deviendrait au fil du temps non essentiel à la production<sup>177</sup>. L'idée est de rendre le travail plus effectif.

Les fonctions de production utilisées dans la littérature classique sont une combinaison de la fonction neutre au sens de Hicks et Harrod. La partie permanente du choc technologique est de type Harrod<sup>178</sup> et le choc technologique temporaire est de type neutre au sens de Hicks. Elle a pour forme  $Y_t = Z_t^{Hicks} f(K_t, N_t \cdot g_t^{Harrod})$ , où  $Z_t^{Hicks}$  est un choc temporaire et  $g_t^{Harrod}$  est un choc permanent.  $Z_t^{Hicks}$  est appelé couramment résidu de Solow. Il est défini comme

<sup>173</sup> Dans la littérature de la croissance, la technologie est déterminée de façon endogène.

<sup>174</sup> Ou non biaisé

<sup>175</sup> Labor augmenting

<sup>176</sup> Capital augmenting

<sup>177</sup> En termes concrets, ce travail se produirait par lui-même.

<sup>178</sup> Labor augmenting

étant indépendant des autres variables. Cependant, des études récentes ont montré que le résidu dépendait de plusieurs variables observables.

Calcul du résidu de Solow :

$$\text{Fonction de production Cobb-Douglas} = y_t = z_t k_t^{1-a} (n_t g_t)^a$$

$$\text{Résidu de Solow} = \ln z_t + a \ln(g_t) = \ln y_t - (1-a) \ln(k_t) - a \ln(n_t)$$

Méthodologie de Evans (1992) :

Evans (1992) a étudié les propriétés empiriques du résidu de Solow<sup>179</sup>. Il en a conclu que celui-ci dépendait de plusieurs variables<sup>180</sup> et n'était donc pas une variable exogène. Ce résultat est robuste à l'introduction d'erreurs de mesure<sup>181</sup>, d'erreurs de spécification et de chocs absents.

Test de causalité de Granger sur le résidu de Solow :

Le résidu de Solow est par hypothèse exogène. Evans (1992) teste cette hypothèse par un test de causalité de Granger. Ce test consiste à vérifier si un vecteur de variables X est capable d'expliquer une partie des variations du résidu.

Erreurs de mesures dans la fonction de production :

Prescott (1986) montre que certaines variables sont mal mesurées statistiquement ou ne sont pas une bonne représentation des variables utilisées dans le modèle économique. Par exemple, introduit une erreur dans la mesure du travail et de la production. Finalement, il remarque que l'investissement et le capital sont mal mesurés. Le capital est mal estimé parce que les gens cherchent à minimiser la taxation de leur propriété. L'investissement est une mesure inadéquate, parce que la recherche et le développement sont une composante très inadéquate<sup>182</sup>.

Test de spécification de la fonction de production :

---


$$^{179} Y_t = Z_t N_t^a K_t^{1-a}, g_t = g_{t-1} e^{m+e_t}$$

<sup>180</sup> Le changement du taux d'intérêt nominal, le taux de croissance de M1, le taux d'inflation mesuré par l'IPC et le taux de changement des dépenses réelles.

<sup>181</sup> Prescott (19 ) soutient que certains défauts des modèles sont attribuables aux erreurs de mesure dans des variables clefs comme le capital.

La fonction de production Cobb-Douglas n'est pas nécessairement la bonne spécification de la fonction de production. Ainsi, Burnside, Eichenbaum et Rebelo ont montré que le résidu de Solow était contaminé si l'on postulait qu'il y avait mauvaise spécification de la fonction de production. Ainsi, Burnside, Eichenbaum et Rebelo<sup>183</sup> (1993) introduisent l'effort de travail et Burnside et Eichenbaum (1996) ajoutent le taux d'utilisation du capital.

Burnside, Eichenbaum et Rebelo ont introduit l'effort de travail dans la fonction de production avec ajustement du travail sur la marge extensive, mais pas intensive<sup>184</sup>. Leur modèle introduit aussi une notion particulière du labor hoarding équivalente à un coût d'ajustement infini du travail de façon contemporaine. Ceci a pour effet de mettre en exergue l'effet de la nouvelle spécification de la fonction de production, puisque  $N$  ne bouge pas de façon contemporaine. Burnside et Eichenbaum (1996) ont modifié l'article précédent en introduisant un taux variable d'utilisation du capital<sup>185</sup>. C'est à dire que plus on utilise le capital, plus il s'utilise vite. On montre que dans ce cas aussi le résidu de Solow venant de fonction de production Cobb-Douglas contient en fait un élément endogène.

Démonstration :

$$y_t = z_t (k_t u_t)^{1-a} (n_t f e_t \mathbf{g}_t)^a$$

$$k_{t+1} = (1 - \mathbf{d}_t) k_t + i_t$$

$$\mathbf{d}_t = \mathbf{d} u_t^f$$

Où  $u_t$  est le taux d'utilisation du capital

$f$  est la durée du quart de travail

$n_t$  est le nombre d'employés

$e_t$  est l'effort de travail de l'employé

$\mathbf{d}_t$  est le taux de dépréciation stochastique du capital

$$\text{Résidu de Solow Burnside-Eichenbaum} = \ln y_t - (1 - \mathbf{a}) \ln(k_t) - \mathbf{a} \ln(n_t f) - (1 - \mathbf{a}) \ln(u_t) - \mathbf{a} \ln e_t$$

---

<sup>182</sup> La recherche et développement n'est pas seulement mesurée dans les comptes nationaux, mais elle est aussi composée du temps et de l'argent que les gens passent à apprendre de nouveaux systèmes ou améliorer leur production en quantité et qualité.

<sup>183</sup>  $Y_t = Z_t (f N_t \mathbf{w}_t \mathbf{g}_t^f) K_t^{1-a}$  où  $\mathbf{w}_t$  est l'effort de travail,  $f$  la durée du quart de travail et  $N$  le nombre d'employés.

<sup>184</sup> Le quart de travail a une durée fixe.

<sup>185</sup>  $Y_t = Z_t (f N_t \mathbf{w}_t X_t)^a (K_t U_t)^{1-a}$  où  $K_{t+1} = (1 - \mathbf{d}_t) K_t + I_t$ ,  $\mathbf{d}_t = \mathbf{d} U_t^f$  et  $U_t$  est le taux d'utilisation du capital.

Résidu de Solow Cobb-Douglas =  $\ln z_t + \mathbf{a} \ln(\mathbf{g}_t) = \ln y_t - (1 - \mathbf{a}) \ln(k_t) - \mathbf{a} \ln(n_t f)$

Résidu de Solow Cobb-Douglas = Résidu de Solow Burnside-Eichenbaum +  $(1 - \mathbf{a}) \ln(u_t) + \mathbf{a} \ln(e_t)$

Donc, le résidu de Solow calculé à partir de la fonction Cobb-Douglas est contaminé par l'omission des variables de taux d'utilisation du capital et d'effort de travail.

Chocs absents :

Les différents modèles RBC montraient qu'une grande partie de la volatilité du cycle pouvait être expliquée par la partie temporaire des chocs technologiques. Cette conclusion a été remise en cause par des modèles RBC comme celui de Mc Grattan (1994). Celle-ci introduit d'autres sources de chocs dans le modèle RBC, comme le taux de taxation du capital, du travail et les dépenses publiques. Elle montre que l'importance de la technologie diminue alors de manière importante dans l'explication des fluctuations.

Rendements croissants :

Hall (1988) a penché vers une endogénéisation du résidu de Solow en utilisant une fonction de production convexe et la concurrence imparfaite. Une conséquence de l'introduction d'une fonction de production convexe est de rendre le résidu de Solow **complètement** endogène<sup>186</sup>.

L'importance des chocs technologiques est très incertaine. Il ne faut pas pour autant perdre de voir que si l'on ne postule pas le progrès technologique à long terme, on ne pourra avoir un état stationnaire lorsque la fonction de production est concave. Si la fonction de production est convexe, il faut que la technologie soit explicitée. En effet, nous constatons que les ressources dont nous disposons sont limitées, donc la seule manière de s'enrichir à long terme est d'être capable de produire plus avec les mêmes ressources<sup>187</sup>.

On peut postuler que cette croissance est déterministe, mais l'étude des tendances de variables plus usuelles suggère qu'un tel processus ne serait pas approprié. Ceci est illustré par l'irrégularité du flux des grandes inventions<sup>188</sup>. Il est donc nécessaire de garder un choc temporaire à la technologie et une tendance de long terme. Ceci tendrait à exclure les modèles de monopole de type Hall (199)<sup>189</sup>.

---

<sup>186</sup> Une autre est de faire aimer les variations du prix de ses inputs à la firme. Ce comportement ne semble pas à priori un comportement commun.

<sup>187</sup> C'est l'argument d'Arrow (19 ) Vérifier!!!

<sup>188</sup> La roue, domestication d'animaux, canaux, compas, lunettes, moteur à vapeur, électricité, moteur à essence, transistors, ordinateurs ...

<sup>189</sup> Il y a convexité compensé par une externalité ??? ? vérifier dans Farmer.

La croissance endogène<sup>190</sup> peut alors se faire par externalité dans le processus de production. La productivité du capital physique (Arrow (1962)) ou humain<sup>191</sup> (Lucas (1988)) est modifiée de manière à ce que la productivité marginale du capital (physique ou humain) reste de façon permanente au-dessus du taux de préférence temporel  $b$ . Ceci reste vrai même si les investissements individuels ont des rendements décroissants en l'absence d'améliorations d'origine externe<sup>192</sup>. De cette manière, il y a toujours une incitation à investir plus. La croissance endogène peut aussi se faire par un processus de développement auquel cas, il faut introduire un pouvoir de monopole pour la firme de manière à lui donner une incitation à faire de la recherche.

## Génération imbriquées et équivalence ricardienne

Source : Lucie Samson, Romer advanced macroeconomics, Wallace livre, Sébastien Galy maîtrise, Sargent dynamic macroeconomic theory, Lectures de Barro (1978)

L'équivalence ricardienne est l'idée que le financement du gouvernement par obligations (dette) ou taxes est équivalent. En effet, le ménage perçoit une émission d'obligation supplémentaire comme une taxe qui sera prélevée dans le futur pour la payer si le niveau des dépenses gouvernementales n'est pas modifié. Donc, l'épargne disponible dans l'économie n'est pas modifiée<sup>193</sup>, ce qui entraîne que le taux d'intérêt n'est pas modifié.

### XIII.A) Théorie usuelle de l'impact des déficits budgétaires : le modèle Mundell-Fleming

Avant d'aborder l'équivalence ricardienne, nous étudions la théorie du déficit, généralement acceptée depuis le développement du modèle IS-LM. Ses fondements reposent sur la théorie proposée par Keynes après la grande dépression des années trente. Dans le cas d'une économie fermée, une hausse du déficit de l'état au profit des particuliers, sous la forme d'une baisse des taxes, entraîne une hausse de leur revenu disponible. Les agents vont consommer plus et réduire ainsi leur épargne. Ceci entraîne une diminution de l'épargne nationale, composée de

---

<sup>190</sup> Introduite pour essayer d'expliquer l'absence de convergence entre pays ou états dans le modèle néoclassique.

<sup>191</sup> Éducation

<sup>192</sup> Grossman et Helpman

<sup>193</sup> Les ménages épargnent plus pour payer la taxe future.

l'épargne privée et de l'épargne publique toutes deux diminuées. Le prix de l'épargne augmente donc par l'intermédiaire des taux d'intérêt. Cette augmentation du loyer de l'argent entraîne un ralentissement de l'investissement. C'est l'effet d'éviction. Ainsi d'après Modigliani (1961), la dette est un fardeau inter-générationnel qui diminue le stock de capital disponible pour les générations à venir.

Dans le cas d'une petite économie ouverte en taux de change flexible, une hausse du déficit n'a pas d'impact sur le taux d'intérêt<sup>194</sup>. Un besoin de financement accru du gouvernement entraîne une hausse de l'emprunt à l'étranger. Des revenus d'intérêts sont donc payés par le gouvernement et transférés vers l'étranger. Automatiquement, la balance du compte courant se détériore ceteris paribus lorsqu'une part croissante du service de la dette est payée aux étrangers. De plus, une baisse de taxe forfaitaire qui fait augmenter la consommation implique aussi une détérioration de la balance commerciale<sup>195</sup> puisqu'une partie de cette consommation porte sur des biens importés. Ce facteur vient donc s'ajouter à celui mentionné précédemment pour accentuer la détérioration du compte courant, d'où la notion de déficits jumeaux<sup>196</sup>.

A long terme, si la part étrangère de la dette devient plus importante, les paiements d'intérêts augmentent. Ceux-ci sont convertis en devises étrangères, donc la demande de devises étrangères contre la devise domestique augmente. Il s'ensuit des pressions à la baisse sur la valeur de la monnaie domestique. De plus, la parité non couverte des taux d'intérêts suppose que si l'on anticipe une dépréciation du taux de change, alors on réclame des taux d'intérêts plus élevés. Cette baisse du taux de change entraîne une augmentation des exportations, une baisse des importations et une augmentation des paiements d'intérêts à plus long terme si la part étrangère de la dette augmente. Cet effet, implique une amélioration de la balance commerciale et une détérioration de la balance courante. Donc, le compte courant se détériore en raison d'une baisse des exportations et une hausse des importations à court terme, une hausse des transferts de revenus à court et long terme (intérêt de la dette) vers l'étranger.

Lorsque le taux de change est fixe dans une petite économie ouverte, une hausse de la dette crée une relance de la production intérieure. Cette poussée de l'économie entraîne une hausse de la consommation plus grande qu'en régime de taux de change flexible. Il y a donc des pressions pour la dépréciation de la devise domestique. Le taux de change étant fixe, la réserve en devises étrangères diminue pour répondre à la demande des détenteurs de devises

---

<sup>194</sup> La situation peut changer quelque peu si les investisseurs réclament une prime de risque par peur que le gouvernement fasse défaut, ou bien, si le pays est assez important pour influencer les taux d'intérêts mondiaux.

<sup>195</sup> Exportations - Importations

<sup>196</sup> budgétaire et du compte courant

domestiques désirant consommer des biens produits dans les pays étrangers. La balance des paiements est donc affectée négativement à travers le solde des exportations<sup>197</sup>.

### XIII.B) Théorie de l'équivalence ricardienne

L'idée qu'une réduction des taxes forfaitaires n'a d'influence ni sur la consommation, ni sur l'épargne nationale désirée a été proposée pour la première fois par l'économiste des dix-neuvièmes siècles David Ricardo. La notion d'équivalence ricardienne stipule que les taxes et l'emprunt gouvernemental ont un effet équivalent sur l'économie. Cette idée, quelque peu laissée à l'oubli, a été réitérée à nouveau par Barro (1974) et a gagné en popularité depuis. La théorie est révolutionnaire puisqu'elle démontre qu'une politique fiscale de réduction des taxes forfaitaires n'a pas d'impact sur les variables réelles. Le principe de l'équivalence ricardienne est fondé sur la notion que le gouvernement ne peut pas dépenser plus qu'il ne reçoit indéfiniment. Il faut que la valeur présente des dépenses soit égale à la valeur présente des revenus. Donc, une diminution des taxes ne peut-être que temporaire si les dépenses publiques restent constantes. Barro postule aussi que les individus ne tiennent compte que de la valeur présente nette de leur richesse dans leur décision de consommation. Donc, ils ne réagissent pas à une diminution des taxes. Cela revient à dire que la demande agrégée n'augmente pas lorsqu'il y a une substitution des taxes présentes pour un déficit budgétaire, d'où l'expression d'équivalence ricardienne. Donc, selon ce principe les gens épargnent plus lorsque le gouvernement fait un déficit. La désépargne publique est compensée par l'épargne privée. Sous l'hypothèse d'équivalence, l'épargne nationale n'est donc pas affectée par le déficit ce qui implique qu'il n'y a pas de détérioration de la balance courante contrairement au scénario classique. Sous cette hypothèse, il n'y a donc pas de phénomène des déficits jumeaux.

---

<sup>197</sup> La théorie keynésienne ne tenait pas compte des attentes rationnelles des agents. En utilisant cette hypothèse, nous obtenons quelques conclusions qui ne dépendent pas forcément du cadre keynésien. La poussée de l'économie entraîne une hausse anticipée du niveau des prix et donc une baisse anticipée des taux d'intérêt réels domestiques ( $R_t^{Reel} = R_t^{Nominal} - p_t^{Anticipée}$ ). Le taux de change étant fixe, les revenus d'intérêts réels deviennent plus intéressants dans l'autre pays. La réserve domestique en devises étrangères diminue pour répondre à la demande des détenteurs de devises domestiques désirant investir dans le pays étranger. La balance des paiements est donc affectée et le solde du compte courant s'apprécie ceteris paribus dans le futur lorsque les revenus d'intérêts reviennent dans le pays domestique. De plus, une hausse de la dette peut entraîner une perception d'un plus grand risque de défaut de la part du gouvernement domestique et donc une fuite des capitaux vers le pays étranger. Il y a donc comme dans le cas précédent dépréciation de la réserve de devises étrangères suivie d'une hausse du solde du compte courant dans le futur lorsque les revenus d'intérêts reviennent. Notons que ce phénomène reste valide en période de taux de change flexible.

### XIII.C) Critiques du modèle ricardien

La nature révolutionnaire de l'équivalence ricardienne a provoqué un grand nombre d'études économiques auxquelles elle a survécu. Cependant, ce n'est pas pour autant qu'elle est généralement acceptée. Certains arguent que cette théorie n'est valide que dans un pays ayant des niveaux d'endettement extrêmement élevés<sup>198</sup>. Nous présentons ici un résumé des principales critiques.

La première objection est que les individus ont un horizon fini<sup>199</sup> et peuvent ne pas se préoccuper des taxes prélevées après leur mort sur la génération suivante. Barro (1974) a tenté de résoudre ce problème en remplaçant l'agent représentatif unique de durée de vie infinie par des générations chevauchantes altruistes, qui lègue aux générations suivantes les montants appropriés pour rétablir l'équivalence ricardienne. Ce système est connu comme le principe des générations dynastiques. Cependant, cet outil est remis en cause par Bernheim et Bagwell (1988). La seconde objection est que les marchés sont imparfaits. Les individus ne peuvent donc pas nécessairement emprunter et prêter au même taux que le gouvernement. Le troisième point est que les revenus et les taxes futures sont incertains. Il est donc très difficile pour les individus de faire des décisions de type ricardienne en ignorant ce que leur réserve le futur. Le quatrième point est que les taxes ne sont pas forfaitaires et ont donc un effet de distorsion. Cet effet n'est pas pris en compte dans l'équivalence ricardienne. Finalement, Barro suppose que le niveau des dépenses gouvernementales reste constant. Or, d'après Bohn, les agents peuvent anticiper les variations des dépenses gouvernementales et agir en conséquence. Dans les parties qui suivent, nous allons présenter en plus grand détail deux de ces critiques.

#### XIII.C.1) Dépenses gouvernementales endogènes

La théorie ricardienne conclut que les consommateurs ne réagissent pas à une baisse des taxes par une hausse de la consommation. En effet, ceux-ci anticipent une hausse future des taxes pour compenser le manque à gagner du gouvernement. Cette conclusion est très importante puisqu'elle implique que toute politique fiscale expansionniste de cette nature est vouée à l'échec. Cependant, cette conclusion repose sur deux axiomes fondamentaux.

a) Le comportement du consommateur dépend seulement de la valeur présente de son revenu net de taxes.

---

<sup>198</sup> Par exemple Leiderman et Razin (1988) montrent à l'aide d'un modèle intertemporel Blanchard (1985) modifié qu'on ne peut rejeter l'équivalence ricardienne.

<sup>199</sup> Cependant, les gens vivent sans doute assez longtemps pour payer la dette émise plutôt. Dans livre de Romer

b) Les dépenses gouvernementales présentes et futures sont maintenues constantes (exogènes).

Bohn (1992) ne remet pas en cause le principe de l'équivalence ricardienne, mais le deuxième axiome sur lequel il repose. En effet, celui-ci considère que les dépenses gouvernementales ne peuvent être maintenues constantes lors d'une baisse des taxes. Le consommateur réagira donc lors d'une telle politique.

Le raisonnement de Bohn repose sur les suppositions suivantes : Le gouvernement cherche à maximiser le bien-être de tous et évalue à la marge l'utilité de consommer plus de biens publique contre des diminutions des dépenses privées. Les consommateurs sont parfaitement rationnels et ils anticipent qu'une baisse des taxes ne peut être que temporaire. Les taxes ayant des effets de distorsion sur l'économie, le coût marginal des biens publics vont augmenter<sup>200</sup>. Si les consommateurs observent une diminution des taxes dans cet environnement, ils s'attendent à une hausse des taxes ou une baisse des dépenses dans le futur d'après l'équivalence ricardienne. Mais, en raison de la hausse du coût marginal futur, ils vont anticiper rationnellement qu'une baisse des taxes sera accompagnée d'une baisse des dépenses publiques et donc une hausse des dépenses privées. Donc, l'hypothèse de la neutralité des dépenses publiques à une variation des taxes ne tient pas. Donc, l'équivalence ricardienne n'existe pas, car l'un de ces axiomes est sans fondement. Ceci implique que les dépenses gouvernementales doivent être considérées comme endogènes et qu'une corrélation positive entre déficit et consommation ne signifie pas que les consommateurs ne sont pas rationnels et n'anticipent pas correctement les taxes futures.

### XIII.C.2) Remise en cause de la famille dynastique

Depuis plus de 20 ans, la notion de famille dynastique est devenue un outil de plus en plus accepté pour l'analyse des politiques économiques. Cette expansion a pour origine les travaux de Becker (1974) et Barro (1974) qui ont associé un comportement altruiste aux individus de familles à plusieurs générations. En effet, grâce à l'hypothèse que la génération courante se soucie du bien-être de la génération suivante, on retrouve les mêmes résultats que si l'on supposait l'existence d'un agent représentatif unique avec horizon infini.

Bernheim et Bagwell (1988) critiquent l'utilisation de la famille dynastique comme outil pour l'analyse économique. Pour ce faire ils considèrent que chaque génération est composée d'un grand nombre d'individus distincts. Ces individus se marient entre eux. Un individu peut alors appartenir à une multitude de familles dynastiques. Cette

prolifération de liens entre familles donne pour résultat des conditions de neutralité beaucoup plus fortes que celles de Barro (1974).

### XIII.C.3) Marchés imparfaits

Source : Mme Lucie Samson, Université Laval

Le modèle d'équivalence ricardienne de Barro (1974) suppose l'existence de marchés parfaits. Ceci implique que tous les agents peuvent emprunter au même taux d'intérêt sur le marché. Nous montrons dans cette section que la suppression de cette hypothèse invalide le modèle de Barro (1974). Pour démontrer ce point, créons le modèle suivant :

Supposons l'existence de deux types d'agents (h et b) dont l'un à un taux d'escompte plus élevé que d'autre. On pourrait supposer par exemple que les agents de type h ont beaucoup moins de collatéraux que les agents de type b. Donc, prêter à l'agent de type h représente un plus grand risque que prêter à l'agent de type b.

$$R_h = (1 + I) R_b$$

$R_h$  = Taux d'escompte élevé

$R_b$  = Taux d'escompte bas

$I$  représente le coût de transaction

associé au prêt pour le type d'agent h

Supposons maintenant que le gouvernement émette des bons (B), permettant de recevoir un taux d'intérêt  $i$  chaque année. Ces bons seront achetés par les agents de type b qui leurs accordent une plus grande valeur que les agents de type h.

$$B = \frac{i}{R_b}$$

---

<sup>200</sup> L'auteur oublie que la baisse des taxes peut avoir un effet bénéfique en termes de baisse des distorsions. Donc, la baisse des taxes fait diminuer le coût marginal des biens publics.

Les reçus de cette vente de bons sont versés de façon forfaitaire aux agents. Une fraction  $a$  du transfert est versée aux agents de type b et une fraction  $(1-a)$  est versée aux agents de type h.

Le montant de la taxe nécessaire pour payer le taux d'intérêt  $i$  chaque année est prélevée de la même manière que le transfert. Une fraction  $a$  est donc prélevée sur les agents de type b et une fraction  $(1-a)$  est prélevée sur les agents de type h.

Selon l'équivalence ricardienne, l'émission de ces bons n'a aucun impact sur les variables réelles. Cependant, en introduisant des imperfections dans le marché des capitaux l'équivalence n'est plus vérifiée. Ainsi, ce modèle montre que les agents de type h s'enrichissent dans un tel système. En effet, la valeur présente des taxes est inférieure à la valeur présente des revenus d'intérêt pour ces agents.

La valeur présente des transferts pour l'agent de type b est  $aB = \frac{ai}{Rb}$ .

La valeur présente des taxes pour l'agent de type b est  $\frac{ai}{Rb}$ .

Donc, la valeur présente des taxes est égale à la valeur présente des transferts et il n'y a donc pas d'effet de richesse pour l'agent de type b. Cependant, il en va autrement pour l'agent de type h.

La valeur présente des transferts pour l'agent de type h est  $(1-a)B = \frac{(1-a)i}{Rb}$ .

La valeur présente des taxes pour l'agent de type h est  $\frac{(1-a)i}{Rh} \leq \frac{(1-a)i}{Rb}$ .

Donc, la valeur présente des taxes est inférieure à la valeur présente des transferts. Il y a donc un effet de richesse net dans un tel système de redistribution des revenus avec marché des capitaux imparfaits. Donc, l'hypothèse de marchés imparfaits invalide la proposition d'équivalence ricardienne.

Remarquons que la notion de prime de risque est en réalité endogène et que les travaux empiriques sur l'existence d'une telle prime reste vague<sup>201</sup>.

#### XIII.C.4) Incertitude sur les taxes et revenus futurs

---

<sup>201</sup> Dans livre de Romer

L'équivalence ricardienne est présentée dans un cadre théorique où les agents connaissent l'ensemble des décisions présentes passées et futures qui les affectent. Dans cette section, nous introduisons la notion d'incertitude. Voyons comment l'agent réagit dans un monde incertain.

L'incertitude sur les taxes et revenus futurs peut modifier le comportement des agents. En effet, certains économistes<sup>202</sup> soutiennent que cette incertitude implique un plus grand risque pour l'agent. Son taux d'escompte pour le futur augmente donc et la valeur présente de la taxe diminue. Un déficit budgétaire augmente la richesse de l'agent puisque la valeur présente des taxes futures attendues est inférieure à la baisse présente des taxes. Donc, un déficit relance la demande et diminue l'épargne nationale.

Cependant, les tenants de l'équivalence ricardienne soutiennent que l'incertitude ne modifie pas l'équivalence ricardienne. Chan (1983) considère le cas des taxes forfaitaires dont la répartition entre les agents est connue. Cependant, la valeur présente des taxes futures et des paiements d'intérêts sur la dette sont incertains. Les agents épargnent leur part de la dette parce qu'ils savent qu'ils devront la payer sous forme de taxes dans le futur. L'équivalence ricardienne est donc maintenue.

Chan (1983) considère ensuite le cas où la répartition des taxes forfaitaires est incertaine. Il montre qu'un agent averse au risque diminue sa consommation courante puisqu'il est incertain de ses revenus futurs. Donc, une baisse des taxes entraîne une baisse de la consommation, une hausse de l'épargne et une baisse des taux d'intérêts. Ces résultats sont l'opposé des résultats usuels.

Dans le cas d'une taxe sur le revenu<sup>203</sup>, nous obtenons des résultats similaires à ceux de Feldstein (1986) cités plus haut et opposés à ceux de Chan (1983). Supposons que chaque agent  $i$  paie une fraction  $t$  de son revenu  $Y_i$ , une hausse du déficit budgétaire implique une hausse future des taxes ( $t$  augmente). Donc, l'incertitude sur le revenu diminue puisque l'on sait qu'il va diminuer. Donc, un déficit budgétaire entraîne une augmentation de la consommation courante et donc une baisse de l'épargne.

Donc, l'introduction de l'incertitude dans l'équivalence ricardienne dépend du type de taxe et du niveau d'information de l'agent.

### XIII.C.5) Taxes non forfaitaires sur le revenu et la consommation

---

<sup>202</sup> Bailey (1971), Buchanan et Wagner (1977), Feldstein (1976)

<sup>203</sup> Chan (1983) Barsky, Mankin et Zeldes (1986)

L'équivalence ricardienne suppose que les taxes sont forfaitaires. Or, en supprimant cette hypothèse, l'équivalence ricardienne ne tient plus. En effet des taxes non forfaitaires modifient le comportement des agents. Elles sont dites distorsionnaires.

Supposons que le taux de taxation diminue aujourd'hui et augmente demain de telle façon que la dette publique n'est pas modifiée pour les périodes subséquentes. La taxe étant prélevée sur le revenu, les agents travaillent plus à la première période qu'à la seconde. De plus, en l'absence d'effet de richesse, les agents épargnent plus à la première période qu'à la seconde.

Dans le cas d'une économie fermée, les taux d'intérêts et le déficit fiscal sont plus bas à la première période que la seconde. Dans le cas d'une économie ouverte, le compte courant augmente quand le déficit fiscal augmente (et vis versa). Donc les résultats sont non ricardiens et contraires à la théorie keynésienne. Celle-ci considère en effet que les taux d'intérêts, le solde du compte courant et le déficit budgétaire ont corrélé positivement.

### XIII.C.6) Monnaie et génération imbriquée

On peut interpréter la monnaie comme<sup>204</sup> étant une obligation non échangeable sans valeur intrinsèque, qui ne paie pas d'intérêt et sans échéance. C'est donc un morceau de papier qu'on mesure en termes du chiffre écrit dessus qu'on appelle le prix ( 20\$ par exemple). Il semblerait alors bien étrange de vouloir détenir de la monnaie. L'idée est ici de faire de la monnaie un mode privilégié de transaction<sup>205</sup>. Ici, le modèle à générations imbriquées introduit des défaillances dans le marché des prêts<sup>206</sup> et des assurances de manière à justifier l'existence d'une monnaie fiduciaire<sup>207</sup>. Ces défaillances créent un manque d'emprunteurs et le gouvernement améliore le marché des prêts en devenant un emprunteur. L'emprunt vient sous la forme de monnaie fiduciaire<sup>208</sup> et assume un rôle permanent. Sargent (1987) introduit dans un modèle de Wallace (1980) avec deux générations chevauchantes un tel mécanisme. Il montre que la monnaie coexiste avec les prêts, parce qu'elle n'est pas dominée.

---

<sup>204</sup> Un billet de 20 \$ ne me rapporte rien si je le garde (en faite perte liée à l'inflation et coût d'opportunité), il n'a aucune valeur intrinsèque (c'est du papier), il n'est pas garanti contre une valeur comme l'or.

<sup>205</sup> L'absence de monnaie ne signifie pas nécessairement qu'on doit faire du troc. On pourrait utiliser des obligations émises par un parti privé. Un exemple serait les notes émises par des notaires ou marchands qu'on utilisait autrefois comme de la monnaie. Les travellers checks sont leur version moderne. Ce sont des obligations émises par exemple par American Express qui sont acceptées souvent comme moyen de transaction.

<sup>206</sup> Comme dans le modèle de la voie unique (turnpike) de Townsend

<sup>207</sup> Basée sur la confiance : le billet de 100\$ n'est pas garanti contre de l'or par exemple.

## **Théorème de Modigliani - Miller : ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ? ?**

### Restriction sur le marché des prêts

Cette restriction résulte de la séparation entre deux générations un jeune et une vieille de durée de vie finie. Donc, la jeune génération ne veut pas prêter à la vieille parce qu'elle fera défaut en mourant. La vieille génération consomme sa dotation<sup>209</sup> et ne va donc pas prêter aux jeunes, puisqu'elle va mourir. Donc, le commerce intertemporel ne peut se faire qu'entre les membres d'une même génération, sous la forme de prêts et d'emprunts, et non entre des générations différentes au même moment. Il faut pour cela que leurs dotations et préférences diffèrent<sup>210</sup>.

---

<sup>208</sup> **Pour une banque centrale la monnaie fait partie de son passif.**

<sup>209</sup> Pas de motif de lègue.

<sup>210</sup> La restriction de Townsend vient du fait qu'il envoie ses agents se ballader le long d'une voie à sens unique dans des directions différentes. Ça c'est de la modélisation !

## X.6) Problèmes de filtrage des données

Sources : Cours d'Alain Guay de sujets spéciaux principalement et très directement, Cours de Carmichael de Macro-économique de maîtrise pour la théorie du revenu permanent, Cours de séries chronologiques de maîtrise de Stephen Gordon, VAR avec hétérogénéité Normandin Phaneuf, rajouter les parties correctes de mon BP optimal.

### X.6.1) Décomposition des séries entre leur composante de tendance et celle de cycle

La source de fluctuations dans l'économie est l'erreur de prévision. En effet, l'agent étant rationnel, il utilise l'ensemble de l'information disponible pour améliorer son bien-être. Si une nouvelle information apparaît après sa prise de décision, alors celles-ci ne sont plus nécessairement les bonnes décisions pour la nouvelle période<sup>211</sup>. On appelle cette nouvelle information un ou des chocs ou surprises (choc de préférence, nouvelle politique monétaire ou fiscale, changement de la situation à l'étranger etc ).

#### X.6.1.a) Théorème de décomposition de Wold univariée et multivariée

##### Théorème de décomposition de Wold univariée

Soit un processus stationnaire univarié  $x_t$  tel que,

$$x_t = T(t) + C(L)e_t, \quad t \in \mathbb{Z}^{212}$$

Où,  $T(t)$  est une fonction déterministe du temps

$C(L)$  est un polynôme de retards

$$C(L) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j L^j$$

$$C_0 = 1$$

$$C(1) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j < \infty$$

---

<sup>211</sup> S'il y a des rigidités dans l'économie, des chocs précédents peuvent avoir un impact encore à la période courante. Par exemple, un choc monétaire ne dure que la durée du contrat de travail de Fisher. Cependant, un choc monétaire a des effets quasi-permanents dans un contrat avec émulation salariale de Taylor.

<sup>212</sup> L'ensemble des entiers positifs.

$\mathbf{e}_t$  est un bruit blanc

Ce théorème montre que l'on peut décomposer une série stationnaire en une composante déterministe et une composante stochastique de type moyenne mobile<sup>213</sup>. La partie déterministe  $T(t)$  est l'espérance de la série<sup>214</sup>, la composante stochastique capture donc les fluctuations de la série par rapport à sa tendance<sup>215</sup>. En fait, il s'agit d'une décomposition de la variance de la série entre les différents bruits blancs retardés<sup>216</sup>.

Remarque : Si la série a une tendance, on peut quand même décomposer la série différenciée.

### Théorème de décomposition de Wold multivariée :

Soit un vecteur de processus stationnaires  $\mathbf{X}_t$  tel que,

$$\mathbf{X}_t = T(t) + C(L)\mathbf{e}_t, \quad t \in \mathbb{Z}^{217}$$

$$\begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1(t) \\ T_2(t) \\ \vdots \\ T_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}(L) & C_{12}(L) & \cdots & C_{1n}(L) \\ C_{21}(L) & C_{22}(L) & \cdots & C_{2n}(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1}(L) & C_{n2}(L) & \cdots & C_{nn}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1t} \\ \mathbf{e}_{2t} \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{nt} \end{bmatrix}$$

Où,  $\mathbf{X}(t)$  est composé de  $(n \times 1)$  séries stationnaires.

$T(t)$  est une fonction déterministe du temps de dimension  $(n \times 1)$ .

$C(L)$  est une matrice de polynômes de retards de dimension  $(n \times n)$ .

$$C_{ij}(L) = \sum_{k=0}^{\infty} c_{ij,k} L^k \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad \forall j = 1, \dots, n, \quad \forall k = 0, \dots, \infty^{218}$$

$$C(0_{(J \times n)}) = I_n$$

<sup>213</sup> D'une taille pouvant aller jusqu'à l'infini. Remarquons qu'un processus autorégressif est aussi un processus moyenne mobile de taille infinie.

<sup>214</sup>  $E x_t = T(t) + EC(L)\mathbf{e}_t = T(t)$

<sup>215</sup>  $x_t - T(t) = x_t - E x_t = C(L)\mathbf{e}_t$

<sup>216</sup>  $E(x_t - T(t))^2 = E(x_t - E x_t)^2 = E(C(L)\mathbf{e}_t)^2 = \sum_{j=0}^{\infty} c_j^2 \mathbf{s}_e^2$

<sup>217</sup> L'ensemble des entiers positifs.

$$C(I_{(J \times n)}) = \sum_{j=0}^{\infty} c_{ij} < \infty$$

$\mathbf{e}_t$  est un bruit blanc

### X.6.1.b) Méthode non structurelle de décomposition de Beveridge et Nelson (1982) univariée et multivariée

Décomposition de Beveridge et Nelson (1982) univariée :

$$T(t) = \lim_{k \rightarrow \infty} E_t(y_{t+k} - nk)$$

compléter

Décomposition de Beveridge et Nelson (1982) multivariée :

Exemple :

Soit  $Z_{1t}$  un vecteur ( $N_1 \times 1$ ) de variables intégrées  $I(1)$ .

Soit  $Z_{2t}$  un vecteur ( $N_2 \times 1$ ) de variables stationnaires  $I(0)$ .

$$\begin{bmatrix} \Delta z_{1t} \\ z_{2t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1(t) \\ T_2(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}(L) & C_{12}(L) & 0 & 0 \\ C_{21}(L) & C_{22}(L) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1t} \\ \mathbf{e}_{2t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \Delta z_{1t} = T_1(t) + [C_{11}(L) \quad C_{12}(L)] \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1t} \\ \mathbf{e}_{2t} \end{bmatrix} = T_1(t) + C_1(L) \mathbf{e}_t$$

On applique la décomposition de Beveridge et Nelson<sup>219</sup> :

$$\Rightarrow \Delta z_{1t} = T_1(t) + C_1(1) + (C_1(L) - C_1(1)) \mathbf{e}_t$$

L'avantage d'une décomposition multivariée de Beveridge et Nelson est le suivant. Si  $z_{2t}$  cause au sens de Granger  $\Delta z_{1t}$ , alors la partie prévisible de  $\Delta z_{1t}$  augmente qui est aussi sa partie cyclique.

---

<sup>218</sup> C'est la partie du polynôme de la série  $X_{jt}$  qui a un impact contemporain sur la série  $X_{it}$ .

X.6.1.c) Méthode structurelle de décomposition de Cochrane (1994) multivariée

La méthode de Cochrane repose sur la théorie du revenu permanent. Celle-ci nous dit que la consommation d'un ménage représentatif dépend seulement de son revenu permanent. Le ménage lisse donc sa consommation à travers le temps. Il consomme une part plus importante de son revenu aujourd'hui, parce qu'il sait que dans le futur son revenu va augmenter. Il réagit peu (beaucoup) aux chocs temporaires (permanents) parce qu'ils modifient peu (beaucoup) son revenu permanent. La conclusion de ce modèle est que la consommation <sup>220</sup> suit une marche aléatoire avec dérive et que la consommation et le revenu sont cointégrés. Donc, tout écart dans la relation de cointégration est attribuable à des variations cycliques.

$$L = \underset{C_t, A_{t+1}}{\text{Max}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t \{ \ln(C_t) + \mathbf{I}_t [A_{t+1} - R(A_t - C_t)] \}$$

Conditions de premier ordre par rapport à

$$A_{t+1} : \mathbf{I}_t - \mathbf{b}R E_0 \mathbf{I}_{t+1} = 0$$

$$C_t : \mathbf{I}_t = -\frac{1}{C_t}$$

$$\frac{1}{C_t} = \mathbf{b}R E_0 \frac{1}{C_{t+1}}$$

$$1 = \mathbf{b}R E_0 \frac{C_t}{C_{t+1}} = \mathbf{b}R \left( \frac{C_t}{C_{t+1}} + v_t \right) \text{ où } v_t \text{ est un bruit blanc}$$

On passe en log.

$$\ln(1) = 0 = \ln \mathbf{b}R + \ln \left( \frac{C_t}{C_{t+1}} + v_t \right) = \ln \mathbf{b}R + \ln \frac{C_t}{C_{t+1}} \left( 1 + \frac{C_{t+1}}{C_t} v_t \right)$$

$$\ln \mathbf{b}R + \ln \frac{C_t}{C_{t+1}} + \ln \left( 1 + \frac{C_{t+1}}{C_t} v_t \right) = 0$$

Le ratio  $\frac{C_{t+1}}{C_t}$  est égal à 1 à l'état stationnaire et il est proche de 1 sinon. Donc,  $\frac{C_{t+1}}{C_t} v_t$  est proche de 0 et l'on peut

utiliser un développement limité de Taylor à l'ordre 1 de la fonction log népérien.

$$\ln \left( 1 + \frac{C_{t+1}}{C_t} v_t \right) \approx \frac{C_{t+1}}{C_t} v_t$$

---

<sup>219</sup> Rotemberg et Woodford (19 ) l'utilisent pour montrer que la dynamique des modèles RBC est très faible.

$$\ln \mathbf{bR} + \ln \frac{C_t}{C_{t+1}} + \frac{C_{t+1}}{C_t} v_t \approx 0$$

$$\ln \mathbf{bR} + \ln \frac{C_t}{C_{t+1}} + \frac{C_{t+1}}{C_t} v_t \approx 0$$

Puisque  $\frac{C_{t+1}}{C_t} v_t$  est proche de zéro, nous pouvons poser  $\frac{C_{t+1}}{C_t} v_t \equiv \mathbf{h}_t$ , où  $\mathbf{h}_t$  est un bruit blanc.

$$\ln C_{t+1} \approx \ln \mathbf{bR} + \ln C_t + \mathbf{h}_t$$

Donc, le log de la consommation suit approximativement une marche aléatoire avec dérive.

Exprimé sous la forme moyenne mobile :

$$\Delta \ln Y_t = \mathbf{m}_y + C_1(1)\mathbf{e}_t + C_1^*(L)\mathbf{e}_t$$

$$\Delta \ln C_t = \mathbf{m}_c + C_2(1)\mathbf{e}_t$$

La consommation suit un mouvement moyenne mobile. La cointégration entre consommation et production en log entraîne<sup>221</sup> que  $C_2(1)\mathbf{e}_t = C_1(1)\mathbf{e}_t$  et  $\mathbf{m}_c = \mathbf{m}_y$ . On obtient donc la composante cyclique par la simple opération suivante.

$$\boxed{\Delta \ln Y_t - \Delta \ln C_t = C_1^*(L)\mathbf{e}_t}$$

Forme estimée :

$$\boxed{\begin{bmatrix} \Delta \ln Y_t \\ \Delta \ln C_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_y \\ \mathbf{m}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11}(L) & A_{12}(L) \\ A_{21}(L) & A_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ln Y_{t-1} \\ \Delta \ln Y_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln Y_{t-1} - \ln C_{t-1} \\ \ln Y_{t-1} - \ln C_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1t} \\ \mathbf{e}_{2t} \end{bmatrix}}$$

<sup>220</sup> En fait, l'inverse de la consommation suit une marche aléatoire.

<sup>221</sup> Le ratio  $\frac{C_t}{Y_t}$  est constant à long terme  $\frac{C_t}{Y_t} = e^{\mathbf{j}} \Rightarrow \ln C_t = \mathbf{j} + \ln Y_t$  à long terme  $\Rightarrow \Delta \ln C_t = \Delta \ln Y_t$  à long terme.

Cette méthode à l'avantage d'être très simple est d'avoir des fondements économiques théoriques. Cependant, l'hypothèse de taux d'intérêts constants est rejetée et la consommation ne suit pas empiriquement une marche aléatoire.

#### X.6.1.d) Méthode structurelle de décomposition de Blanchard et Quah multivariée

La méthode de Blanchard et Quah (1989) permet une décomposition des chocs entre leur composante permanente et chocs transitoire<sup>222</sup>, sans spécifier le type de chocs<sup>223</sup>. Elle est particulièrement utile pour calculer l'importance d'une source de la composante temporaire d'un choc. L'article de Cogley et Nason (1995) est un bon exemple, puisqu'ils utilisent cette méthode pour étudier entre autres l'impact de chocs budgétaires, monétaires et technologiques.

Forme structurelle :

$$\Delta X_t = \mathbf{m} + \Gamma(L)\mathbf{h}_t$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_t \\ u_t \end{bmatrix} = \mathbf{m} + \Gamma(L)\mathbf{h}_t$$

$\mathbf{h}_t$  est un choc structurel tel que  $E\mathbf{h}_t = 0$ ,  $E\mathbf{h}_t\mathbf{h}_t' = I_{(2 \times 2)}$  et  $\mathbf{h}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1t} \\ \mathbf{h}_{2t} \end{bmatrix}$

Où,  $\mathbf{h}_{1t}$  est le choc permanent et  $\mathbf{h}_{2t}$  est le choc temporaire.

$$\Gamma(0) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(0) & \Gamma_{12}(0) \\ \Gamma_{21}(0) & \Gamma_{22}(0) \end{bmatrix}$$

Il y a 4 inconnues

Forme réduite :

$$\Delta X_t = \mathbf{m} + C(L)\mathbf{e}_t$$

$\mathbf{e}_t$  est un choc non structurel tel que  $E\mathbf{e}_t = 0$  et  $E\mathbf{e}_t\mathbf{e}_t' = E\Gamma_t(0)\mathbf{h}_t\mathbf{h}_t'\Gamma_t'(0)$

<sup>222</sup> Est-ce qu'un choc technologique a une composante temporaire ainsi que permanente ?

<sup>223</sup> Par exemple, les chocs temporaires pourraient être de type monétaire, fiscal, de préférence. Les chocs de long terme pourraient être technologiques, de termes de l'échange, ...

$$E\mathbf{e}_t\mathbf{e}_t' = \Gamma_t(0)\Gamma_t'(0) = \mathbf{\Omega}_{(2 \times 2)}$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11} & \mathbf{s}_{12} \\ \mathbf{s}_{21} & \mathbf{s}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^2 & \mathbf{s}_{12} \\ \mathbf{s}_{12} & \mathbf{s}_2^2 \end{bmatrix}^{224}$$

On estime 3 termes, alors qu'il y a 4 inconnues.

Obtenir la forme structurelle à partir de la forme réduite :

La relation entre les deux formes peut-être résumée par les équations suivantes :

$$\mathbf{e}_t = \Gamma(0)\mathbf{h}_t$$

$$V(\mathbf{e}_t) = \mathbf{\Omega}_{(2 \times 2)} = \Gamma_t(0)\Gamma_t'(0)$$

Il y a trois termes estimés sous la forme réduite<sup>225</sup>, dont on doit obtenir les 4 inconnues de la forme structurelle<sup>226</sup>. Il est donc nécessaire de faire disparaître une inconnue en imposant une contrainte sur la matrice  $\Gamma_{(2 \times 2)}$ . La restriction peut prendre la forme d'une décomposition de Choleski, où l'on rend  $\Gamma_{(2 \times 2)}$  triangulaire inférieure. Blanchard et Quah utilisent la matrice de variance covariance de long terme. Ils imposent que le choc de demande n'a pas d'effet permanent sur la production<sup>227</sup> ( $\Gamma_{12}(0) = 0$ ).

Imposons la restriction :  $\Gamma_{12}(0) = 0$

$$\Rightarrow \mathbf{e}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1t} \\ \mathbf{e}_{2t} \end{bmatrix} = \Gamma(0)\mathbf{h}_t = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(0) & 0 \\ \Gamma_{21}(0) & \Gamma_{22}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1t} \\ \mathbf{h}_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{e}_{1t} = \Gamma_{11}(0)\mathbf{h}_{1t}$$

$$\mathbf{e}_{2t} = \Gamma_{21}(0)\mathbf{h}_{1t} + \Gamma_{22}(0)\mathbf{h}_{2t}$$

<sup>224</sup> La matrice de variance covariance est symétrique.

<sup>225</sup>  $\hat{\mathbf{\Omega}}_{(2 \times 2)}$  est composé de 3 éléments distincts en raison de la symétrie de la matrice de variance-covariance.

<sup>226</sup>  $\hat{\Gamma}_{(2 \times 2)}$  est composé de 4 inconnues.

<sup>227</sup> Faux dans le cas des contrats avec émulation salariale de Taylor.

$$\Rightarrow \mathbf{h}_{1t} = \frac{\mathbf{e}_{1t}}{\Gamma_{11}(0)}$$

$$\mathbf{e}_{2t} = \Gamma_{21}(0) \frac{\mathbf{e}_{1t}}{\Gamma_{11}(0)} + \Gamma_{22}(0) \mathbf{h}_{2t}$$

$$\Rightarrow \mathbf{h}_{2t} = \frac{\mathbf{e}_{2t}}{\Gamma_{22}(0)}$$

$$\mathbf{h}_{2t} = \frac{\mathbf{e}_{2t}}{\Gamma_{22}(0)} - \frac{\Gamma_{21}(0)}{\Gamma_{22}(0)} \frac{\mathbf{e}_{1t}}{\Gamma_{11}(0)}$$

Donc, le choc de production n'a pas d'effet sur le chômage de façon contemporaine. C'est une hypothèse très forte.

Résumé :

$$\mathbf{h}_t = \Gamma(0)^{-1} \mathbf{e}_t$$

$$\Gamma(L) = C(L)\Gamma(0)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_t \\ u_t \end{bmatrix} = \mathbf{m} + \Gamma(L) \mathbf{h}_t$$

## X.6.2) Les filtres numériques

### X.6.2.a) Notions de fréquence

L'autocovariance d'ordre  $k$  d'une variable  $y$  mesure la covariance entre la variable il y a  $k$  périodes et la variable actuelle. L'autocorrélation est la mesure de l'autocovariance sur une même échelle (formule !!).

Autocovariance<sup>228</sup> d'ordre  $k$  :  $\mathbf{g}(k) = Cov(y_t, y_{t-k}) = E[(y_t - Ey_t)(y_{t-k} - Ey_{t-k})]$

Fonction génératrice d'autocovariance<sup>229</sup> :  $g_y(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(k) z^k = \mathbf{s}_e^2 C(z^{-1})C(z)$

Démonstration :

But : Démontrer que la fonction d'autocovariance génère bien celles-ci.

Hypothèse : La série suit un processus stationnaire.

Par le théorème de Wold, tout processus univarié stationnaire peut s'exprimer sous la forme :

---

<sup>228</sup> Wold :  $y_t = T(t) + C(L)\mathbf{e}_t = Ey_t + C(L)\mathbf{e}_t$

$$y_t = T(t) + C(L)\mathbf{e}_t = E y_t + C(L)\mathbf{e}_t$$

$$\mathbf{g}(k) = \text{Cov}(y_t, y_{t-k}) = E[(y_t - E y_t)(y_{t-k} - E y_{t-k})]$$

$$\Rightarrow \mathbf{g}(k) = E[(C(L)\mathbf{e}_t)(C(L)\mathbf{e}_{t-k})]$$

$$\Rightarrow g_y(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(k) z^k = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E[(C(L)\mathbf{e}_t)(C(L)L^k \mathbf{e}_t)] z^k$$

$$g_y(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E\left[\left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j \mathbf{e}_{t-j}\right)\left(\sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i \mathbf{e}_{t-i-k}\right)\right] z^k = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l c_{l-k} \mathbf{s}_e^2\right] z^k \quad 230$$

$$g_y(z) = \mathbf{s}_e^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l c_{l-k}\right] z^k = \mathbf{s}_e^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{l-k}\right] z^k$$

$$g_y(z) = \mathbf{s}_e^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{l-k}\right] z^{k-l} z^l = \mathbf{s}_e^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l z^l \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{l-k} z^{k-l}\right]$$

$$g_y(z) = \mathbf{s}_e^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l z^l \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m z^{-m}\right]$$

$$g_y(z) = \mathbf{s}_e^2 C(z) C(z^{-1})$$

D'où la conclusion de la démonstration.

**Exemple 1:**  $y_t = a + b y_{t-1} + \mathbf{e}_t$ ,  $|b| < 1$

$$y_t = \frac{a}{1-b} + \sum_{i=0}^{\infty} b^i \mathbf{e}_{t-i} = \frac{a}{1-b} + B(L)\mathbf{e}_t$$

$$g_y(z) = \mathbf{s}_e^2 B(z) B(z^{-1}) \text{ being exceedingly ugly}$$

**Exemple 2:**  $y_t = \mathbf{e}_t + b \mathbf{e}_{t-1}$ ,  $|b| < 1$

$$y_t = (1 + bL)\mathbf{e}_t = B(L)\mathbf{e}_t$$

---

<sup>229</sup> Oú z est un complexe.

<sup>230</sup> Car les  $\mathbf{e}$  ne sont pas reliés à travers le temps (bruit blanc) de manière que  $E \mathbf{e}_t \mathbf{e}_{t-m} = 0$  si  $m \neq 0$ .

$g_y(z) = \mathbf{s}_e^2 B(z)B(z^{-1}) = \mathbf{s}_e^2 (1+bZ)(1+bZ^{-1}) = b\mathbf{s}_e^2 Z^{-1} + (1+b^2)\mathbf{s}_e^2 + b\mathbf{s}_e^2 Z$  being exceedingly pretty

$$g_y(z) = b\mathbf{s}_e^2 Z^{-1} + (1+b^2)\mathbf{s}_e^2 + b\mathbf{s}_e^2 Z = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(k)z^k$$

Densité spectrale :

$$f_y(z) = \frac{g_y(e^{iw})}{2\mathbf{p}} = \frac{1}{2\mathbf{p}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}(k)e^{iwk}$$

$$g_y(z) = \frac{\mathbf{s}_e^2}{2\mathbf{p}} C(e^{-iw})C(e^{iw})$$

Représentation spectrale d'un processus stochastique :

$$y_t = \sum_{n=1}^J a_n \cos(w_n t) + b_n \sin(w_n t)$$

$$E(a_n) = E(b_n) = 0$$

$$E(a_n a_m) = \begin{cases} \mathbf{s}_e^2 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases}$$

$$E(b_n b_m) = \begin{cases} \mathbf{s}_e^2 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases}$$

$$E(a_n b_n) = 0$$

Les composantes  $a_n \cos(w_n t)$  et  $b_n \sin(w_n t)$  ne sont pas corrélées.

$$\Rightarrow E(y_t^2) = \dots = \sum_{n=1}^J \mathbf{s}_n^2$$

$$E(y_t y_{t-k}) = \dots = \sum_{n=1}^J s_n^2 \cos w_n k$$

Inverse de la transformée de Fourier : La relation de Parseval

Propriétés d'orthogonalité :

$$\int_{-p}^p \cos(nt) \cos(mt) dt = 0 \quad m \neq n$$

$$\int_{-p}^p \sin(nt) \cos(mt) dt = 0 \quad \forall m, n^{231}$$

$$\Rightarrow a_m = \frac{1}{P} \int_{-p}^p y_t \cos(mt) dt$$

$$b_m = \frac{1}{P} \int_{-p}^p y_t \sin(mt) dt$$

Théorème de la représentation spectrale :

Le théorème de la représentation spectrale montre que tout processus stationnaire d'ordre 2 peut être exprimé comme une généralisation du processus spécifique introduit précédemment.

$$y_t = \int_{-p}^p e^{iwt} d\mathbf{e}(w)$$

$$E d\mathbf{e}(w) = 0$$

$$Cov(d\mathbf{e}(w), d\mathbf{e}(w')) = 0, \quad w \neq w'$$

$$Var d\mathbf{e}(w) = E[|d\mathbf{e}(w)|^2] = f(w) dw$$

---


$$^{231} \int_{-p}^p \cos^2(mt) dt = \int_{-p}^p \sin^2(mt) dt = p$$

Où  $f(w)$  est la densité spectrale

La série est décomposé en poids associés à chaque fréquence.

On décompose la variance d'une série en fonction de sa fréquence.

Propriété injectivité non couverte

Relation  $e(w)$  et  $f$

Transformation linéaire :

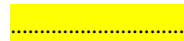
$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j x_{t-j} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j L^j x_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j L^j \left( \int_{-p}^p e^{iwt} d\mathbf{e}(w) \right)$$

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j \left( \int_{-p}^p e^{iwt(t-j)} d\mathbf{e}(w) \right) = \int_{-p}^p e^{iwt} \left( \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j e^{-iwj} \right) d\mathbf{e}(w) = \int_{-p}^p e^{iwt} A(e^{-iwj}) d\mathbf{e}(w)$$

passage ?

$$f_y(w) = |A(e^{-iwj})|^2 f_x(w)$$

La transformation linéaire de la variable  $X_t$  en  $Y_t$  correspond à une pondération de sa densité spectrale.



#### X.6.2.b) Filtre de Hodrick et Prescott

Le but du filtre Hodrick et Prescott est de décomposer une série stationnaire entre sa composante tendance (déterministe<sup>232</sup>) et sa composante cyclique. La partie cyclique est calculée comme étant la distance minimale entre la série originale et sa tendance, sachant qu'on pénalise les changements abrupts de la tendance<sup>233</sup> et que la variable de décision est la tendance.

$$L = \underset{T_t}{\text{Min}} \sum_{t=0}^N (y_t - T_t)^2 + \mathbf{I}(\Delta T_t - \Delta T_{t-1})$$

<sup>232</sup> En fait son espérance.

<sup>233</sup> En quelque sorte, on veut éviter que les cassures dans la tendance soient interprétés comme un mouvement cyclique.

$$y_t = T_t + C_t$$

Où,  $y_t$  est la série stationnaire qu'on cherche à filtrer

$T_t$  est la tendance déterministe ou espérance de la série

$C_t$  est la composante cyclique de la série

Si  $N$  tend vers l'infini<sup>234</sup>, la condition de premier ordre donne :

$$\left[1 + \mathbf{I}(1-L)^2(1-L^{-1})^2\right]T_t = y_t$$

$$C_t = y_t - T_t = \left[1 - \left[1 + \mathbf{I}(1-L)^2(1-L^{-1})^2\right]^{-1}\right]y_t$$

$$C_t = \left[\left[1 + \mathbf{I}(1-L)^2(1-L^{-1})^2\right] - 1\right] \left[1 + \mathbf{I}(1-L)^2(1-L^{-1})^2\right]^{-1} y_t$$

Le filtre Hodrick et Prescott enlève donc une partie cyclique par la formule suivante :

$$\boxed{C_t = \frac{\mathbf{I}(1-L)^2(1-L^{-1})^2}{1 + \mathbf{I}(1-L)^2(1-L^{-1})^2} y_t = C(L)y_t}$$

$$C(e^{-iw}) = \frac{\mathbf{I}(1-e^{-iw})^2(1-e^{iw})^2}{1 + \mathbf{I}(1-e^{-iw})^2(1-e^{iw})^2} = \frac{\mathbf{I}e^{2(-\frac{iw}{2})} \left(e^{\frac{iw}{2}} - e^{-\frac{iw}{2}}\right)^2 e^{iw} \left(e^{-\frac{iw}{2}} - e^{\frac{iw}{2}}\right)^2}{1 + \mathbf{I}e^{-iw} \left(e^{\frac{iw}{2}} - e^{-\frac{iw}{2}}\right)^2 e^{iw} \left(e^{-\frac{iw}{2}} - e^{\frac{iw}{2}}\right)^2}$$

$$C(e^{-iw}) = \frac{\mathbf{I} \left(2i \frac{e^{\frac{iw}{2}} - e^{-\frac{iw}{2}}}{2i}\right)^2 \left(2i \frac{e^{-\frac{iw}{2}} - e^{\frac{iw}{2}}}{2i}\right)^2}{1 + \mathbf{I} \left(2i \frac{e^{\frac{iw}{2}} - e^{-\frac{iw}{2}}}{2i}\right)^2 \left(2i \frac{e^{-\frac{iw}{2}} - e^{\frac{iw}{2}}}{2i}\right)^2}$$

<sup>234</sup> Si  $N$  est fini, c'est plus pénible parce que les conditions du premier ordre changent pour les premières et dernières données. Il y a une forme généralisable sinon pour les autres.

$$C(e^{-iw}) = \frac{16I \left( \sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^2 \left( -\sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^2}{1 + 16I \left( \sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^2 \left( -\sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^2}$$

$$C(e^{-iw}) = \frac{16I \left( \sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^4}{1 + 16I \left( \sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^4}$$

Donc, il n'y a pas de déphasage puisque c'est un chiffre réel et  $C(e^{-iw})$  est donc le gain du filtre. En traçant ce gain dans le domaine des fréquences, on constate que c'est une bonne approximation d'un filtre High Pass. Ce filtre rend stationnaire une série I(4). Le problème est le côté arbitraire du choix de  $I$ .

Problème si on l'applique à une série non stationnaire : Cogley et Nason

Soit une série  $y_t$  intégré d'ordre 1,  $\Delta y_t = (1 - L)y_t = \mathbf{m}$

$$C_t = \frac{I(1-L)^2(1-L^{-1})^2}{1 + I(1-L)^2(1-L^{-1})^2} y_t = C_t = \frac{I(1-L)^2(1-L^{-1})}{1 + I(1-L)^2(1-L^{-1})^2} (1-L)y_t$$

$$C(e^{-iw}) = \frac{\mathbf{I} e^{-iw} \left( 2i \frac{e^{\frac{iw}{2}} - e^{-\frac{iw}{2}}}{2i} \right)^2 e^{\frac{iw}{2}} \left( 2i \frac{e^{-\frac{iw}{2}} - e^{\frac{iw}{2}}}{2i} \right)}{1 + \mathbf{I} \left( 2i \frac{e^{\frac{iw}{2}} - e^{-\frac{iw}{2}}}{2i} \right)^2 \left( 2i \frac{e^{-\frac{iw}{2}} - e^{\frac{iw}{2}}}{2i} \right)^2} \Delta y_t$$

$$C(e^{-iw}) = \frac{-8ie^{\frac{iw}{2}} \mathbf{I} \left( \sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^2 \left( -\sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)}{1 + 16I \sin^4\left(\frac{w}{2}\right)} \Delta y_t \quad 235$$

$$C(e^{-iw}) = \frac{8e^{i\left(\frac{p-w}{2}\right)} I \left( \sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^3}{1 + 16I \sin^4\left(\frac{w}{2}\right)} \Delta y_t$$

$$\text{Gain du filtre : } |C(e^{-iw})| = \frac{8I \left( \sin\left(\frac{w}{2}\right) \right)^3}{1 + 16I \sin^4\left(\frac{w}{2}\right)} \Delta y_t$$

Déphasage : Présent

Donc une série non stationnaire différenciée et filtrée est déphasée et le gain tend à amplifier<sup>236</sup> les fréquences cycliques. Ce point est très important puisque cela signifie que l'importance des cycles économiques simulés est surestimée.

X.6.2.c) Filtre de différence (  $\Delta$  ) :

$$y_t = \Delta x_t = (1 - L)x_t \quad 237$$

$$f_y(w) = (1 - e^{iw})(1 - e^{-iw})f_x(w)$$

$$f_y(w) = (2 - 2\cos w)f_x(w)$$

$$B(e^{-iw}) = 1 - e^{-iw} = e^{-\frac{iw}{2}} \left( e^{\frac{iw}{2}} - e^{-\frac{iw}{2}} \right) = 2e^{i\left(\frac{i}{2}\frac{w}{2}\right)} \sin\left(\frac{w}{2}\right)$$

$$\text{Gain du filtre : } |B(e^{-iw})| = 2 \sin\left(\frac{w}{2}\right)$$

Déphasage : présent

Donc, filtrer une série stationnaire par différenciation entraîne une forte augmentation des cycles courte fréquence (tendance) aux dépens de ceux de longue fréquence (business cycle). De plus, les séries sont déphasées.

<sup>235</sup>  $e^{i\frac{p}{2}} = \cos\left(\frac{p}{2}\right) + i \sin\left(\frac{p}{2}\right) = 0 + i \times 1 = i$

<sup>236</sup> Guay et St Amant trouvent le contraire.

<sup>237</sup> C'est une simple transformation linéaire.

X.6.2.d) Filtre High Pass et Low Pass :

$$\text{Filtre High Pass : } B(e^{-i\omega j}) = \begin{cases} 1 & |\omega| \geq \omega_0 \\ 0 & \text{sin on} \end{cases}$$

$$\text{Filtre Low Pass : } B(e^{-i\omega j}) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_0 \\ 0 & \text{sin on} \end{cases}$$

X.6.2.e) Filtre Band Pass de Baxter et King (19 )

Filtre Band-Pass théorique :

$$B(e^{-i\omega j}) = \begin{cases} 1 & \underline{\omega} \leq \omega \leq \bar{\omega} \\ 0 & \text{sin on} \end{cases}$$

$$b_j = \frac{1}{2p} \int_{-p}^p B(e^{-i\omega j}) e^{i\omega j} d\omega$$

$$b_j = \frac{1}{2p} \left( \int_{-\underline{\omega}}^{-\bar{\omega}} e^{i\omega j} d\omega + \int_{\underline{\omega}}^{\bar{\omega}} e^{i\omega j} d\omega \right) = \frac{1}{2p} \left( \int_{\underline{\omega}}^{\bar{\omega}} e^{i\omega j} + e^{-i\omega j} d\omega \right)^{238}$$

$$b_j = \frac{1}{p} \frac{\sin \omega j}{j} \Big|_{\underline{\omega}}^{\bar{\omega}}$$

Filtre Band-Pass pratique de Baxter et King (19 ) :

$$C_t = \sum_{j=-12}^{12} b_j y_{t-j} = B(L)y_t$$

$$b_j = b_{-j}$$

On contraint le filtre a avoir un poids nul à la fréquence 0 (très long terme). Ceci donne par la transformée de Fourier<sup>239</sup> que :

$$^{238} \cos \omega j = \frac{e^{i\omega j} + e^{-i\omega j}}{2}, \sin \omega j = \frac{e^{i\omega j} - e^{-i\omega j}}{2i}, \frac{\mathcal{F} \sin \omega j}{\mathcal{F} \omega} = j \cos \omega j, \frac{\mathcal{F} \cos \omega j}{\mathcal{F} \omega} = -j \sin \omega j$$

$$B(0) = 0 = \sum_{j=-12}^{12} b_j$$

Le problème est donc de minimiser la différence entre la pondération du filtre théorique et celle du filtre pratique sous la contrainte précédente. Le résultat du problème est l'obtention des pondérations  $b_j$  de la série filtrée

$$C_t = \sum_{j=-12}^{12} b_j y_{t-j}$$

$$L = \underset{b_j}{\text{Min}} \int_{-p}^p \left| B^{\text{theor}}(e^{-iwj}) - B^{\text{prati}}(e^{-iwj}) \right|^2 + \mathbf{I} \left( \sum_{j=-12}^{12} b_j - 0 \right)$$

Vérifier

On constate que le filtre BK se comporte relativement bien, bien qu'il ressemble à un dos d'âne.

Cas d'une série non stationnaire : Alain Guay et St Amant

Si on filtre (BK ou HP) une série non stationnaire différenciée de type forme de Granger, alors on crée des cycles fictifs et on sous estime<sup>240</sup> (contraire de Cogley et Nason) la variance de la partie cyclique.

Si on filtre (BK ou HP) une série non stationnaire différenciée principalement centrée sur les fréquences du cycle<sup>241</sup>, alors les filtres se comportent relativement bien.

IL en manque surtout King et Rebelo conséquences très important.

X.6.3) Propositions alternatives d'Alain Guay :

De manière à éviter les problèmes de filtrages de variables intégrées, on peut travailler directement sur la densité spectrale. Une série stationnaire<sup>242</sup> peut s'écrire peut être décomposée sous la forme de Wold et ensuite s'écrire sous sa forme spectrale.

$$y_t = (1 - L^{-1}) \sum_{j=0}^{\infty} a_j \mathbf{e}_{t-j}$$

---


$$^{239} B(w) = \sum_{j=-12}^{12} b_j e^{iwj}$$

<sup>240</sup> Contraire de Cogley et Nason

<sup>241</sup> rare

$$y_t = \int (1 - e^{-i\omega t}) e^{i\omega t} A(e^{-i\omega j}) d\mathbf{e}(\omega)$$

$$A(e^{-i\omega j}) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j e^{-i\omega j}$$

On filtre la série en ne choisissant qu'une bande de fréquence.

$$y_t^f = \int_{-\bar{w}}^{-\underline{w}} (1 - e^{-i\omega t}) e^{i\omega t} A(e^{-i\omega j}) d\mathbf{e}(\omega) + \int_{\underline{w}}^{\bar{w}} (1 - e^{-i\omega t}) e^{i\omega t} A(e^{-i\omega j}) d\mathbf{e}(\omega)$$

Remarques :

- On peut aussi utiliser la densité spectrale pour obtenir l'autocovariance<sup>243</sup> et la variance, ce qui permet de calculer ainsi les autocovariances et autocorrélations de différents ordres.

Cette méthode peut s'appliquer à un ensemble de séries.

#### X.7) La critique de Cogley et Nason sur la propagation dynamique

Source : Cogley et Nason (1995), Cours de Phaneuf de cycle et fluctuations, Partie de Zimmerman du Cours d'Ambler et Zimmerman de Finance internationale pour la question de dynamique du capital.

Cogley et Nason<sup>244</sup> (1995) ont montré empiriquement que les modèles néoclassiques actuels de l'école des RBC n'avaient qu'une capacité très limitée de propagation des chocs. En fait, la seule dynamique semble venir du mouvement qu'on impose aux chocs externes<sup>245</sup>. Cette critique est aussi le résultat des études de Woodford (19 ) avec la décomposition de Cogley et Nason et Summers (19 ) avec ? ? ? ? ?.

Méthodologie de Cogley et Nason :

Cogley et Nason ont utilisé les outils développés pour l'étude des séries univariées et multivariées, pour estimer la dynamique des modèles RBC. Avec la méthode de Blanchard et Quah (1989), ils ont calculé l'impact d'un choc

---

<sup>242</sup> Série non stationnaire différenciée

<sup>243</sup> Propriété d'injectivité

<sup>244</sup> Watson (1993) et Rotemberg et Woodford (1996) développent une idée similaire.

<sup>245</sup> Donc, ces modèles ne sont pas adéquats pour juger des instruments d'intervention (études de bien être) et de l'importance relative des chocs.

temporaire sur l'économie. Ils ont décomposés la partie permanente et permanente de la production par la méthode de Blanchard et Quah (1989). Cette méthode consiste à utiliser un VAR sur un vecteur composé de la différence de la production et du chômage. La production à une tendance et le chômage est une variable stationnaire. Blanchard et Quah utilisent la matrice de variance covariance de long terme. Ils imposent que le choc de demande n'a pas d'effet permanent sur la production<sup>246</sup> ( $\Gamma_{12}(0) = 0$ ).

La méthode de Blanchard et Quah (1989) permet une décomposition des chocs entre leur composante permanente et chocs transitoire<sup>247</sup>, sans spécifier le type de chocs<sup>248</sup>. On suppose l'existence de deux chocs orthogonaux, dont l'un à un effet permanent sur la production et l'autre a un effet transitoire. La notion de permanence vient du fait qu'on utilise la matrice de variance - covariance de long terme.

Forme structurelle :

$$\Delta X_t = \mathbf{m} + \Gamma(L)\mathbf{h}_t$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_t \\ n_t \end{bmatrix} = \mathbf{m} + \Gamma(L)\mathbf{h}_t$$

$n_t$  est le nombre d'heures travaillées per capita

$\mathbf{h}_t$  est un choc structurel tel que  $E\mathbf{h}_t = 0$ ,  $E\mathbf{h}_t\mathbf{h}_t' = I_{(2 \times 2)}$  et  $\mathbf{h}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1t} \\ \mathbf{h}_{2t} \end{bmatrix}$

Où,  $\mathbf{h}_{1t}$  est le choc permanent et  $\mathbf{h}_{2t}$  est le choc temporaire.

$$\Gamma(0) = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(0) & \Gamma_{12}(0) \\ \Gamma_{21}(0) & \Gamma_{22}(0) \end{bmatrix}$$

Il y a 4 inconnues

Forme réduite :

$$\Delta X_t = \mathbf{m} + C(L)\mathbf{e}_t$$

---

<sup>246</sup> Faux dans le cas des contrats avec émulation salariale de Taylor.

<sup>247</sup> Est-ce qu'un choc technologique a une composante temporaire ainsi que permanente ?

$\mathbf{e}_t$  est un choc non structurel tel que  $E\mathbf{e}_t = 0$  et  $E\mathbf{e}_t\mathbf{e}_t' = E\Gamma_t(0)\mathbf{h}_t\mathbf{h}_t'\Gamma_t'(0)$

$$E\mathbf{e}_t\mathbf{e}_t' = \Gamma_t(0)\Gamma_t'(0) = \mathbf{\Omega}_{(2 \times 2)}$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11} & \mathbf{s}_{12} \\ \mathbf{s}_{21} & \mathbf{s}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^2 & \mathbf{s}_{12} \\ \mathbf{s}_{12} & \mathbf{s}_2^2 \end{bmatrix}^{249}$$

On estime 3 termes, alors qu'il y a 4 inconnues.

Obtenir la forme structurelle à partir de la forme réduite :

La relation entre les deux formes peut-être résumée par les équations suivantes :

$$\mathbf{e}_t = \Gamma(0)\mathbf{h}_t$$

$$V(\mathbf{e}_t) = \mathbf{\Omega}_{(2 \times 2)} = \Gamma_t(0)\Gamma_t'(0)$$

Il y a trois termes estimés sous la forme réduite<sup>250</sup>, dont on doit obtenir les 4 inconnues de la forme structurelle<sup>251</sup>. Il est donc nécessaire de faire disparaître une inconnue en imposant une contrainte sur la matrice  $\Gamma_{(2 \times 2)}$ . Blanchard et Quah utilisent la matrice de variance covariance de long terme. Ils imposent que le choc de demande n'a pas d'effet permanent sur la production<sup>252</sup> ( $\Gamma_{12}(0) = 0$ ).

Imposons la restriction :  $\Gamma_{12}(0) = 0$

$$\Rightarrow \mathbf{e}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1t} \\ \mathbf{e}_{2t} \end{bmatrix} = \Gamma(0)\mathbf{h}_t = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(0) & 0 \\ \Gamma_{21}(0) & \Gamma_{22}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1t} \\ \mathbf{h}_{2t} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{h}_{1t} = \frac{\mathbf{e}_{1t}}{\Gamma_{11}(0)}$$

$$\mathbf{h}_{2t} = \frac{\mathbf{e}_{2t}}{\Gamma_{22}(0)} - \frac{\Gamma_{21}(0)}{\Gamma_{22}(0)} \frac{\mathbf{e}_{1t}}{\Gamma_{11}(0)}$$

<sup>248</sup> Par exemple, les chocs temporaires pourraient être de type monétaire, fiscal, de préférence. Les chocs de long terme pourraient être technologiques, de termes de l'échange, ...

<sup>249</sup> La matrice de variance covariance est symétrique.

<sup>250</sup>  $\hat{\mathbf{\Omega}}_{(2 \times 2)}$  est composé de 3 éléments distincts en raison de la symétrie de la matrice de variance-covariance.

<sup>251</sup>  $\hat{\Gamma}_{(2 \times 2)}$  est composé de 4 inconnues.

Donc, le choc de production n'a pas d'effet sur le chômage de façon contemporaine. C'est une hypothèse très forte.

Résumé :

$$\mathbf{h}_t = \Gamma(0)^{-1} \mathbf{e}_t$$

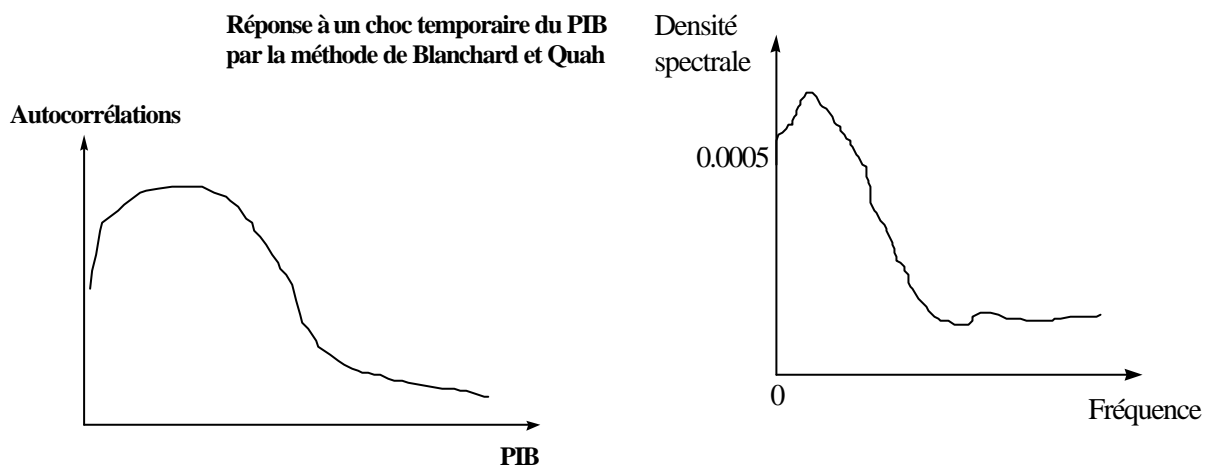
$$\Gamma(L) = C(L)\Gamma(0)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_t \\ n_t \end{bmatrix} = \mathbf{m} + \Gamma(L)\mathbf{h}_t$$

Conclusions de la critique de Cogley et Nason :

Ils montrent que le PIB est très persistant à l'aide d'une autocorrélation et que la réponse du PIB est positive en forme de bosse et très persistante.

Les graphiques suivants donnent une idée de la forme en bosse de la réponse<sup>253</sup> d'un choc temporaire.



Les auteurs ont montré que les mécanismes suivants avaient individuellement une persistance très faible<sup>254</sup> :

<sup>252</sup> Faux dans le cas des contrats avec émulation salariale de Taylor.

<sup>253</sup> L'analyse spectrale donne la même réponse, puisque le pseudo-spectre est important aux fréquences liées au long terme.

<sup>254</sup> L'étude d'Ambler-Guay-Phaneuf montre que plusieurs mécanismes ensemble peuvent réagir de façon très différente de chaque mécanisme pris individuellement. Donc, on ne peut rejeter un mécanisme, puisque combiné avec d'autres il pourrait être pertinent.

● Les dépenses publiques :

Une augmentation des dépenses publiques temporaire cause une baisse de la richesse nette du ménage. Ceci équivaut à un choc négatif sur l'offre de travail. Il y a donc une baisse de l'intrant travail dans la production et donc une baisse de celle-ci. Au fur et à mesure que le choc s'estompe (AR(1)), la courbe d'offre de travail revient vers sa position initiale. Donc, l'intrant travail remonte vers son niveau initial et la production fait donc de même. Donc, un choc positif sur les dépenses publiques entraîne une baisse de la production qui au cours des périodes suivantes remonte à son niveau de départ.

$$\text{Autocovariance d'ordre } i = \text{Cov}(y_t, y_{t-i}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-i} - \bar{Y}) < 0$$

$$\text{Autocorrélation d'ordre } i = \frac{\text{Cov}(y_t, y_{t-i})}{\text{Var}(y_t)}$$

Donc, la covariance entre la production est reliée négativement à la production aux périodes subséquentes. **Donc, l'autocorrélation dans la production est négative quelque soit son ordre.**

● La gestation multipériodique du capitalet le coût d'ajustement du capital :

La gestation multipériodique du capitalet le coût d'ajustement du capital ont un effet faible en termes de propagation. En effet, l'investissement représente une faible partie du capital futur utilisée comme intrant dans la production. Donc, une modification du flux d'investissement à peu d'effet à court terme sur la production. Cependant, cette hypothèse serait peut-être modifiée si l'on était dans une économie avec entreprises multiples comme dans Long et Plosser (1983). **Vérifier**

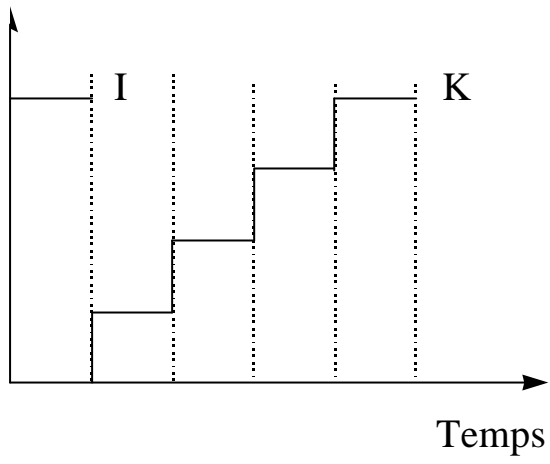
Temps de mise en place du capital :

On égalise le bénéfice marginal du capital à son coût marginal :

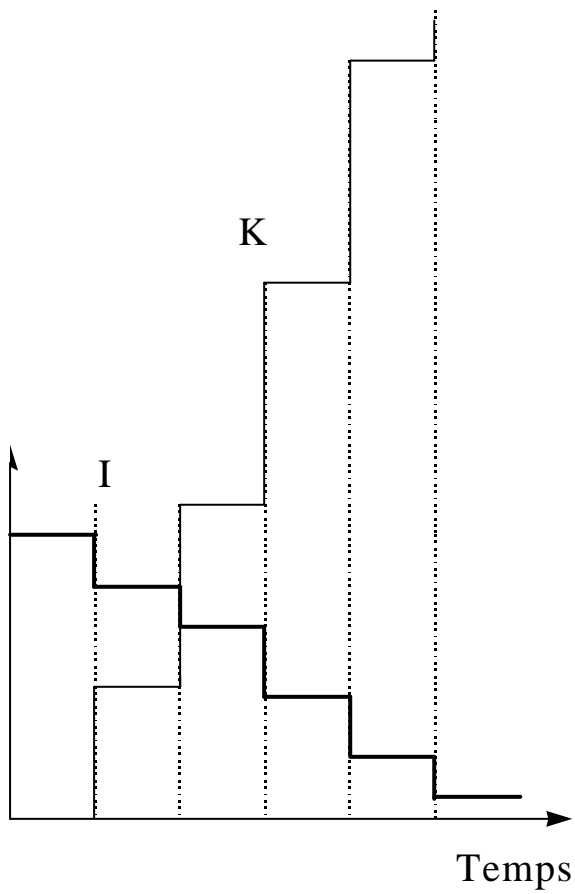
$$z_t > 0 \Rightarrow \frac{r_t}{p_t} \leq f_{k_t}(k_t, n_t) \Rightarrow k_t \nearrow$$

L'effet de ce choc s'estompe dans le temps .

Cas du temps de mise en place du capital pour un choc bruit blanc (pas de persistance):



Cas du temps de mise en place du capital pour un choc technologique unique (persistance AR(1)) :



Coût d'ajustement de l'investissement :

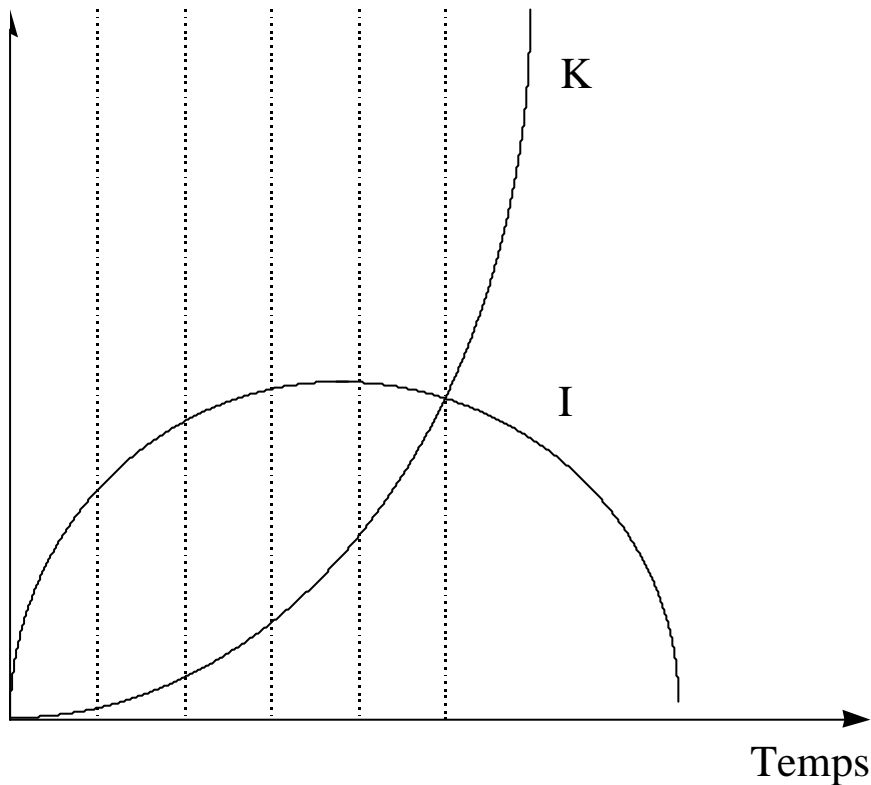
On égalise le bénéfice marginal du capital à son coût marginal :

$$z_t > 0 \Rightarrow q_t \leq 1 \Rightarrow k_t \nearrow$$

rajouter

L'effet de ce choc s'estompe dans le temps .

Cas du temps de mise en place du capital pour un choc technologique unique (persistance AR(1)) :



● La production domestique : Elle génère une autocorrélation négative, mais celle-ci est rejetée.

Un choc technologique temporaire dans le secteur domestique incite les gens à travailler moins sur le marché du travail et plus sur le marché domestique<sup>255</sup> puisque le gain qu'ils en tirent vient d'augmenter. La technologie suivant un processus AR(1), la diminution de l'offre de travail dans le secteur de marché atteint son apogée en première période. Elle augmente ensuite lentement au fur et à mesure que l'incitation à travailler dans le secteur domestique diminue. Le travail sur le marché étant un intrant dans la production de biens et services, celle-ci diminue à la première période pour revenir lentement à son niveau initial aux périodes suivantes.

Analyse d'équilibre partiel à la période t :

---

<sup>255</sup> La fonction d'utilité comme d'habitude spécifie que l'effet de substitution domine l'effet revenu.

$$z_t^{Domestique} > 0 \Rightarrow \frac{w_t}{p_t} \Big|_{Domestique} \leq f_{n_t^{Domestique}}(k_t, n_t) \Rightarrow n_t^{Domestique} \nearrow$$

$$z_t^{Marché} = 0 \Rightarrow \frac{w_t}{p_t} \Big|_{Marché} = f_{n_t^{Marché}}(k_t, n_t) \Rightarrow n_t^{Marché} \text{ reste constant}$$

Analyse d'équilibre à la période t :

$$z_t^{Domestique} > 0 \Rightarrow \frac{w_t}{p_t} \Big|_{Domestique} \geq \frac{w_t}{p_t} \Big|_{Marché} \Rightarrow n_t^{Domestique} \nearrow, n_t^{Marché} \searrow \Rightarrow y_t^{Marché} \searrow$$

$$z_{t+1}^{Domestique} < z_t^{Domestique} \Rightarrow \frac{w_{t+1}}{p_{t+1}} \Big|_{Domestique} < \frac{w_t}{p_t} \Big|_{Domestique} \Rightarrow n_{t+1}^{Domestique} > n_t^{Domestique} \Rightarrow y_{t+1}^{Marché} > y_t^{Marché}$$

...

La composante temporaire de la technologie domestique suit un processus AR(1) :

$$z_t^{Domestique} = r z_{t-1}^{Domestique} + e_t^{Domestique}$$

Un choc temporaire unique à la période t a donc pour forme  $e_t^{Domestique} = 1$  et pour dynamique :  $e_{t' \neq t}^{Domestique} = 0$

$$z_t^{Domestique} = e_t^{Domestique}$$

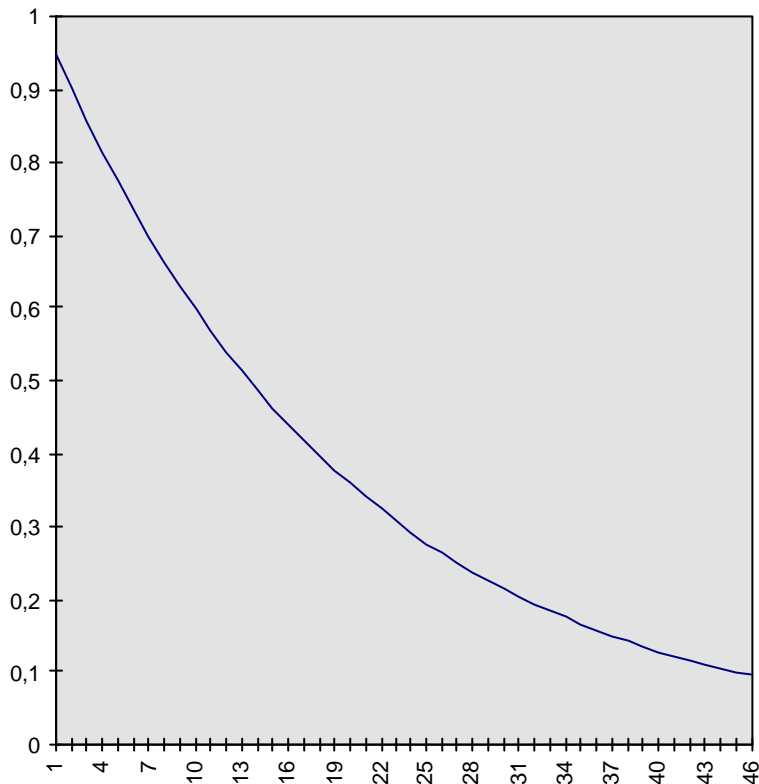
$$z_{t+1}^{Domestique} = r e_t^{Domestique} < z_t^{Domestique}$$

$$z_{t+2}^{Domestique} = r^2 e_t^{Domestique} < z_{t+1}^{Domestique}$$

...

$$z_{t+i}^{Domestique} = r^i e_t^{Domestique} < z_{t+i-1}^{Domestique}$$

Par exemple ,un choc unique avec une corrélation de 0.95 à l'effet suivant sur la composante temporaire de la technologie au cours du temps(  $z_{t+i}^{Domestique}$  ).



Analyse d'équilibre à la période t et t + 1 :

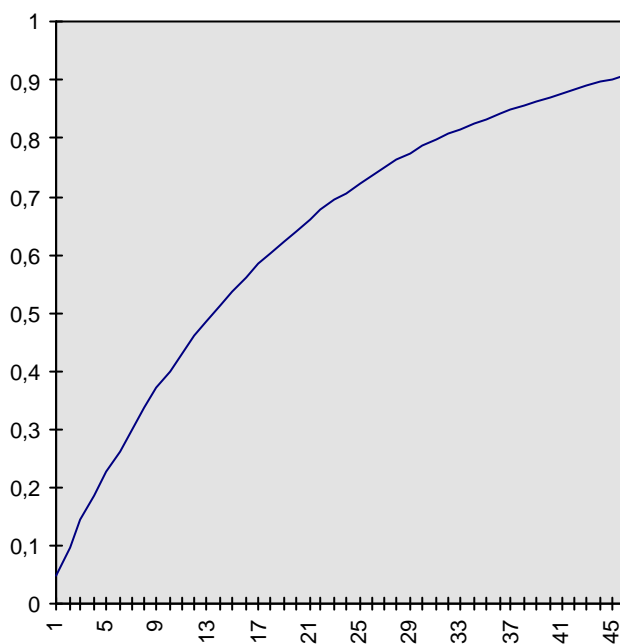
$$z_t^{\text{Domestique}} > 0 \Rightarrow \left. \frac{w_t}{P_t} \right|_{\text{Domestique}} \geq \left. \frac{w_t}{P_t} \right|_{\text{Marché}} \Rightarrow n_t^{\text{Domestique}} \nearrow, n_t^{\text{Marché}} \searrow \Rightarrow y_t^{\text{Marché}} \searrow$$

$$z_{t+1}^{\text{Domestique}} < z_t^{\text{Domestique}} \Rightarrow \left. \frac{w_{t+1}}{P_{t+1}} \right|_{\text{Domestique}} < \left. \frac{w_t}{P_t} \right|_{\text{Domestique}} \Rightarrow n_{t+1}^{\text{Domestique}} > n_t^{\text{Domestique}} \Rightarrow y_{t+1}^{\text{Marché}} > y_t^{\text{Marché}}$$

La production dans le secteur de marché chute suite au choc temporaire dans le secteur domestique, puis revient lentement jusqu'à sa tendance stochastique. Donc, la covariance entre la production sur le marché en t est reliée négativement à la production aux périodes subséquentes. **Donc, l'autocorrélation dans la production est négative quelque soit son ordre.**

$$\text{Autocovariance d'ordre } i = \text{Cov}(y_t, y_{t-i}) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-i} - \bar{Y}) < 0$$

$$\text{Autocorrélation d'ordre } i = \frac{\text{Cov}(y_t, y_{t-i})}{\text{Var}(y_t)}$$



Un choc technologique permanent fait augmenter la productivité marginale du travail dans le secteur du marché et domestique. Donc, le travail augmente dans les deux secteurs puisque l'effet de substitution domine l'effet de revenu par hypothèse sur l'utilité.

Les auteurs ont montré que les mécanismes suivants avaient individuellement une persistance non négligeable :

● Coût d'ajustement de l'emploi :

L'autocorrélation d'ordre 1 se comporte bien, cependant l'autocorrélation aux ordres suivantes sont négatives puis non significatives. Les modèles avec coût d'ajustement répliquent bien l'autocorrélation positive, mais il est nécessaire de donner des chocs technologiques beaucoup trop grand pour obtenir l'effet de bosse.

● Labor hoarding :

L'autocorrélation d'ordre 1 se comporte mal, celle d'ordre 2 est bonne car positive mais trop faible. Donc, on obtient une bosse, mais il n'est pas clair que celle-ci soit significative.

Fonction de production :  $y_t = f(k_t, n_t)$

Fonction de production différenciée :  $dy_t = f_{k_t}(k_t, n_t)dk_t + f_{n_t}(k_t, n_t)dn_t$

Théorème d'Euler :

Fonction de production à rendements constants : 1.  $y_t = f_{k_t}(k_t, n_t)k_t + f_{n_t}(k_t, n_t)n_t$

Donc, la persistance de la production peut se transmettre par le capital, le travail et les productivités marginales. Cet effet peut être obtenu en imposant une forte persistance des chocs, ou un coût d'ajustement au capital ou au travail.

En effet, on cherche à étaler le coût de varier le travail ou le capital à travers le temps suite à un choc. Cet étalement à travers le temps introduit donc une persistance dans le travail ou le capital.

Donc, l'effet de bosse sur la production d'un choc temporaire peut se transmettre par le capital, le travail et les productivités marginales. On peut donc obtenir cet effet de bosse en utilisant un coût d'ajustement sur le capital et sur le travail. En effet, un ajustement du capital ou du travail est retardé suite à un choc. Donc, le capital ou le travail atteint son pic quelques périodes après le choc. On obtient donc l'effet de bosse. On peut obtenir le même effet en imposant un coût d'ajustement sur le salaire ou le taux d'intérêt qui permettent d'obtenir le travail et le capital. Ce coût peut prendre la forme d'un contrat, **concurrence imparfaite ?**.

Fonction de production à rendements croissants d'ordre  $m$  :  $m. y_t = f_{k_t}(k_t, n_t)k_t + f_{n_t}(k_t, n_t)n_t$

X.9) Méthodes d'estimation :

Source : Alain Guay, Sébastien Galy

Estimation par maximum de vraisemblance d'un modèle linéarisé (King Plosser et Rebelo par exemple) : Watson (1994)

Forme espace d'états :

$$Z_{t+1} = AZ_t + D\mathbf{e}_{t+1}$$

$$X_t = CZ_t$$

Où  $Z_t$  regroupe les variables dynamiques<sup>256</sup> endogènes (saut) et les variables de dynamique exogène (technologie, dépenses gouvernementales, ...)

$X_t$  regroupe l'ensemble des variables endogènes non dynamiques.

$e_{t+1}$  est la matrice de chocs.

Le problème principal dans l'estimation d'un modèle économiques est le nombre insuffisant de sources de chocs. En effet, chaque série économique subit un choc composite, qui rend ces données non colinéaires. Par contre dans les modèles économiques, les séries ne sont pas forcément non colinéaires en raison d'un manque de sources de choc. Le résultat de ce problème est une dynamique manquante dans le modèle économique et l'impossibilité d'estimer le modèle<sup>257</sup>.

De la forme espace d'états, on obtient:  $X_t = C(1 - AL)^{-1}De_t$

$$\Rightarrow \text{Var}(X_t) = C(1 - A^2)^{-1}D\text{Var}(e_t)D'((1 - A^2)^{-1})'C'$$

Donc, la variance de  $X_t$  dépend directement de la variance de  $e_t$ , de manière à ce que le rang de  $X_t$  soit égal au rang de  $e_t$ . Or, dans les données le rang de  $X_t$  est plein<sup>258</sup>, donc il y a généralement insuffisance de sources de chocs dans les modèles économiques. Ce problème ne semble pas important dans la mesure où les sources de chocs négligées ont une importance mineure.

Pour résoudre ce problème, on introduit un vecteur de chocs supplémentaires  $h_t$ , de manière à rendre le rang de  $X_t$  plein et la matrice de variance covariance inversible :

$$\hat{X}_t = \hat{X}_t^{\text{mod}l} + h_t$$

$$\Rightarrow \text{Var}(\hat{X}_t) = \text{Var}(\hat{X}_t^{\text{mod}l}) + \text{Var}(h_t) + 2\text{Cov}(\hat{X}_t^{\text{mod}l}, h_t)$$

Si  $\text{Cov}(\hat{X}_t^{\text{mod}l}, h_t) = 0$ , alors  $h_t$  est une erreur de mesure.

Pour estimer le modèle, il faut l'exprimer d'abord sous la forme d'une décomposition de Wold :

$$Z_{t+1} = AZ_t + De_{t+1}$$

<sup>256</sup> Dynamique : variable est décidé au moins une période à l'avance.

<sup>257</sup> La matrice de variance covariance étant de rang plein, on ne peut l'inverser et donc on ne peut procéder à l'estimation.

<sup>258</sup> Il n'y a pas de colinéarité dans les séries composant  $X_t$ .

$$X_t = CZ_t + \mathbf{h}_t$$

$$\Rightarrow X_t = C(1 - AL)^{-1} D\mathbf{e}_t + \mathbf{h}_t$$

On utilise le filtre de Kalman parce que certains mouvements sont non observés dans les données (comme la technologie).

Le problème est donc de maximiser la vraisemblance<sup>259</sup> :

Soit  $\mathbf{e}_{X_t} = X_t - E_{t-1}X_t$  auquel on spécifie une loi normale **verifier**

$$\text{Var}\mathbf{e}_{X_t} = \Omega(\mathbf{q})$$

$$\boxed{\text{Max}_{\text{parametres}(\mathbf{q})} P(X_t / X_1, \dots, X_{t-1}) = L = -\frac{T}{2} \log 2\mathbf{p} - \frac{T}{2} \log |\Omega(\mathbf{q})| - (X_t - E_{t-1}X_t)' \Omega(\mathbf{q})^{-1} (X_t - E_{t-1}X_t)}$$

Problèmes avec le maximum de vraisemblance :

- La forme espace d'état est l'approximation linéaire d'un problème non linéaire<sup>260</sup>.
- On doit spécifier a priori une loi normale pour  $\mathbf{e}_{X_t}$  et  $\mathbf{h}_t$
- $\mathbf{h}_t$  n'est pas nécessairement une erreur de mesure. Il peut y avoir mauvaise spécification du modèle, donc de la matrice de variance covariance et donc des problèmes de convergence.

Filtre de Kalman :

Une application du filtre de Kalman est l'estimation d'une forme espace d'états lorsque certaines variables sont inobservables<sup>261</sup>. La forme d'espace d'états est la suivante :

$$Z_{t+1} = AZ_t + D\mathbf{e}_{t+1}$$

$$X_t = CZ_t + \mathbf{h}_t$$

Où hypothèses

---

<sup>259</sup> Probabilité conjointe

<sup>260</sup> Les lois de mouvements des séries ne sont pas nécessairement linéaires (voir forme espace d'états).

<sup>261</sup> Comme la technologie.

Soit de façon plus condensée :  $X_t = C(1 - AL)^{-1} D\mathbf{e}_t + \mathbf{h}_t$

Le problème est de générer la partie de  $Z_t$  qui est non observable, avant de pouvoir estimer la forme espace d'états.

La forme espace d'états aura alors la forme de Kalman :

$$E_t Z_{t+1} = AE_{t-1} Z_t + K a_t$$

$$X_t = CE_{t-1} Z_t + a_t^{262}$$

Où K est le gain du filtre. C'est à dire qu'il représente le gain en termes de prévision sur la variable  $Z_t$  partiellement non observée.

Méthodologie :

$$Z_{t+1} = AZ_t + D\mathbf{e}_{t+1}$$

$$X_t = CZ_t + \mathbf{h}_t$$

On impose que la prévision de la moyenne et la variance  $Z_t$  sont égales à leur moments non conditionnels.

- On peut alors calculer la prévision en espérance<sup>263</sup> de  $Z_t$  et en variance pour la période suivante.
- On calcule ensuite l'erreur quadratique de prévision de  $X_t$  avec l'équation de mesure de la représentation espace d'état<sup>264</sup>.

Par le théorème de Frish - Waugh de projection :

$$E_t Z_t = E_{t-1} Z_t + E[(Z_t - E_{t-1} Z_t)(X_t - E_{t-1} X_t)'] E[(X_t - E_{t-1} X_t)(X_t - E_{t-1} X_t)']^{-1} (X_t - E_{t-1} X_t)$$

On met ensuite à jour cette prévision en même temps que l'erreur quadratique moyenne. On peut écrire cette équation sous la forme de la représentation de Kalman. Une fois cette étape faite, il suffit d'exprimer  $X_t$  sous sa forme de Wold, puis estimer le maximum de vraisemblance.

Méthode des Moments Généralisée (GMM)

<sup>262</sup> On essaie de prédire  $X_t$  à partir de  $Z_t$  avec une certaine erreur.

<sup>263</sup>  $E_1 Z_1 = AE_0 Z_1 + DE\mathbf{e}_1$

La méthode des moments tente une approximation des moments théoriques en modifiant les paramètres à estimer. Elle ne souffre donc pas d'erreur de spécification comme la méthode du maximum de vraisemblance et tient compte de l'incertitude sur les paramètres structurels. Son désavantage est qu'on utilise qu'un nombre limité de moments, ce qui suppose une perte d'information et la possibilité de choisir les moments. On ne peut aussi estimer des modèles où certains chocs sont non observables<sup>265</sup>.

Méthodologie :

RÉCUPÉRER CE QUE J'AI FAIT SUR MOMENTS OPTIMAUX.

La méthode des moments contient comme cas particuliers les méthodes d'estimation suivantes :

MCO<sup>266</sup> de la CPO  $E(X'u) = 0$

MCG de la CPO  $E(X'u) = 0$

VI (linéaires et non linéaires)  $E(Z'u) = 0$

Maximum de vraisemblance de la CPO  $E\left(\frac{\nabla \log f(y_t / x_t, \mathbf{q})}{\nabla \mathbf{q}}\right) = 0$

Application : Modèle RBC

On rend le modèle stationnaire.

On transforme les conditions de premier ordre en moments de moyenne nulle.

On ajoute les moments comme l'espérance et la variance de variables exogènes en moments.

Pour certains paramètres du modèle, on prend des égalités et on les transforme en moments<sup>267</sup>, ce qui introduit du bruit dans les paramètres.

On estime ensuite le modèle juste identifié.

On ajoute les moments de deuxième d'ordre d'intérêt.

On estime ensuite le modèle avec ces nouveaux moments sur identifié.

On peut faire ensuite un test  $J$ <sup>268</sup> sur un ensemble de deuxièmes moments.

---

<sup>264</sup>  $E_{t-1} X_t = CE_{t-1} Z_t + E_{t-1} h_t = CE_{t-1} Z_t$

<sup>265</sup> Une application de Beaudry et Guay permet de le faire en se concentrant sur les moments bien observés.

<sup>266</sup>  $Y = Xb + u$

Question : qu'est-ce que ca entraîne d'introduire une erreur de mesure dans corr(y/n,n)

Méthode des moments simulés :

L'idée de cette méthode est de trouver les paramètres qui rapprochent le plus les moments théoriques des moments empiriques. On génère donc un vecteur de paramètres pour simuler les séries. On recommence l'opération un grand nombre de fois pour des paramètres différents. L'avantage de cette méthode est qu'on utilise tous les moments. Cependant, elle suppose que l'on peut simuler le modèle. Si le nombre de simulation est très grand, on est très proche de la méthode des moments généralisés.

$$\hat{\mathbf{q}}_t = \underset{\mathbf{q}}{\text{Arg min}} \left\| m_t - m(\mathbf{q}) \right\|' W_t \left\| m_t - m(\mathbf{q}) \right\|$$

Où  $m_t$  est le vecteur de moments empiriques

$m(\mathbf{q})$  est le vecteur de moments engendrés par le modèle pour un ensemble de paramètres  $\mathbf{q}$ .

Inférence indirecte : Gourieroux - Monfort - Renaud (1993)

On prend un critère plus simple que celui du modèle économique.

On simule les séries et on estime les paramètres à partir des séries simulées avec le critère.

On estime avec le critère sur les données empiriques.

La résolution est du même type que la méthode des moments simulés précédente. Cette méthode s'utilise entre autres lorsque le nombre d'intégrales à résoudre est trop important. L'avantage de cette méthode est de permettre la présence de chocs non observables.

---

<sup>267</sup> Comme l'équation d'accumulation du capital, le taux de croissance de l'économie etc ...

<sup>268</sup> On fait une approximation linéaire de degré 1 du moment pour obtenir une variance linéaire.

## **IX) Politiques fiscales et monétaires endogènes et exogènes**

Source : Cours de ? ? ? ? micro doc, livre de Barro

Dans les modèles RBC, les fluctuations sont paréto optimales et non le signe d'une défaillance des marchés. Donc, il n'y a pas de raison pour que le gouvernement intervienne avec une politique fiscale ou monétaire. Remarquons que le rôle du gouvernement dans ces modèles est généralement ignoré. De même, on ignore généralement le rôle de la monnaie puisqu'on se concentre sur les sources réelles de la croissance. On suppose donc qu'il y a parfaite dichotomie entre variables réelles et nominales, soit la parfaite neutralité de la politique monétaire. Les exceptions sont les modèles de neutralité au sens de Lucas, les modèles de cash in advance et ceux incluant la monnaie dans l'utilité.

### IX.1) Politiques monétaires endogènes et exogènes :

La monnaie permet d'éviter les problèmes liés au troc, et en particulier de supprimer l'activité très coûteuse de recherche<sup>269</sup> de personnes ayant les besoins correspondant exactement avec les nôtres. On détient donc de la monnaie, même si cette détention s'avère coûteuse. Les motivations actuelles de détention de monnaie sont principalement les motifs de transaction, de spéculation et de précaution.

Il existe plusieurs théories traitant de la monnaie et cherchant à relier ce moyen de transaction aux activités concrètes de l'économie. La théorie la plus courante est celle de la théorie quantitative de la monnaie. Elle exprime le moyen de transaction qu'est la monnaie en fonction d'une mesure de ce motif qu'est le PIB réel. La particularité de cette théorie est de supposer que la vélocité est constante<sup>270</sup>.

$$Mv = PY$$

$$\frac{M}{P} = \frac{Y}{v}$$

---

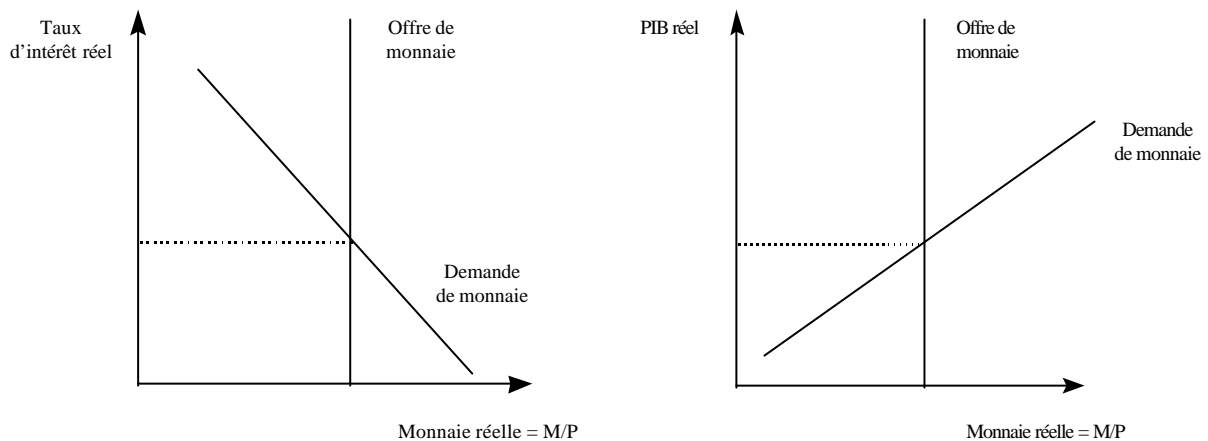
<sup>269</sup> On peut penser à une application des modèles de Job Search et Matching, pour modéliser l'activité de recherche.

<sup>270</sup> Rejeté dans les données.

Une version plus récente de cette théorie introduit le coût d'opportunité de détenir de la monnaie, représenté par le taux d'intérêt réel.

$$\frac{M}{P} = f(Y, R^{réel})$$

La représentation graphique du marché monétaire consiste généralement à exprimer la quantité de monnaie réelle en fonction de l'activité économique.



Barro : estime une fonction de monnaie, la différence entre un estimé et les données donne la partie novatrice de la politique monétaire. Cela permet d'étudier l'impact d'un choc temporaire de la politique monétaire.

IX.1.A) La notion de neutralité :

Neutralité parfaite :

Les modèles classiques postulaient que la monnaie était neutre quelque soit l'horizon considéré. La notion de neutralité est l'absence d'effet de la monnaie à modifier les variables réelles parce que les prix sont parfaitement flexibles. Il y a alors dichotomie entre variables nominales et réelles.

Neutralité au sens de Lucas (asymétrie d'information) :

Lucas a constaté que la monnaie avait empiriquement un effet sur les variables réelles. Il a donc développé un modèle où la production était influencée par les erreurs de prévision sur la politique monétaire.

Non neutralité :

Les modèles keynésiens supposaient que la monnaie avait un effet systématique sur les variables réelles<sup>271</sup>. L'arrivée des attentes rationnelles en macroéconomie<sup>272</sup> suite à l'article de Lucas (1975), a bouleversé cette notion. En effet, pourquoi des agents rationnels accepteraient de se faire tromper systématiquement par les gouvernements à leurs dépens ?

La neutralité de Lucas semblait montrer que seule la partie novatrice de la politique monétaire pouvait avoir un effet. Cependant, l'introduction de contrats salariaux a permis de redonner un effet à la politique novatrice sur les variables réelles. Les contrats salariaux néo-keynésiens de type Fisher et Taylor, permet de donner un rôle à la partie systématique de la politique monétaire pour respectivement la durée du contrat et au delà de la durée du contrat. Avec un contrat de type Fisher (1977), la politique monétaire annoncée et non annoncée après signature du contrat n'a pas un effet qui dépasse la durée du contrat. Par contre avec un contrat de type Taylor ou Calvo, la politique monétaire annoncée et non annoncée après signature du contrat a un effet qui dépasse la durée du contrat. La forte persistance apparente des effets de la politique monétaire tendrait à favoriser les contrats de type Taylor ou Calvo. Cependant, la justification théorique de la forme de ces contrats reste problématique.

L'école dite nouvelle keynésienne cherche à justifier l'existence de ce type de rigidités macro-économiques par l'existence micro-économique de frictions, comme un coût d'ajustement des prix.

L'école dite nouvelle classique<sup>273</sup> cherche à utiliser la méthodologie RBC fondée par Kydland et Prescott (1982) pour vérifier dans quelle mesure un ou plusieurs mécanismes peuvent recréer l'interaction observée entre variables monétaires nominales et réelles. Par exemple, en utilisant des contrats indexés à la hausse, on obtient une politique monétaire asymétrique<sup>274</sup>.

Les modèles de participation limitée de Eichenbaum et Rebelo (1995), Eichenbaum, Rebelo et (1996) et Dow (1997) postulent des rigidités dans le marché de l'information. L'information arrive donc aux agents de l'économie dans un ordre ad-hoc établi par le modèle. Un des résultats est de créer un effet de liquidité.

#### IX.1.B) Règles monétaires :

---

<sup>271</sup> En termes des quantités dans l'économie vs qté nominale :  $(p \cdot q)$  en termes de volume

<sup>272</sup> Muth (1963) en est le concepteur

<sup>273</sup> Pour simplifier puisque c'est la suite de l'école RBC où l'origine des fluctuations était supposée entièrement réelle (technologique). L'absence presque totale de persistance de ces modèles a mené à l'école nouvelle classique qui utilise la méthodologie RBC et les outils et la théologie des classiques comme des keynésiens.

### Règles monétaires fixes : (ex de Barro déflation, sa présentation monnaie)

#### Règles monétaires rétroactives :

Elle dépend de variables observées, variables non observées, variables non disponibles à la période courante (temps de collecte), de variables cibles/signal.

Elle réagit immédiatement ou avec délai.

Exemple du modèle de contrat de Fisher:

La politique monétaire est employée de manière à atténuer l'impact des chocs de demande et d'offre sur l'économie. Elle réagit aux chocs passés parce qu'ils sont autocorrélés et que les chocs présents ne sont pas observés. On aurait pu introduire un élément contemporain de manière à ce que la banque centrale réagisse à la période contemporaine.

$$M_t = \sum_{i=1}^{\infty} a_i m_{t-i} + \sum_{i=1}^{\infty} b_i v_{t-i}$$

Exemple de politique monétaire de Christiano-Eichenbaum et Evans CEE (199) :

Ils supposent que la cible de la politique monétaire est le taux d'intérêt. La raison en est sans doute que prendre comme cible la monnaie pose de graves problèmes. En effet, le choix de l'agrégat est difficile et les progrès technologiques rendent des agrégats plus larges pertinents pour les années post 1980, mais moins pour la période ante 1980 et inversement pour un agrégat moins large. De plus, les agrégats plus larges contiennent des mesures moins liquides de la monnaie. Finalement, un choc monétaire temporaire négatif entraîne généralement une augmentation de la production dans des modèles VAR, ce qui semble contre intuitif pour certains. La cible taux d'intérêt produit elle une diminution de la production. Le problème du choix des taux d'intérêt comme cible est que cette cible est comprise par le grand public. La banque centrale est alors la cible de pressions politiques, il est donc beaucoup plus difficile d'avoir une politique monétaire restrictive qui sont par essence impopulaires<sup>275</sup>. Les cibles de

---

<sup>274</sup> Sujet de CREFE

<sup>275</sup> L'indépendance des banques centrales n'est pas forcément suffisante pour supprimer cet effet. Par exemple, imaginons que les fonctionnaires sont mobiles entre la banque centrale et d'autres zones sous l'influence de l'état, alors leur possibilités de promotions à l'extérieur de la banque centrale peuvent dépendre des décisions qu'ils prennent aujourd'hui. Il y a donc un coût important à participer à une décision impopulaire.

ce type ont été utilisées dans le début des années 80 et rapidement abandonnées pour cette raison. Vérifier avec papa pour un exemple et les cibles actuelles

$$r_t = \Psi(\Omega_t) + e_{st}$$

Où,

$r_t$  est le taux d'intérêt nominal

$\Psi(\Omega_t)$  est une fonction linéaire, c'est la partie systématique de la politique monétaire

$e_{st}$  est un bruit blanc, il est possible qu'il soit hétérogène à travers le temps, c'est la partie non systématique de la politique monétaire ou bien la surprise

$\Omega_t$  est un vecteur de variables explicatives incluant :

- 1)  $\log PIB_{réel}$
- 2)  $\log P_{PIB}$
- 3) Indice de changement du prix des commodités
- 4) FFR (taux d'intérêt nominal)
- 5)  $\log(\text{Non Borrowed Reserves})$
- 6)  $\log(\text{Réserves totales})$
- 7)  $\Delta \log M2$
- 8) Salaire
- 9)  $\frac{\text{Profit}}{PIB_{nominal}}$

La politique monétaire réagit immédiatement aux variables économiques  $\Omega_t$ , qui sont observées aussi instantanément. Or empiriquement, la politique monétaire ne réagit pas instantanément aux nouvelles observations, potentiellement parce que des institutions ont souvent besoin d'un temps pour l'analyser et prendre une décision<sup>276</sup>. Les données ne sont pas observées immédiatement, pour la bonne raison qu'il faut du temps pour compiler des statistiques agrégées. Ils imposent que la politique monétaire réagisse instantanément aux variables 1,2 et 3 et avec un délai pour les autres variables. Ils utilisent un VAR avec 4 retards avec des données allant de 1965 :3 à 1995 :2.

---

<sup>276</sup> Cependant, les banques centrales ont leurs propres agents sur la bourse qui exécutent les ordres et suivent les consignes qu'on leur a donné.

Exemple de politique monétaire de Sims et Zha (19 ) dans CEE (19 ) :

$$r_t = \Psi'(\Omega_t') + e_{st}$$

Où,

$r_t$  est le taux d'intérêt nominal, soit le rendement sur le bon du trésor à 3 mois

$\Psi'(\Omega_t')$  est une fonction linéaire, c'est la partie systématique de la politique monétaire

$e_{st}$  est un bruit blanc, il est possible qu'il soit hétérogène à travers le temps, c'est la partie non systématique de la politique monétaire ou bien la surprise

$\Omega_t'$  est un vecteur de variables explicatives incluant :

- 1) Prix des matières premières brutes
- 2)  $\Delta \log M2$
- 3) Rendement sur le bon du trésor ???????
- 4) Prix des matières intermédiaires
- 5) Prix agrégé
- 6) Salaire réel

Production

$\frac{Pr\ profit}{PIB_{nominal}}$	ggggg
------------------------------------	-------

La politique monétaire peut réagir instantanément à l'ensemble des variables. Donc, il n'y a pas de délai dans la politique monétaire.

### IX.1.C) Les outils de la politique monétaire <sup>277</sup> :

Le réserves obligatoires : Les banques à chartes sont légalement obligées de détenir un montant minimal de réserves de monnaie.

### Le taux d'escompte :

Définition : Le taux d'escompte est le taux d'intérêt auquel la banque centrale prête des réserves aux banques à charte.

La banque centrale révisé le taux d'escompte chaque jeudi et le calcul à partir d'une formule qui établit le rapport entre le taux d'escompte et les variations du taux d'intérêt sur les bons du trésor à trois mois du gouvernement.

Le taux d'escompte est un moyen qu'à la banque pour indiquer aux banques la politique monétaire ce qu'elle désire.

En pratique, cet outil influence directement les taux d'intérêts lorsque les banques se retrouvent à court de liquidités et doivent emprunter à la banque centrale. Cela tend à arriver lors d'événements non prévus<sup>278</sup>.

Les opérations sur le marché libre : L'achat et la vente de titres du gouvernement (bons du trésor et obligations) par la banque centrale sont des opérations sur le marché libre.

Vente de titre par la banque centrale ⇒ Achat par les banques et particuliers ⇒ Diminution des réserves bancaires et des dépôts ⇒ Quantité à prêter diminue ⇒ Prix des prêts augmente (Taux d'intérêt augmente) ⇒ Resserrement des conditions monétaires et du crédit

Achat de titre par la banque centrale ⇒ Vente par les banques et particuliers ⇒ Augmentation des réserves bancaires et des dépôts ⇒ Quantité à prêter augmente ⇒ Prix des prêts diminue (Taux d'intérêt diminue) ⇒ Assouplissement des conditions monétaires et du crédit<sup>279</sup>

### IX.1.D) Relations dans le marché monétaire :

#### Courbe de Phillips : Relation variables nominales et réelles

La relation entre les variables nominales et réelles est appelée la courbe de Phillips.

Chapitre 18 de Barro courbe de Phillips exprime relation entre variables nominales et réelles corr var P500-501

---

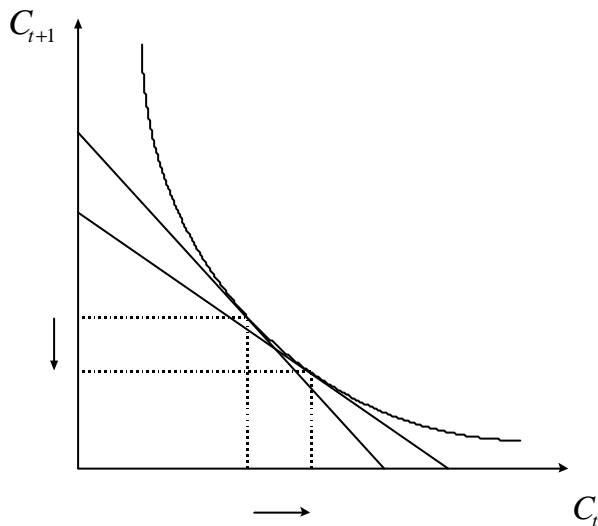
<sup>277</sup> Les parties sur la création de monnaie sont tirées de mon cours utilisant le livre de Parkin, Bade et Phaneuf.

<sup>278</sup> Ex : saison de Noël meilleure que prévue

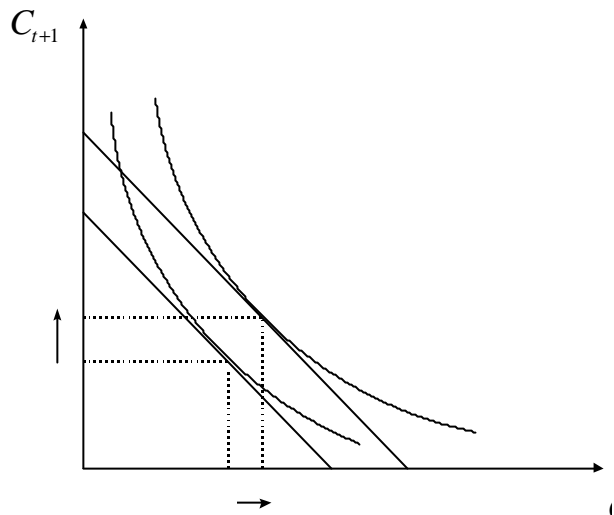
<sup>279</sup> Il y a aussi création de monnaie lorsqu'un agent fait un prêt à une banque. La banque garde une partie de cet argent en réserve, mais prête la majorité à d'autres agents ou entreprises. Cet argent sert à faire des paiements à d'autres agents et entreprises. Une partie de ces prêts reste dans les poches des agents et entreprises sous forme de monnaie, mais une majorité se retrouve sous forme de dépôts dans d'autres banques. Le processus se poursuit ainsi et la quantité de monnaie créée à chaque fois tend à diminuer en raison du coefficient de réserve désiré.

Suite à une augmentation persistante de la monnaie dans l'économie, le ménage suit un effet de revenu et de substitution. L'effet de substitution vient de l'augmentation des prix à la période suivante et l'effet de revenu vient de l'accroissement des encaisses<sup>280</sup> du ménage.

Effet de substitution :



Effet de revenu :



Loi de mouvement de la monnaie :  $M_t = g_t M_{t-1}$

$$\log g_{t+1} = \mathbf{a} \log g_t + \mathbf{e}_{t+1}, \mathbf{a} > 0$$

Contrainte cash in advance du ménage :

$$p_t c_t \leq m_{t-1} + (g_t - 1) M_{t-1} \quad 281$$

Où  $m_{t-1}$  est la quantité de monnaie que le ménage a gardé de la période précédente ?

$M_{t-1}$  est la quantité de monnaie versée par le gouvernement que le ménage a gardé de la période précédente ?

Contrainte budgétaire du ménage :

$$c_t + i_t + \frac{m_t}{p_t} \leq \left( \frac{w_t}{p_t} \right) n_t + \left( \frac{r_t}{p_t} \right) k_t + \frac{m_{t-1} + (g_t - 1) M_{t-1}}{p_t}$$

<sup>280</sup> Monnaie détenue par le ménage

<sup>281</sup>  $m_{t-1} + M_t - M_{t-1} = m_{t-1} + g_t M_{t-1} - M_{t-1} = m_{t-1} + (g_t - 1) M_{t-1}$

Le capital et le loisir sont un bien crédit, et la consommation un bien cash dans ce modèle. Le ménage décide à l'avance de sa détention de monnaie. En ce sens, on impose une contrainte sur la séquence des événements comme dans les modèles d'information de type participation limitée. Il ne peut pas acheter le bien de consommation à l'aide d'un crédit, mais seulement avec cette monnaie.

Les mécanismes de la politique monétaire :

Effet de liquidité :

L'effet de liquidité est la relation inverse de court terme qu'on suppose entre la monnaie et le taux d'intérêt. Si le niveau des prix a une certaine rigidité à court terme, une augmentation de la monnaie au delà des besoins croissants de l'économie cause une augmentation de la monnaie réelle. A plus long terme, le niveau des prix s'ajuste et l'effet disparaît. Cette effet de liquidité vient du fait que la présence accrue de monnaie dans l'économie entraîne une augmentation de l'offre de prêts.

$$M \nearrow \Leftrightarrow \frac{M}{P} \nearrow \Leftrightarrow R^N = R^R + p^a \searrow$$

Effet Fisher :

Un prêt est un contrat entre deux parties le prêteur et l'emprunteur, dans lequel une somme d'argent passe du compte du prêteur à celui de l'emprunteur. Après une durée de temps prédéterminée, l'emprunteur rembourse cette somme plus un intérêt prédéterminé sur cette somme. Les paiements d'intérêts et du prêt peuvent aussi être échelonnés dans le temps dépendant du type de contrat.

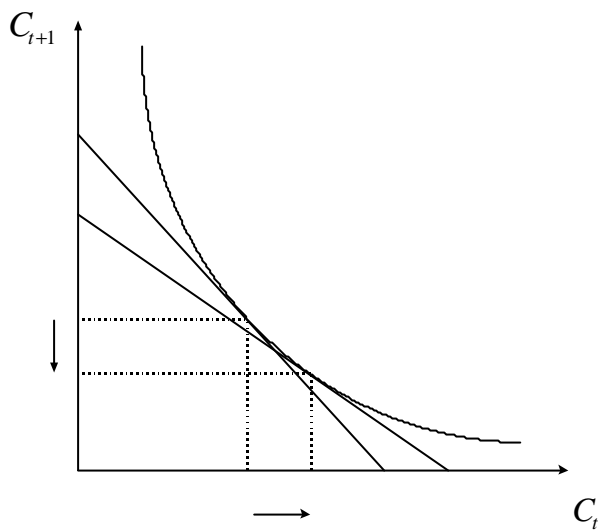
S'il y a une hausse des prix après la signature du contrat, la somme qui sera remboursée au prêteur vaudra moins en termes réels<sup>282</sup>. Un tel événement serait aux dépens du prêteur et à l'avantage de l'emprunteur<sup>283</sup>. Donc, le prix du prêt va refléter le niveau des prix anticipé à l'échéance. On appelle ce mécanisme, la relation de Fisher. Le prix compensé pour le niveau des prix anticipé est appelé le taux d'intérêt réel.

$$R_t^{Nominal} = R_t^{Reel} + p_t^{anticipée} \nearrow$$

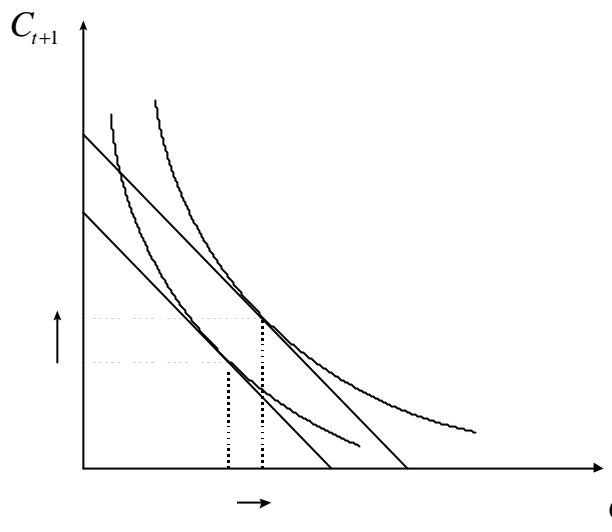
---

<sup>282</sup> En termes de nombres de biens et services qu'on peut acheter. On le calcule en divisant une somme nominale (prix\*qté) par le niveau des prix.

Effet de substitution :



Effet de revenu :



Effet de revenu et effet d'encaisse et de liquidité suite à une augmentation de l'offre de monnaie :

Il s'agit de la consommation<sup>284</sup> et de l'épargne additionnelle permise par un revenu additionnel sous forme d'injections venant du gouvernement. Ceci se traduit donc par une hausse de la demande de biens et services et de l'offre de prêts. La hausse dans le marché des prêts entraîne une baisse des taux d'intérêts nominaux (effet de liquidité).

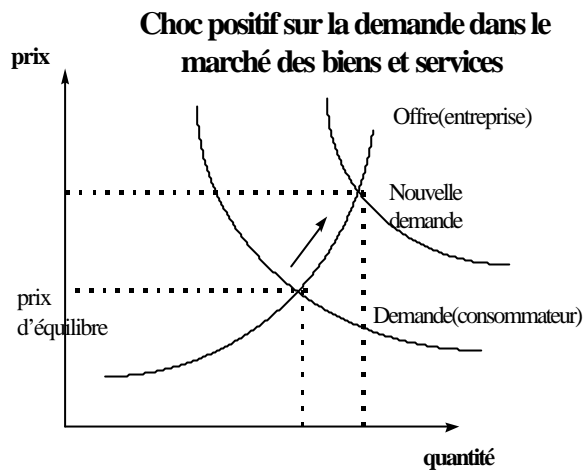
En utilisant la contrainte cash in advance, on obtient l'inégalité suivante. Cette inégalité nous permet d'illustrer l'effet d'encaisse.

$$c_t \leq \frac{m_{t-1}}{p_t} + (g_t - 1) \frac{M_{t-1}}{p_t}$$

$e_t > 0 \Rightarrow g_t \nearrow \Rightarrow M_{t-1} \nearrow \Rightarrow c_t \nearrow$  (Effet d'encaisse),  $E p a r g n e_t \nearrow \Rightarrow y_t^{demande} \nearrow, r_t \searrow$  (Effet de liquidité)

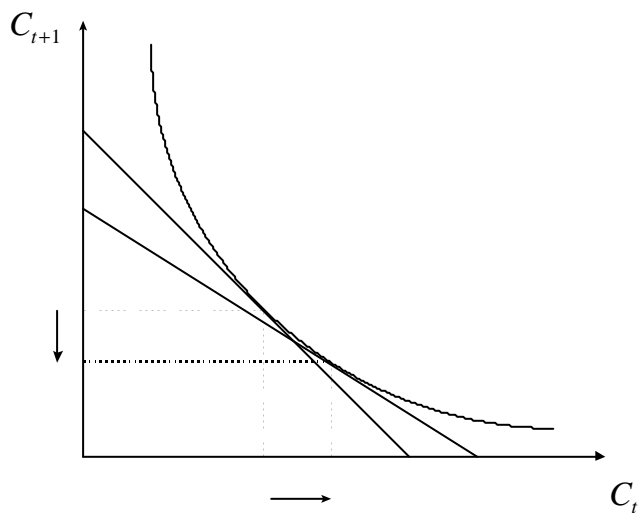
<sup>283</sup> La somme qu'il doit rembourser en termes réels est plus basse.

<sup>284</sup> On suppose implicitement que le prix du bien de consommation ne s'ajuste pas, sinon l'effet d'encaisse serait nul parce qu'il y aurait parfaite neutralité de la monnaie ???????



Effet de substitution et Effet Fisher (Inflation anticipée):

Une injection de monnaie signale des injections futures, celles-ci étant corrélées. Donc, les agents anticipent des hausses subséquentes de la demande et donc des prix. Donc, il y a substitution à travers le temps de la consommation future (bien cash ou demandant de la monnaie) en faveur de la consommation actuelle. Ceci implique une baisse de l'épargne et donc une baisse de l'offre de prêts. Donc, l'inflation future entraîne une hausse des taux d'intérêts nominaux (Effet Fisher).



Le bien crédit ne se déprécie pas. Donc, les agents substituent des biens cash (consommation) en faveur des biens crédits (loisir). Donc, à la période courante, on achète du bien cash<sup>285</sup> qui va se déprécier, pour acheter du bien crédit<sup>286</sup> qui ne va pas se déprécier.

Le taux d'intérêt réel<sup>287</sup> pour les périodes à venir diminue, en raison de l'augmentation anticipée des prix<sup>288</sup>.

$$e_t > 0 \Rightarrow g_t \nearrow \Rightarrow M_{t-1} \nearrow \Rightarrow c_t \nearrow \Rightarrow y_t^{demande} \nearrow \Rightarrow p_t \nearrow$$

$$g_t \text{ est persistant (processus AR(1))} \Rightarrow g_{t+i} \nearrow^{289} \Rightarrow p_{t+i} \nearrow$$

$$c_{t+i} \searrow, y_{t+i} \searrow, k_{t+i} \searrow, n_{t+i}$$

#### Effet d'encaisse:

L'effet d'encaisse est la relation inverse de court terme qu'on suppose entre la monnaie réelle et la consommation. Si le niveau des prix a une certaine rigidité à court terme, une augmentation de la monnaie au delà des besoins croissants de l'économie cause une augmentation de la monnaie réelle. Cette effet de liquidité vient du fait que la présence accrue de monnaie dans l'économie entraîne une augmentation de la demande de biens de consommation. A plus long terme, le niveau des prix s'ajuste et l'effet disparaît.

$$\frac{M}{P} \nearrow \Leftrightarrow C \nearrow$$

#### Parité des taux d'intérêt non couverte habituelle :

$$r_t - r_t^* = E_t \ln S_{t+1} - \ln S_t = \underbrace{\Delta S_t^a}_{\text{De'pre'ciation}}$$

<sup>285</sup> Le bien de consommation.

<sup>286</sup> Le loisir et le capital.

<sup>287</sup>  $R_t^{re'el} = R_t^{nominal} - Inflation \text{ anticipée}_t$

<sup>288</sup> Finalement l'introduction de contrats avec ou sans indexation entraînerait un mouvement sur le marché du travail suite à la variation du salaire réel.

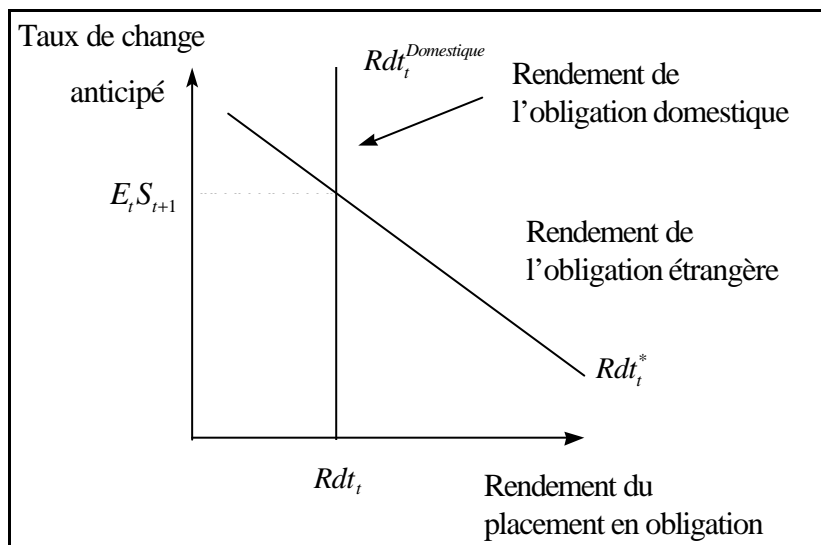
<sup>289</sup>  $i > 0$ .  $g_{t+i}$  augmente de moins en moins au fur et à mesure que  $i$  augmente. C'est à dire que l'effet du choc monétaire tend à s'estomper.

Une baisse des taux d'intérêt n'est possible que si les agents achetant les obligations anticipent une hausse du taux de change. On suppose ici que l'agent est neutre au risque.

Parité des taux d'intérêt non couverte théorique :

$$E_t \frac{U_{c_{t+1}}(c_t, l_t) p_{t+1}^{B_{t+1}}}{p_{t+1} p_t^{B_{t+1}}} = E_t \frac{U_{c_{t+1}}(c_t, l_t) p_{t+1}^{B_{t+1}^*} S_{t+1}}{p_{t+1} p_t^{B_{t+1}^*} S_t}$$

De manière graphique,

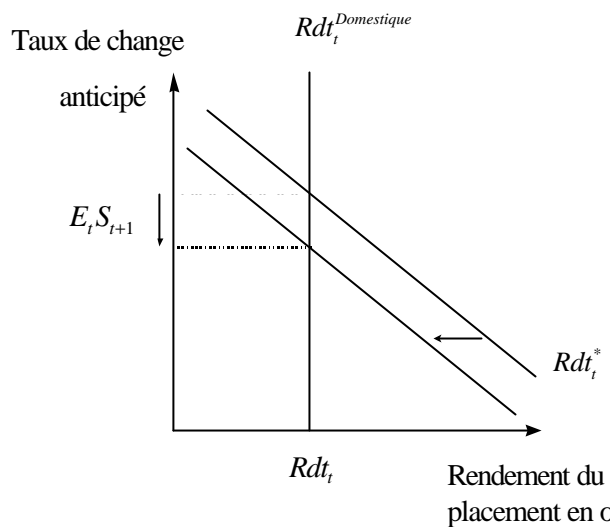
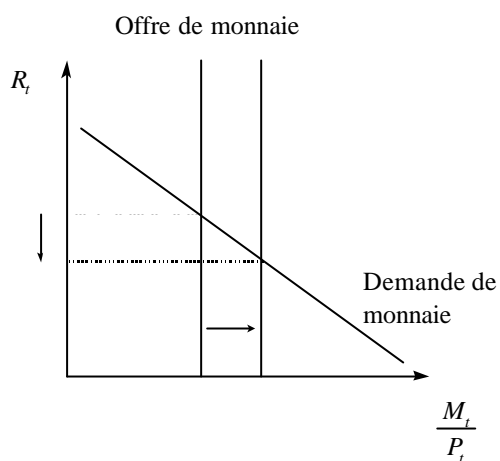


IX.1.E) Effet d'une hausse de l'offre de la monnaie<sup>290</sup> :

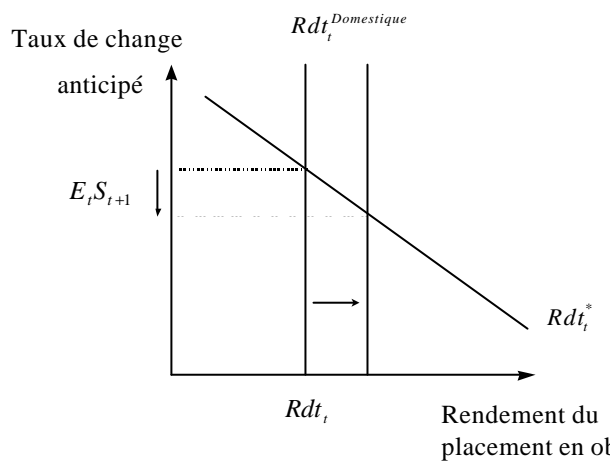
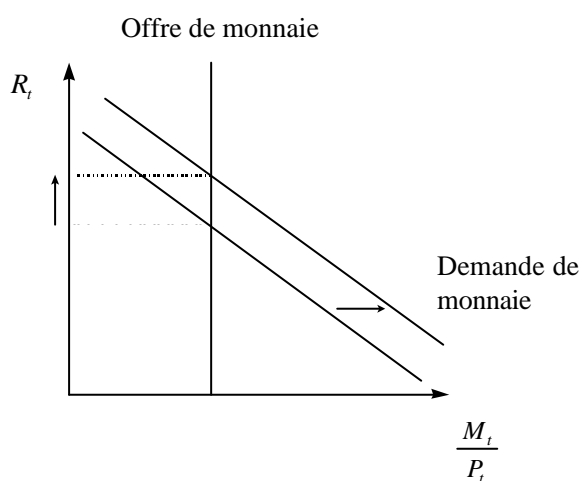
Supposons d'abord que la politique monétaire est exogène, c'est à dire que la politique de la banque centrale est fixe<sup>291</sup> :

<sup>290</sup> Par exemple, quand on introduit la monnaie dans l'utilité.

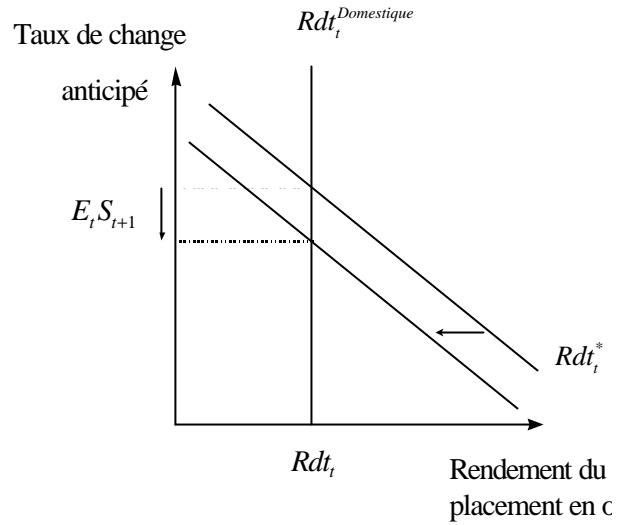
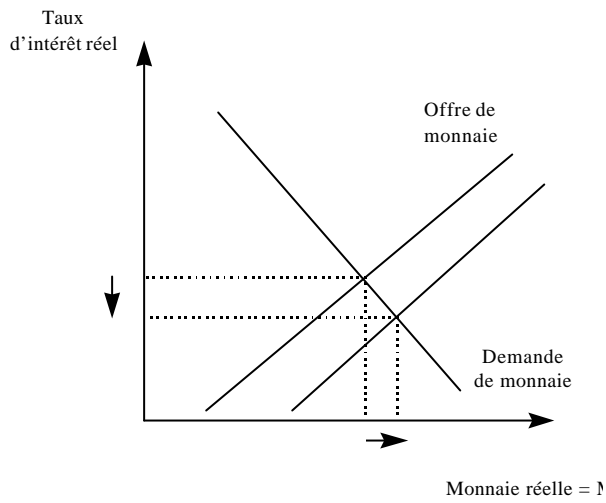
<sup>291</sup> Milton Friedman proposait de garder constante le taux de croissance d'offre de monnaie quelque soit la situation économique. Le but est de préserver la validité de la monnaie comme moyen de transaction.



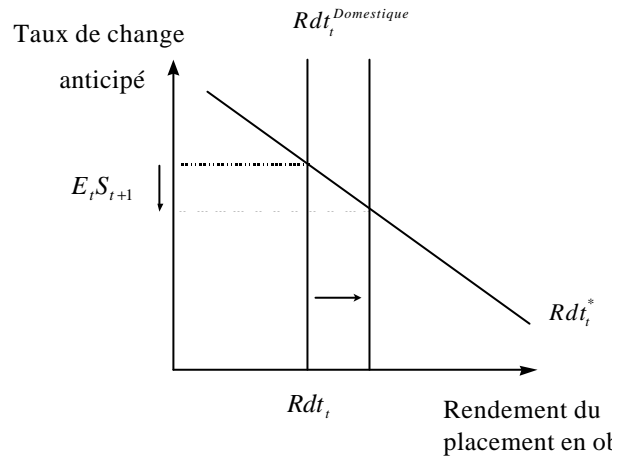
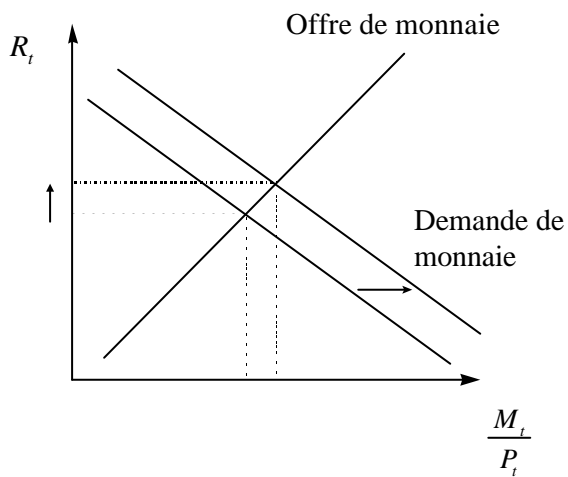
Supposons une hausse de la demande de monnaie, alors le taux d'intérêt augmente. Cette hausse du rendement des obligations est possible si les ménages anticipent que le taux de change baisse.



Supposons que la politique monétaire est rétroactive, c'est à dire qu'elle réagit à la situation :



Supposons une hausse de la demande de monnaie, alors le taux d'intérêt augmente (Effet de liquidité domine effet Fisher). Cette hausse du rendement des obligations est possible si les ménages anticipent que le taux de change baisse.



Supposons maintenant que l'offre de monnaie suit une règle de décision :

$$\frac{M}{P} \nearrow \Rightarrow R^{réel} \searrow$$

$$\frac{M}{P} \searrow \Rightarrow R^{réel} \nearrow$$

Corrélation  $(\frac{M}{P}, R^{réel}) < 0$

Exchange rate overshooting :

Il y a overshooting lorsqu'on passe directement vers l'équilibre de long terme, où les ont eu le temps de s'ajuster.

Données empiriques :

La politique monétaire semble avoir des effets très persistants.

IX.1.F) Incohérence de la politique monétaire dans le temps politiques <sup>292</sup> (Time consistency):

Problèmes de Time Inconsistency (Romer) crédibilité

On peut postuler que le problème d'un gouvernement est de maximiser soit l'utilité du ménage représentatif, soit une fonction d'utilité sociale. On suppose aussi que la politique du gouvernement est prise jusqu'à la fin des temps. Les gouvernements successifs sont alors contraints de respecter la dite politique. Ce type de problème est dit de Ramsey (19 ).

Cependant, en réalité les gouvernements successifs ne sont pas contraints par les politiques de leur prédécesseur. Ils sont d'ailleurs souvent élus en vue d'une autre politique. Il y a donc incohérence dans le temps dans la politique du gouvernement.

Dans un cadre dynamique, les politiques du gouvernement ne seraient pas crédibles, puisqu'on ne s'attendra pas à ce que le ou les gouvernements s'y commettent. D'où l'introduction de la théorie des jeux pour créer des politiques crédibles ou cohérente à travers le temps. Une politique est dite crédible si elle est séquentiellement rationnelle. C'est à dire qu'à chaque période, la politique du gouvernement maximise la fonction d'utilité sociale, sachant que les ménages se comportent de façon rationnelle <sup>293</sup>.

Remarque :

Dans le contexte de la théorie des jeux, les décisions sont prises étant donné l'ensemble des informations accumulées, tandis que dans les modèles d'équilibres, les décisions sont des biens contingents.

---

<sup>292</sup> De Chari - Kehoe - Prescott (19 ) dans Barro ■

<sup>293</sup> Les autres types d'équilibres sont :

Dominance faible ou forte, Rationnalité séquentielle, Équilibre de Nash (mixte ou parfait), Équilibre de Nash en sous jeu, Équilibre de Nash Bayésien, Équilibre Bayésien faiblement parfait, Équilibre Bayésien parfait, Nash bargaining, retour vers Nash ou pire que Nash, plus une variété de petits raffinements pour diminuer le nombre d'équilibres.

**Cours de ? ? ? ? de micro**

Un jeu dynamique à horizon fini est résolu par induction à rebours. Par contre, un jeu dynamique à horizon infini est plus difficile à résoudre. Il est donc nécessaire d'utiliser des stratégies de retour vers Nash ou pire que Nash. L'idée d'un équilibre de retour vers Nash ou pire que Nash est que si l'un des agents ne coopère pas ou agit de manière à ce que l'on retombe dans un moins bon équilibre.

Ici, l'idée est que si le gouvernement dévie de sa politique crédible intertemporellement, les ménages considèrent que le gouvernement utilise alors une politique non crédible (qui est un équilibre de Nash à une période donnée). Il ne s'agit donc pas d'un problème de collusion de retour vers Nash, bien que le problème se pose de façon similaire.

Remarque :

Ireland montre qu'en spécifiant une règle monétaire rétroactive, on peut isoler l'économie des fluctuations du taux d'intérêt.

graphique montrant que suite à un déplacement à droite de la demande de monnaie, on peut déplacer à droite l'offre de monnaie de manière à ce que le taux d'intérêt n'augmente pas (seule la monnaie réelle augmente)

IX.2) Modélisation de la banque centrale :

Profit de la banque centrale = Titres du gouvernement + Autres éléments d'actif - Billets de la banque centrale en circulation - Dépôt des banques à Chartres - Autres éléments de passif

L'objectif de la banque centrale pourrait être de minimiser les fluctuations du taux de change et de l'inflation. Elle a pour variable de décision, l'achat (vente) de titres du gouvernement soit auprès du gouvernement (financement de la dette par création monétaire), soit auprès d'une autre institution ou le grand public. La banque décide aussi du taux d'escompte sur les réserves à la banque centrale  $R^{escompte}$ .

$\underset{\text{titres du gvt}, R^{escompte}}{\text{Min}} \quad f\Delta E + (1 - f)\Delta P$
---

IX.3) Modélisation d'une banque :

Profit d'une banque = Créances sur la banque centrale (dépôt en billet) + Liquidité + Titres + Prêts + Autres éléments d'actif - Dépôt d'épargne des particuliers (transférable par chèques et non transférables par chèques) - Dépôt à terme

autre que ceux des particuliers et dépôts à préavis - Dépôts à vue - Dépôt du gouvernement (négligeable) - Autres éléments de passif (important)

L'objectif de la banque est de maximiser ses profits. Elle a pour variables de décisions, la quantité de créances à la banque centrale

r.q : prêts en capital financier utilisable pour la firme est une activité coûteuse. Une banque permet de réduire les coûts de recherche d'un emprunteur. En effet, il est très coûteux pour un individu de rechercher un emprunteur. Donc, prêter à une banque est une activité moins coûteuse que prêter soit même. De plus, il y a des coûts de surveillance des prêts, et ainsi de suite. La Banque permet ainsi de diversifier les risques du prêt d'un individu en allouant le prêt d'un individu sur un grand portefeuille d'emprunteur. De même, la banque se prémunit contre les risques en ayant aussi un grand nombre de prêteurs, ce qui permet de minimiser les risques d'une fluctuation des prêts (retraits de fonds, agrégation de balances faibles ...).

#### IX.4) Mesure empirique de l'impact de la politique monétaire :

Source : Normandin et Phaneuf (1996)

La banque centrale cherche à contrôler la monnaie en modifiant les réserves des banques par l'achat et la vente d'actifs en devise nationale. Ces réserves excédentaires (déficitaires) les incitent à prêter plus (moins). Donc, les taux d'intérêts diminuent (augmentent) et la demande de monnaie augmente (diminue), puisque son coût d'opportunité diminue. La banque centrale peut aussi contrôler la monnaie à travers son taux d'intérêt pour les prêts à court terme.

#### Problèmes de choix et de mesure de la politique monétaire :

Le problème principal dans la mesure de l'effet de la politique monétaire est de choisir la bonne variable représentant celle-ci. En effet, les agrégats monétaires, les taux d'intérêts ou les réserves des banques ne sont pas exclusivement contrôlés par la banque centrale.

Les agrégats monétaires ont des définitions allant de la définition restrictive de la base monétaire à des agrégats de définition plus large comme M1 ou M2. Ces agrégats contiennent des éléments plus ou moins liquides et la séparation entre la monnaie et l'épargne devient plus floue au fur et à mesure qu'on élargit la définition de l'agrégat<sup>294</sup>.

---

<sup>294</sup> Par exemple, des comptes chèques ou épargne avec retrait automatique sont ils de la monnaie ?

Un fonds mutuel avec possibilité d'en tirer trois chèques par mois est il de la monnaie ?

Les taux d'intérêts posent pas de problème de définition. Cependant, il en existe une multitude et l'on ne peut en choisir qu'un. Typiquement la banque central agit sur le marché domestique en vendant et achetant des actifs émis en de vise nationale. De cette manière, elle modifie les réserves de monnaie détenues dans les banques. Les principaux intermédiaires des transactions de la banque centrale sont les banques.

La banque centrale agit sur les réserves des banques de manière à modifier celles-ci, les incitant à prêter plus ou moins avec ce supplément de réserves détenues à la banque centrale. On peut donc utiliser les réserves non empruntées<sup>295</sup> ou la partie des réserves non empruntées qui est orthogonale aux réserves totales<sup>296</sup>.

### Méthodologie :

#### Tests des restrictions :

L'effet de liquidité se calcule empiriquement à l'aide d'un VAR ou SVAR. L'apport de cet article est de préserver l'hétéroscédasticité conditionnelle des erreurs.

Il est nécessaire d'imposer des conditions de restriction de manière à calculer les variables structurelles à partir des variables estimées par la forme réduite. De la forme structurelle, on peut alors calculer la dynamique des variables.

Les restrictions peuvent prendre plusieurs formes. La forme la plus courante est la restriction de Choleski, la matrice de variance - covariance de long terme et les restrictions de Gordon et Leeper (1994).

Les restrictions de Choleski imposent que la relation entre la production et la variable monétaire est nulle. L'offre de monnaie est inélastique par rapport à la monnaie ou parfaitement élastique à court terme par rapport aux taux d'intérêt, si l'on choisit celui-ci. Donc, il y a séparation entre le marché des biens et services avec le marché monétaire à court terme. Ces restrictions ne sont pas testables parce que le système est juste identifié.

*Les restrictions de Gordon et Leeper (1994) consistent à séparer le système VAR en deux sous systèmes. Le premier sous système implique que la demande de monnaie à une pente négative et l'offre de monnaie une pente positive. Le deuxième sous système implique que l'élasticité de court terme entre la production et la variable monétaire est nulle.*

Les auteurs utilisent un SVAR avec restrictions Choleski et erreurs homoscédastiques. Ces restrictions sont rejetées par les données.

Ils testent aussi les restrictions de Choleski et de Gordon et Leeper et erreurs hétéroscédastiques. Ils rejettent les restrictions de Choleski seulement quand on utilise la partie des réserves non empruntées qui est orthogonale aux réserves totales comme mesure des chocs monétaires.

---

<sup>295</sup> Non borrowed reserves de Christiano et Eichenbaum (1992) et Eichenbaum (1992)

Les restrictions de Gordon et Leeper ne sont pas rejetées.

Dynamique :

Si l'on utilise des restrictions de Choleski ou de Gordon et Leeper, avec M1 ou les réserves totales, l'effet Fisher domine l'effet de liquidité. C'est à dire que le taux d'intérêt nominal augmente. Ils obtiennent un effet de liquidité en imposant l'hypothèse qu'un choc positif sur la politique monétaire est associé à une baisse du taux d'intérêt fédéral.

$$\text{Forme structurelle : } AZ_t = B(L)Z_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

$$(I - A^{-1}B(L)L)AZ_t = \mathbf{e}_t$$

$$\text{Forme réduite estimée : } Z_t = (I - A^{-1}B(L)L)^{-1} A^{-1} \mathbf{e}_t$$

---

<sup>296</sup> Strongin (1995)

## X) Types de fonction d'utilité

Les fonctions d'utilité doivent respecter les hypothèses suivantes.

- L'effet de richesse doit être égal à l'effet de substitution à l'état stationnaire, pour que le nombre d'heures travaillées par un individu soient bornées (restent comprises entre 0 et 24 heures).
- L'effet richesse doit être inférieur à l'effet de substitution, pour que l'offre de travail augmente avec le salaire réel.

Préférences séparables :

$$\frac{w_t}{p_t} = -\frac{U_n}{U_c} = \frac{U_l}{U_c}$$

$$\frac{\eta\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\eta n_t} = -\frac{\eta\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\eta n_t} = \begin{cases} \frac{U_{nn}}{U_c} & \text{séparable entre consommation et loisir} \\ \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c^2} & \text{non séparable entre consommation et loisir} \end{cases}$$

Calcul de moments :

Fonction de production Cobb-Douglas :  $Y_t = Z_t N_t^a K_t^{1-a}$

$$\ln Y_t = \ln Z_t + a \ln N_t + (1-a) \ln K_t$$

$$y_t = z_t + a n_t + (1-a) k_t$$

$$z_{t+1} = m + r z_t + e_{t+1}$$

$$E y_t = E z_t + a E n_t + (1-a) E k_t = \frac{m}{1-r} + a E n_t + (1-a) k_t$$

$$\text{Var}(y_t) = a^2 \text{Var}(n_t) + (1-a)^2 \text{Var}(k_t) + 2a(1-a) \text{Cov}(n_t, k_t)$$

Calcul de la covariance entre le travail et la production :

$$Cov(y_t, n_t) = E(y_t - Ey_t)(n_t - En_t) = E\left(z_t + \mathbf{a}n_t + (1 - \mathbf{a})k_t - \frac{\mathbf{m}}{1 - \mathbf{r}} - \mathbf{a}En_t - (1 - \mathbf{a})k_t\right)(n_t - En_t)$$

$$Cov(y_t, n_t) = E\left(\left(z_t - \frac{\mathbf{m}}{1 - \mathbf{r}}\right)(n_t - En_t) + \mathbf{a}(n_t - En_t)(n_t - En_t)\right)$$

$$Cov(y_t, n_t) = E\left(z_t(n_t - En_t) - \frac{\mathbf{m}}{1 - \mathbf{r}}(n_t - En_t)\right) + \mathbf{a}Var(n_t)$$

$$Cov(y_t, n_t) = E(z_t n_t - z_t En_t) + \mathbf{a}Var(n_t) = (Ez_t n_t - Ez_t En_t) + \mathbf{a}Var(n_t)$$

**Introduction d'une erreur dans la mesure du travail :**

$$n_t = \bar{n}_t + \mathbf{e}_t^n$$

$$Cov(\bar{n}_t, \mathbf{e}_t^n) = 0$$

$$Cov(X_t, \mathbf{e}_t^n) = 0, \forall X_t, \forall t$$

$$Cov(y_t, n_t) = (Ez_t(\bar{n}_t + \mathbf{e}_t^n) - Ez_t E(\bar{n}_t + \mathbf{e}_t^n)) + \mathbf{a}Var(\bar{n}_t + \mathbf{e}_t^n)$$

$$Cov(y_t, n_t) = Ez_t \bar{n}_t + Ez_t \mathbf{e}_t^n - Ez_t E(\bar{n}_t + \mathbf{e}_t^n) + \mathbf{a}Var(\bar{n}_t + \mathbf{e}_t^n)$$

$$Cov(y_t, n_t) = E(\mathbf{m} + \mathbf{r}z_{t-1} + \mathbf{e}_t)\bar{n}_t + Ez_t \mathbf{e}_t^n - Ez_t E\bar{n}_t + \mathbf{a}Var(\bar{n}_t) + \mathbf{a}Var(\mathbf{e}_t^n) + 0$$

$$Cov(y_t, n_t) = E((\mathbf{m} + \mathbf{r}z_{t-1} + \mathbf{e}_t)\bar{n}_t) + E((\mathbf{m} + \mathbf{r}z_{t-1} + \mathbf{e}_t)\mathbf{e}_t^n) - \frac{\mathbf{m}}{1 - \mathbf{r}}E\bar{n}_t + \mathbf{a}Var(\bar{n}_t) + \mathbf{a}Var(\mathbf{e}_t^n) + 0$$

$$Cov(y_t, n_t) = \mathbf{m}E\bar{n}_t + \mathbf{r}Ez_{t-1}\bar{n}_t + E\mathbf{e}_t\bar{n}_t + \mathbf{r}Ez_{t-1}\mathbf{e}_t^n + E\mathbf{e}_t\mathbf{e}_t^n - \frac{\mathbf{m}}{1 - \mathbf{r}}E\bar{n}_t + \mathbf{a}Var(\bar{n}_t) + \mathbf{a}Var(\mathbf{e}_t^n)$$

Le résidu de Solow et l'erreur de mesures suivent les hypothèses suivantes :

$$Cov(X_t, \mathbf{e}_t) = 0, \forall X_t, \forall t$$

$$Cov(X_t, \mathbf{e}_t^n) = 0, \forall X_t, \forall t$$

$$Cov(y_t, n_t) = \mathbf{m}E\bar{n}_t + \mathbf{r}Ez_{t-1}\bar{n}_t + E\mathbf{e}_t\bar{n}_t + \mathbf{r}Ez_{t-1}\mathbf{e}_t^n + E\mathbf{e}_t\mathbf{e}_t^n - \frac{\mathbf{m}}{1 - \mathbf{r}}E\bar{n}_t + \mathbf{a}Var(\bar{n}_t) + \mathbf{a}Var(\mathbf{e}_t^n) = Cov(y_t, \bar{n}_t) + \mathbf{a}Var(\mathbf{e}_t^n)$$

$$\boxed{Cov(y_t, n_t) = Cov(y_t, \bar{n}_t) + \mathbf{a}Var(\mathbf{e}_t^n)}$$

Donc, si le travail est mal mesuré, la covariance entre le travail et la production est surestimée.

Calcul de la covariance entre la production et le salaire réel :

On utilise les mêmes calculs :

$$Cov(y_t, \frac{w_t}{p_t}) = E(y_t - Ey_t) \left( \frac{w_t}{p_t} - E \frac{w_t}{p_t} \right) = E \left( z_t + \mathbf{a}n_t + (1-\mathbf{a})k_t - \frac{\mathbf{m}}{1-\mathbf{r}} - \mathbf{a}En_t - (1-\mathbf{a})k_t \right) \left( \frac{w_t}{p_t} - E \frac{w_t}{p_t} \right)$$

$$Cov(y_t, \frac{w_t}{p_t}) = \left( Ez_t \frac{w_t}{p_t} - Ez_t E \frac{w_t}{p_t} \right) + \mathbf{a}Var \left( \frac{w_t}{p_t} \right)$$

Introduction d'une erreur dans la mesure du salaire réel :

$$\boxed{Cov(y_t, \frac{w_t}{p_t}) = Cov(y_t, \frac{\bar{w}_t}{p_t}) + \mathbf{a}Var(\mathbf{e}_t^n)}$$

Donc, de manière plus générale, la covariance entre la production et une variable mal estimée surestime la covariance de la production et de cette variable.

Calcul de la covariance entre le travail et le salaire réel :

$$Cov(n_t, \frac{w_t}{p_t}) = E(n_t - En_t) \left( \frac{w_t}{p_t} - E \frac{w_t}{p_t} \right)$$

$$Cov(n_t, \frac{w_t}{p_t}) = E \left( n_t \frac{w_t}{p_t} - \frac{w_t}{p_t} En_t - n_t E \frac{w_t}{p_t} + En_t E \frac{w_t}{p_t} \right)$$

$$Cov(n_t, \frac{w_t}{p_t}) = E \left( n_t \frac{w_t}{p_t} - \frac{w_t}{p_t} En_t - n_t E \frac{w_t}{p_t} + En_t E \frac{w_t}{p_t} \right)$$

$$Cov(n_t, \frac{w_t}{p_t}) = E \left( (\bar{n}_t + \mathbf{e}_t^n) \frac{w_t}{p_t} - \frac{w_t}{p_t} E \bar{n}_t - (\bar{n}_t + \mathbf{e}_t^n) E \frac{w_t}{p_t} + E \bar{n}_t E \frac{w_t}{p_t} \right)$$

$$Cov(n_t, \frac{w_t}{p_t}) = E \left( (\bar{n}_t \frac{w_t}{p_t} + \mathbf{e}_t^n \frac{w_t}{p_t}) - \frac{w_t}{p_t} E \bar{n}_t - (\bar{n}_t E \frac{w_t}{p_t} + \mathbf{e}_t^n E \frac{w_t}{p_t}) + E \bar{n}_t E \frac{w_t}{p_t} \right)$$

$$\text{Cov}(n_t, \frac{w_t}{p_t}) = E(\bar{n}_t \frac{w_t}{p_t}) - E \frac{w_t}{p_t} E \bar{n}_t - E \bar{n}_t E \frac{w_t}{p_t} - E \bar{n}_t E \frac{w_t}{p_t}$$

● Dans le cas des préférences séparables entre consommation et loisir :

$$\frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} = -\frac{\mathcal{J}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathcal{J}n_t} = -\frac{U_{nn}}{U_c} = -\frac{U_{ll}}{U_c}$$

$$\mathbf{e}_{n_t^{\text{offre}}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = -\frac{\mathcal{J}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]} = \frac{U_{nn}}{U_c} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]} = \frac{U_{nn}}{U_n} n_t = \frac{\mathcal{J}U_n}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{U_n} = \mathbf{e}_{U_n, n_t}$$

● Si l'agent est neutre au risque :  $\mathbf{r}_n^{\text{Absolue}} = \frac{U_{nn}}{U_n} = 0 \Rightarrow U_{nn=0}$

$$\Rightarrow \mathbf{e}_{n_t^{\text{offre}}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = U_{nn} \frac{n_t}{U_n} = 0 \frac{n_t}{U_n} = 0 = \frac{\mathcal{J}U_n}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{U_n} = \mathbf{e}_{U_n, n_t}$$

$$\Rightarrow \mathbf{e}_{n_t^{\text{offre}}, \frac{w_t}{p_t}} = \mathbf{e}_{U_n, n_t} = 0$$

● Si l'agent est averse au risque :  $\mathbf{r}_n^{\text{Absolue}} = \frac{U_{nn}}{U_n} > 0$

L'aversion relative de la consommation est :  $\mathbf{r}_n^{\text{Relative}} = \frac{U_{nn}}{U_n} n_t > 0$

$$\Rightarrow e_{n_t^{offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = \frac{U_{nn}}{U_n} n_t = \mathbf{r}_n^{Relative} = \frac{\mathcal{J}U_n}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{U_n} = e_{U_n, n_t}$$

$$\Rightarrow e_{n_t^{offre}, \frac{w_t}{p_t}} = e_{U_n, n_t} = \mathbf{r}_n^{Relative}$$

● Dans le cas des préférences non séparables entre consommation et loisir :

$$\frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} = - \frac{\mathcal{J}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathcal{J}n_t} = \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c^2}$$

● Si l'agent est neutre au risque :  $\mathbf{r}_n^{Absolute} = \frac{U_{nn}}{U_n} = 0 \Rightarrow U_{nn=0}$  ;  $\mathbf{r}_c^{Absolute} = \frac{U_{cc}}{U_c} = 0 \Rightarrow U_{cc} = 0$

$$\text{Pente de l'offre de travail} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} = - \frac{\mathcal{J}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathcal{J}n_t} = \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c^2} = 0$$

$$\text{Élasticité de l'offre de travail} = e_{n_t^{offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = 0$$

● Si l'agent est neutre au risque seulement dans le travail :  $\mathbf{r}_n^{Absolute} = \frac{U_{nn}}{U_n} = 0 \Rightarrow U_{nn=0}$

$$\frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} = - \frac{\mathcal{J}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathcal{J}n_t} = - \frac{U_{cc}U_n}{U_c^2} = -\mathbf{r}_c^{Absolute} \frac{w_t}{p_t}$$

$$\mathbf{e}_{n_t^{Offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = -\frac{\mathcal{J}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]} = \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c^2} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]} = -\frac{U_{cc}U_n}{U_c^2} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}$$

$$\mathbf{e}_{n_t^{Offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c U_n} n_t = -\frac{U_{cc}}{U_c} c_t \frac{n_t}{c_t} = \mathbf{r}_c^{Absolue} \frac{n_t}{c_t}$$

- Si l'agent est averse au risque :  $\mathbf{r}_n^{Absolue} = \frac{U_{nn}}{U_n} > 0$  et  $\mathbf{r}_n^{Relative} = \frac{U_{nn}}{U_n} n_t > 0$

$$\frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} = -\frac{\mathcal{J}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathcal{J}n_t} = \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c^2} = \frac{U_{nn}}{U_c} - \frac{U_{cc}}{U_c} \frac{U_n}{U_c} = \frac{U_{nn}}{U_c} - \mathbf{r}_c^{Absolue} \frac{w_t}{p_t}$$

$$\frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} = \frac{U_{nn}}{U_c} - \mathbf{r}_c^{Absolue} \frac{w_t}{p_t}$$

$$\mathbf{e}_{n_t^{Offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = \frac{\mathcal{J}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = -\frac{\mathcal{J}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathcal{J}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]} = \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c^2} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}$$

$$\mathbf{e}_{n_t^{Offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c U_n} n_t$$

$$\mathbf{e}_{n_t^{Offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{U_{nn}}{U_n} n_t - \frac{U_{cc}}{U_c} n_t = \mathbf{r}_n^{Relatif} - \mathbf{r}_c^{Relatif} \frac{n_t}{c_t}$$

$$\mathbf{e}_{n_t^{Offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \mathbf{r}_n^{Relatif} - \mathbf{r}_c^{Relatif} \frac{1 - l_t}{c_t}$$

### Constant Elasticity of Substitution (CES) et Cobb-Douglas

Loisir passé dans l'utilité de Kydland et Prescott (1982) :

On suppose ici que les décisions de travail passées, ont un impact sur l'utilité instantanée présente. Par exemple, ma décision de travailler beaucoup durant une semaine entraîne une plus grande fatigue au bout de la semaine. Cette spécification de l'utilité permet d'introduire cette fatigue dans l'utilité instantanée du huitième jour.

$$U(C_t, \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}_i l_{t-i}) = \left[ \frac{1}{3} \log C_t + \frac{2}{3} \log \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}_i l_{t-i} \right]$$

Où,  $\frac{\mathbf{a}_{t+i}}{\mathbf{a}_t} = 1 - \mathbf{h} - \nabla i$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{a}_i = 1$$

Le problème selon Prescott (1986) est que  $\mathbf{a}_0$  et  $\mathbf{h}$  sont mal mesurés.

Le résultat est que la pente de l'offre de travail est plus élastique. Donc, un choc sur la demande de travail rend le salaire réel moins volatile et le travail plus volatile.

Démonstration :

L'offre de travail est déterminée dans un modèle néoclassique par l'équation d'arbitrage suivante :

$$\frac{w_t}{p_t} = - \frac{U_n}{U_c} = \frac{U_l}{U_c}$$

$$\frac{\mathcal{J} \left[ \frac{w_t}{p_t} \right]}{\mathcal{H}_t} = - \frac{\mathcal{J} \left[ \frac{U_n}{U_c} \right]}{\mathcal{H}_t} = \begin{cases} \frac{U_{nn}}{U_c} & \text{séparable entre consommation et loisir} \\ \frac{U_{nn}U_c - U_{cc}U_n}{U_c^2} & \text{non séparable entre consommation et loisir} \end{cases}$$

Nous sommes dans le cas des préférences séparables.

$$\frac{\mathcal{J} \left[ \frac{w_t}{p_t} \right]}{\mathcal{H}_t} = - \frac{\mathcal{J} \left[ \frac{U_n}{U_c} \right]}{\mathcal{H}_t} = - \frac{U_{nn}}{U_c} = - \frac{U_{ll}}{U_c}$$

$$\mathbf{e}_{n_t^{offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathbb{I}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathbb{I}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = - \frac{\mathbb{I}\left[\frac{U_n}{U_c}\right]}{\mathbb{I}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]} = \frac{U_{nn}}{U_c} \frac{n_t}{\left[\frac{U_n}{U_c}\right]} = \frac{U_{nn}}{U_n} n_t = \frac{\mathbb{I}U_n}{\mathbb{I}n_t} \frac{n_t}{U_n} = \mathbf{e}_{U_n, n_t}$$

$$\boxed{\mathbf{e}_{n_t^{offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathbb{I}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathbb{I}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = \frac{\mathbb{I}U_n}{\mathbb{I}n_t} \frac{n_t}{U_n} = \mathbf{e}_{U_n, n_t}}$$

$$U(C_t, \sum_{i=0}^{t-\infty} \mathbf{a}l_{t-i}) = \left[ \frac{1}{3} \log C_t + \frac{2}{3} \log \sum_{i=0}^{t-\infty} \mathbf{a}l_{t-i} \right]$$

$$\Leftrightarrow U_n = -\frac{2}{3} \mathbf{a}_0$$

$$\Leftrightarrow U_{nn} = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{e}_{n_t^{offre}, \frac{w_t}{p_t}} = \frac{\mathbb{I}\left[\frac{w_t}{p_t}\right]}{\mathbb{I}n_t} \frac{n_t}{\left[\frac{w_t}{p_t}\right]} = \frac{\mathbb{I}U_n}{\mathbb{I}n_t} \frac{n_t}{U_n} = \mathbf{e}_{U_n, n_t} = 0$$

Coûts de négociation :

$$U(.) = -nE_{t_0} \left[ \sum_{t=t_0}^{t_0+l} (w_t - p_t - \mathbf{t}_t)^2 \right] - nC$$

Monnaie dans la fonction d'utilité :

$$U = \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{g}-1} \ln(c_t^{\frac{\mathbf{g}-1}{\mathbf{g}}} + b_t \left[ \frac{m_t}{p_t} \right]^{\frac{\mathbf{g}-1}{\mathbf{g}}}) + \mathbf{h} \ln(1 - n_t)$$

Loteries à la Hansen (19 ) et Rogerson (19 ) :

- $U(, ) = \mathbf{f}(\log c_{1t} + \mathbf{g} \log(1 - n_{1t})) + (1 - \mathbf{f})(\log c_{0t} + \mathbf{g} \log(1))$

- $\text{Max}_{\mathbf{f}, c_{0t}, c_{1t}, e_{1t}} \mathbf{f}u(c_{1t}, 1 - T_0 - e_{1t}f) + (1 - \mathbf{f})u(c_{0t}, 1)$

$$u(c_{1t}, 1 - T_0 - e_{1t}f) = \log c_{1t} + \mathbf{q} \log(1 - T_0 - e_{1t}f)$$

$$u(c_{0t}, 1) = \log c_{0t} + \mathbf{q} \log(1) = \log c_{0t}$$

Où  $e_{1t}f$  est le quart de travail efficace de l'employé

$T_0$  est le coût fixe de remplacement

- $E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t \{ \mathbf{a} \log(c_{1t}) + (1 - \mathbf{a}) \log(c_{2t}) - \mathbf{g}_t \}$

$$0 < \mathbf{a} < 1, 0 < \mathbf{b} < 1$$

Aversion aux variations des prix :

$$\text{Max} \sum_{j=0}^{\infty} E_t \left( \bar{U}(c_{t+j}, l_{t+j}) - c \frac{x_{t+j}}{2} [\log(p_{t+j}^j) - \log(p_{t+j-1}^j)]^2 \right)$$

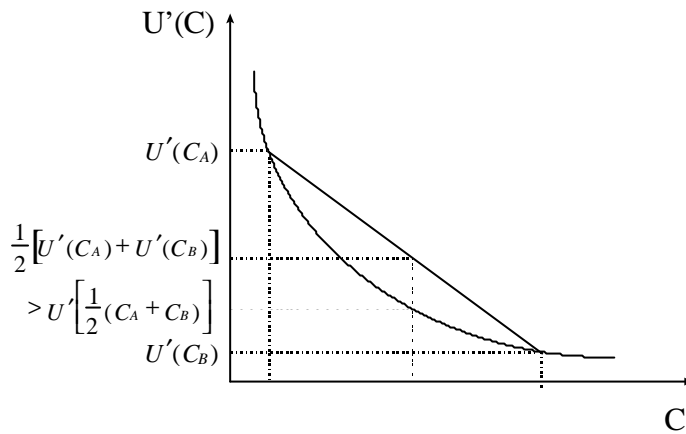
Constant Return Risk Aversion

Épargne de précaution :

Source livre Romer advanced macroeconomics et économie financière de Normandin

Les conditions de premier ordre sur la consommation et le capital donnent l'équation d'arbitrage suivante :

$$\frac{U_{c,t}}{P_t} = E_t \mathbf{b}(r_{t+1} + (1-d)) \frac{U_{c,t+1}}{P_{t+1}}$$



$$\boxed{EU'(C_t) > U'(EC_t)}$$

Donc pour un même niveau de consommation, le ménage préfère un gain d'utilité ou de bien-être certain à un gain incertain. Le ménage est donc averse au risque en ce qui concerne les gains d'utilité. Donc, si la consommation devient plus incertaine, le ménage préférera un niveau de consommation plus certain et réduira donc sa consommation et augmentera ainsi son épargne. Cette épargne est dite de précaution. Elle dépend positivement du degré d'aversion au risque.

$$E \frac{\mathcal{U}(C_t)}{\mathcal{I}_t} > \frac{\mathcal{U}(EC_t)}{\mathcal{I}_t}$$

**Démonstration :**

Soit  $U(C_t)$  une fonction d'utilité concave habituelle.

Supposons en plus que  $U(C_t)$  a une dérivée troisième positive :  $U'''(C_t) > 0$

Donc,  $U''(C_t)$  est une fonction continue et croissante.

Par le théorème de l'inégalité d'Euler, si la fonction  $f$  est continue et croissante, alors on obtient l'inégalité suivante :

$$Ef(x) > f(Ex)$$

$$\Rightarrow EU'(C_t) > U'(EC_t)$$

r,q : on joue au loto en raison de désépargne de non précaution ?

Préférences non séparables :

L'utilité peut être séparable dans le temps et les états.

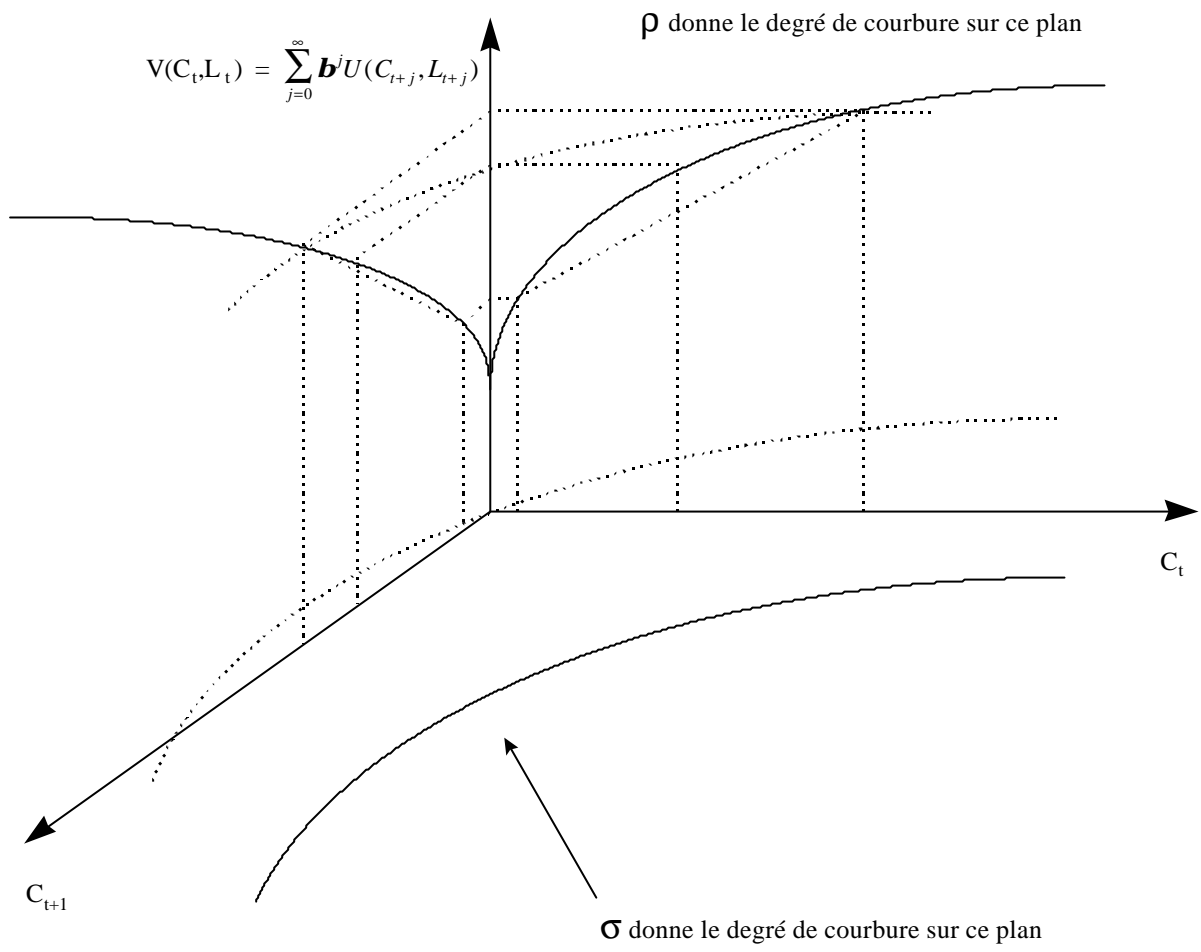
Soit la fonction d'utilité intertemporelle. C'est une fonction de l'utilité instantanée.

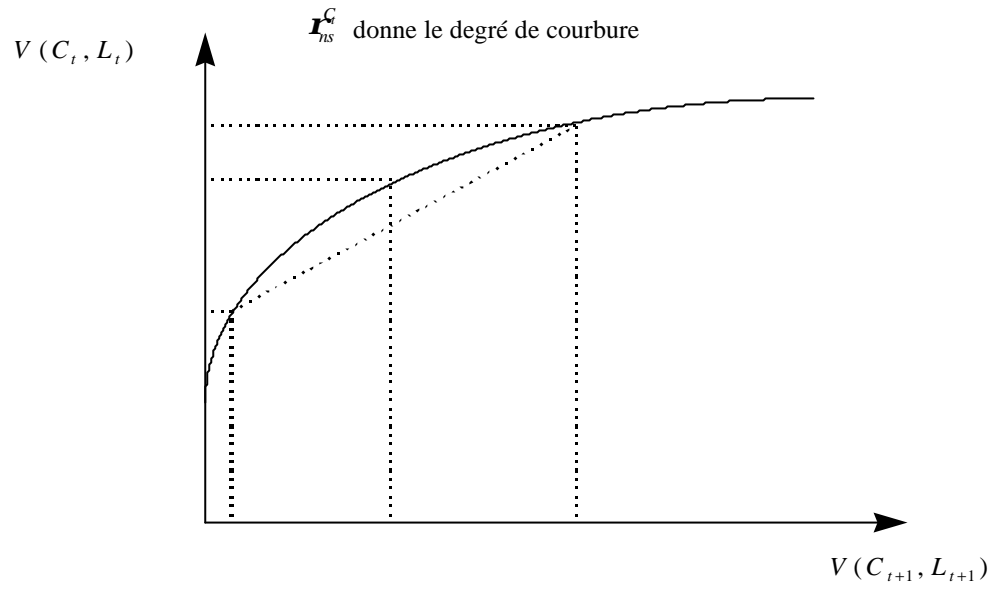
Exemple avec préférences séparables dans le temps et les états :

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t U(c_t, l_t) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t (c_t + \mathbf{g}_t)$$

$$\frac{\mathcal{V}(C_t)}{\mathcal{I}_{C_{t+i}}} = f(C_{t+i})$$

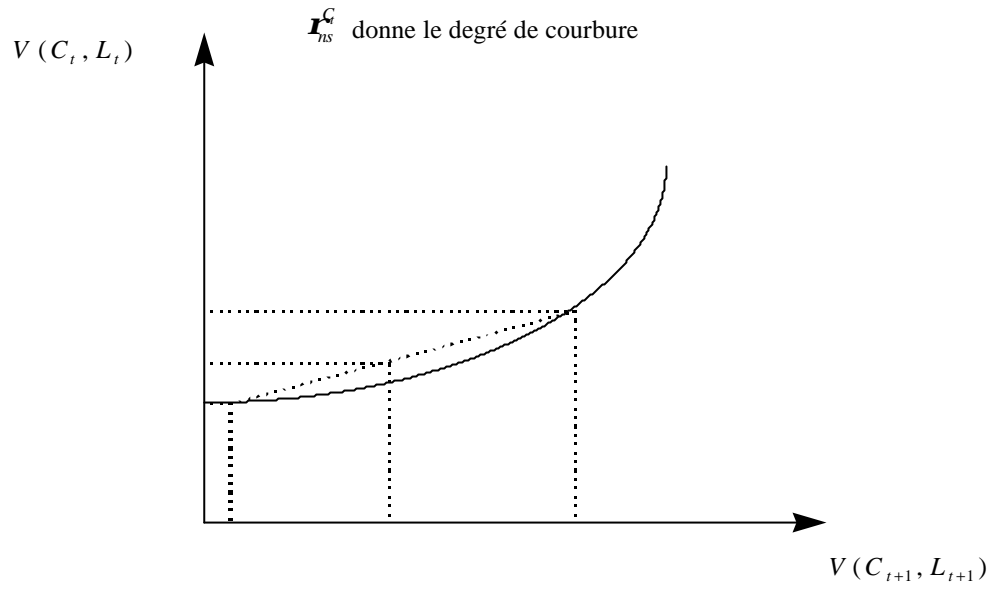
$$\frac{\mathcal{N}(C_t)}{\mathcal{I}_{C_{t+i}}} = f(C_{t+i})$$



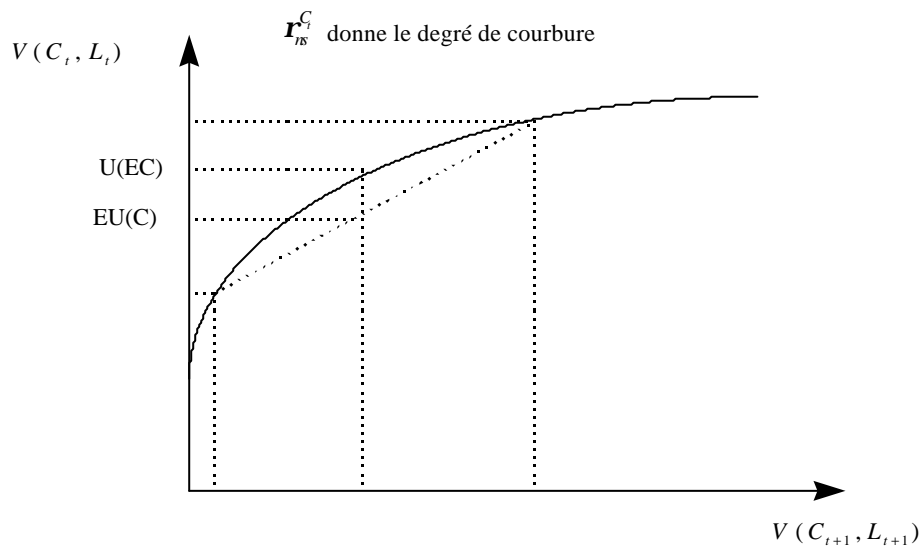


$$V(C_{t+j}, L_{t+j}) = \left( (1-b)C_t^{1-r} + b\hat{J}_{t+1}^r \right)^{\frac{1}{1-r}}$$

$$\mathbf{I}_{ns}^C = \frac{\frac{\partial \hat{V}(C_t, L_t)}{\partial C_t^2}}{\frac{\partial \hat{V}(C_t, L_t)}{\partial C_t}}$$



$$V(C_{t+j}, L_{t+j}) = \left( (1-b)C_t^{1-r} + bJ_{t+1}^r \right)^{\frac{1}{1-r}} \quad \mathbf{r}_{ns}^C = \frac{\frac{\partial \hat{V}(C_t, L_t)}{\partial C_t^2}}{\frac{\partial \hat{V}(C_t, L_t)}{\partial C_t}}$$



## XI) Sources de chocs

Chocs de préférences

Chocs sur les dépenses gouvernementales (Christiano et Eichenbaum)

Chocs sur les taux d'imposition du capital, travail et taxes forfaitaires (Mc Grattan)

Chocs technologiques (littérature RBC)

Chocs monétaires

Chocs sur le taux d'intérêt exogène

Chocs sur la réglementation<sup>297</sup>

Chocs extérieurs

Chocs de la nature

Chocs sur le taux de préférence intertemporel

Chocs sur le taux d'utilisation du capital

Chocs sur l'effort de travail

Chocs sur le degré d'aversion au risque intertemporel et intratemporel

Chocs sur le degré d'information (modèles à participation limitée)

graph à la fin des notes !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

---

<sup>297</sup> Modifie le comportement des agents

## XII Méthodes de simulation

Sources : Cours de sujets spéciaux d'Alain Guay très directement, livre de Cooley, présentation de séminaire de ?? de Queen's, Cours de dynamique de Zimmerman, Cours de dynamique de ?? laval

Pour étudier les cycles économiques, on essaie de vérifier si les séries simulées par le modèle ont un comportement similaire à celui des séries économiques observées. Dans cette section, nous allons présenter plusieurs méthodes pour simuler ces séries. Dans la première section, nous abordons, la méthode la plus utilisée, celle de King - Plosser et Rebelo. Dans la section suivante, nous présentons des méthodes ayant l'avantage de préserver la non linéarité du mouvement des séries.

### XII.1) Méthodes de simulation imposant la linéarité : (King - Plosser et Rebelo)

matrice valeur propre explosive stable. ? Normandin

La méthode de King- Plosser et Rebelo consiste à prendre une approximation d'un problème linéaire sans tendance de manière à le simuler. Le problème principal de ce modèle est que si la fonction d'utilité entraîne des sentiers de réponse non linéaires, alors la méthode de King - Plosser et Rebelo est une simplification très grossière de la réalité. De plus, cette méthode ne se comportera pas bien si les variables s'éloignent beaucoup de leur état stationnaire (forte volatilité) ou en présence d'états stationnaires multiples.

#### Développement limité de Taylor de degré 1 :

On fait l'approximation d'une fonction par morceaux autour de l'état stationnaire de chaque variable en tenant les autres variables fixes. On peut aussi voir cela comme la projection d'une fonction le long de chaque axe, en se limitant à l'ordre 1, on ne projette qu'une approximation linéaire de la fonction. Avec un ordre infini, on projette sur l'ensemble des moments de chaque variables. Donc, on ne projette pas une approximation linéaire de la fonction, mais une approximation non linéaire presque parfaite de la fonction. On voit donc des parallèles avec les méthodes d'estimation linéaire, non linéaire et la projection d'une série dans le domaine des fréquences par le théorème de Fourier.

$$0 = f(x_t, y_t, z_t, \Psi) \approx \frac{\mathcal{F}(x_t, y_t, z_t, \Psi)}{\mathcal{F}_x} \Big|_{z_t=x} (x_t - x) + \frac{\mathcal{F}(x_t, y_t, z_t, \Psi)}{\mathcal{F}_y} \Big|_{y_t=y} (y_t - y) + \frac{\mathcal{F}(x_t, y_t, z_t, \Psi)}{\mathcal{F}_z} \Big|_{z_t=z} (z_t - z)$$

#### Méthodologie :

On enlève la tendance dans le modèle en exprimant le problème comme un de variables sans tendance. Un bon moyen pour trouver cette variable est de trouver la variable qui laissera le travail et le taux d'intérêt sans tendance, sachant que ceux-ci n'ont pas de tendance étant bornés. On utilise la condition de premier ordre sur le taux d'intérêt. L'inconnue X qu'on introduit dans la condition de premier ordre doit respecter le fait que le travail et le taux d'intérêt n'ont pas de tendance<sup>298</sup>.

$$\bar{r}_t = f_{K_t} = (\overline{1-a})e^{\bar{z}_t} (\mathbf{g}' \bar{N}_t)^a \cdot K_t^{-a}$$

$$\bar{r}_t = f_{K_t} = (\overline{1-a})e^{\bar{z}_t} (\mathbf{g}' \bar{N}_t)^a \cdot \left(\frac{K_t}{X}\right)^{-a} X^a$$

$$\bar{r}_t = f_{K_t} = (\overline{1-a})e^{\bar{z}_t} \left(\frac{\mathbf{g}' \bar{N}_t}{X}\right)^a \cdot \left(\frac{K_t}{X}\right)^{-a} \Rightarrow \boxed{X = \mathbf{g}'}$$

Calcul des conditions de premier ordre

Calcul des états stationnaires à partir des conditions du premier ordre

Développement limité de Taylor d'ordre 1 dans chaque condition du premier ordre, incluant les contraintes, des variables autour de leur état stationnaire respectif.

On réduit ensuite ce système, en une représentation espace d'état où les variables dynamique sont exprimées entre elles et sont reliés de façon matricielle aux autres variables du système.

$$Z_{t+1} = AZ_t + \mathbf{e}_{t+1}$$

$$X_t = CZ_t$$

- Étalonnage des paramètres
- On obtient alors les séries du modèle pour des valeurs de départ des variables de saut données et une série de chocs donnée. On recommence l'opération un grand nombre de fois<sup>299</sup>.
- On filtre les séries<sup>300</sup> simulées et les séries observées dans les comptes nationaux

---

<sup>298</sup> Noté par la barre

<sup>299</sup> Donc, une même variable a une série par simulation. Ces séries différent en fonction des chocs que l'on a supposé à chaque fois.

- On calcule à partir de ces séries les moments désirés.
- On compare les moments des séries simulées avec les moments des séries observées de manière à étudier la capacité du modèle à reproduire la réalité.
- On peut aussi estimer la forme espace d'état à l'aide d'un filtre de Kalman par la méthode de Watson (1994). Cette méthode est expliquée dans une autre section, mais il est important de spécifier ici qu'on doit introduire un terme d'erreur supplémentaire dans le modèle pour pouvoir le résoudre.

Exemple : Résolution d'un modèle de petite économie ouverte

$$L = \underset{c_t, n_t, i_t, k_{t+1}, B_{t+1}, \mathbf{1}_t, q_t}{Max} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}^t \left[ U(c_t, 1 - n_t) + \mathbf{1}_t \left( z_t k_t^a (\mathbf{g}_t)^{1-a} + r_t B_t - c_t - i_t \left(1 + \frac{\mathbf{q}}{2} \frac{i_t}{k_t}\right) - g_t - (B_{t+1} - B_t) \right) \right. \\ \left. + q_t \mathbf{1}_t (i_t - k_{t+1} + (1 - \mathbf{d})k_t) \right]$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{c_t}} : U_{c_t}(c_t, 1 - n_t) - \mathbf{1}_t c_t = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{n_t}} : U_{n_t}(c_t, 1 - n_t) + \mathbf{1}_t f_{k_t} = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{i_t}} : q_t \mathbf{1}_t - \mathbf{1}_t \left( \mathbf{q} \frac{i_t}{k_t} \right) = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{k_{t+1}}} : -q_t \mathbf{1}_t + \mathbf{b} E_0 q_{t+1} \mathbf{1}_{t+1} (1 - \mathbf{d}) + \mathbf{b} E_0 \mathbf{1}_{t+1} \left( f_{k_{t+1}} - \frac{\mathbf{q}}{2} \frac{i_{t+1}^2}{k_{t+1}^2} \right) = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{B_{t+1}}} : -\mathbf{1}_t + \mathbf{b} E_0 \mathbf{1}_{t+1} (r_{t+1} + 1) = 0$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{\mathbf{1}_t}} : z_t k_t^a (\mathbf{g}_t)^{1-a} + r_t B_t - c_t - i_t \left(1 + \frac{\mathbf{q}}{2} \frac{i_t}{k_t}\right) - g_t - (B_{t+1} - B_t)$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_{q_t}} : i_t - k_{t+1} + (1 - \mathbf{d})k_t$$

$$r_t = r_t^* - \mathbf{f} B_t$$

---

<sup>300</sup> Les problèmes de filtrage de séries stationnaires vs non stationnaires sont vus dans une autre section.

Développement limité: On exprime les conditions de manière à ce qu'elle donne 0, c'est cette fonction égale à 0 qu'on approxime.

$$-I_t + \frac{1}{c_t} = 0$$

$$\Rightarrow -1(I_t - I) - \frac{1}{c_t^2}(c_t - c) = 0$$

$$-1\left(\frac{I_t - I}{I}\right) - \frac{1}{c_t^2}\left(\frac{c_t - c}{c}\right) = 0$$

$$-1dI_t - \frac{1}{c_t^2}dc_t = 0$$

Notons qu'on doit faire une approximation linéaire de l'ensemble des conditions de premier ordre incluant les contraintes, et que dans ce cas particulier, on doit aussi faire une approximation de la fonction de retour. Les variables  $(dI_t, dc_t)$  feront partie du vecteur  $X_t$ , les variables dynamiques  $dK_t, dB_t, dZ_t, dG_t$  sont incluses dans  $Z_t$ .

$$Z_{t+1} = A(L)Z_t + B(L)e_{t+1}$$

$$X_t = CZ_t$$

#### Problèmes d'étalonnage :

- On peut choisir des paramètres à l'aide d'études micro-économiques<sup>301</sup>. Cependant, celle-ci résulte d'équilibre partiels et non généraux et il y a un problème d'agrégation<sup>302</sup>.

On peut utiliser des moyennes historiques et des relations de long terme. Cette méthode n'utilise pas de façon optimale les moments disponibles.

- On peut effectuer une recherche sur un certain intervalle<sup>303</sup> de manière à reproduire un ensemble de moments. Cette méthode n'utilise pas de façon optimale les moments disponibles<sup>304</sup>.

---

<sup>301</sup> Argument de Prescott (19 )

<sup>302</sup> Rogerson (198 ) et Hansen (198 ) élasticité du travail avec et sans loteries de travail différent.

<sup>303</sup> Grid search

<sup>304</sup> Par exemple, coût d'ajustement de l'investissement n'a pas qu'un effet sur la variance de l'investissement, mais aussi d'autres moments et/ou d'autres variables.

## XII.2) Méthodes de simulation préservant la non linéarité

Source : Alain Guay très directement, plus dans le cours de dynamique de Zimmermann

$$\text{Max } E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \mathbf{b}' U(c_t, l_t)$$

Sous la contrainte budgétaire,

$$c_t + k_{t+1} + \frac{p_t^{B_{t+1}}}{p_t} B_{t+1} + \frac{p_t^{B_{t+k}}}{p_t} B_{t+k} = \frac{w_t}{p_t} n_t + \frac{r_t}{p_t} k_t + (1 - \mathcal{J})k_t + \frac{R_t^{B_{t+1}}}{p_t} p_{t+1}^{B_{t+1}} B_t + \frac{R_t^{B_{t+k}}}{p_t} p_{t+1}^{B_{t+k}} B_t$$

On impose que le numéraire  $p_t = 1$ ,

$$c_t + k_{t+1} + p_t^{B_{t+1}} B_{t+1} + p_t^{B_{t+k}} B_{t+k} = w_t n_t + r_t k_t + (1 - \mathcal{J})k_t + R_t^{B_{t+1}} p_{t+1}^{B_{t+1}} B_t + R_t^{B_{t+k}} p_{t+1}^{B_{t+k}} B_t$$

$$\boxed{V(S, Z, \Theta) = \text{Max}_D U[C(S, S', Z, Z', \Theta)] + \mathbf{b}EV(S', Z', \Theta')}$$

$$V(S, Z, \Theta) = \text{Max}_D U[C(S, S', Z, Z', \Theta)] + \mathbf{b} \int \dots \int V(S', Z', \Theta') P(\Theta' / \Theta) d\Theta'_1 \dots d\Theta'_m$$

Où  $S$  est le vecteur des variables de saut ou dynamiques

$D$  est le vecteur des variables de décision du ménage

$\Theta$  est le vecteur des paramètres du modèle

$$0 = U_D[C(S, S', Z, Z', \Theta)] + \mathbf{b} \int \dots \int V_D(S', Z', \Theta') P(\Theta' / \Theta) d\Theta'_1 \dots d\Theta'_m = 0$$

Par le théorème de l'enveloppe :

$$0 = U_D[C(S, S', Z, Z', \Theta)] + \mathbf{b} \int \dots \int U_D(S'(\Theta', Z', \Theta')) P(\Theta' / \Theta) d\Theta'_1 \dots d\Theta'_m = 0$$

$$U_D(S, G(S, \Theta), \Theta) = -\mathbf{b} \int \dots \int M(S, \Theta, \Theta'; G) P(\Theta' / \Theta) d\Theta_1 \dots d\Theta_m$$

XII.2.a) Méthode des résidus pondérés :

La méthode des résidus pondérée est très proche des méthodes de moments en économétrie. En effet, on cherche les paramètres qui permettent de minimiser une somme pondérée de moments. Le moment que l'on cherche à minimiser ici est celui résultant des conditions du premier ordre.

$$R(S, Z, \Theta; G) = \frac{1}{\mathbf{b}} U_D(S, G(S, \Theta), \Theta) - \int \dots \int M(S, \Theta, \Theta'; G) P(\Theta' / \Theta) d\Theta_1 \dots d\Theta_m$$

On introduit une approximation  $G(\hat{A})$  de la variable de saut ou dynamique  $S'$ . On peut utiliser pour ce faire un polynôme simple, un polynôme de Chebyshev<sup>305</sup> ou par des éléments finis.

$$S' \equiv G(\hat{A})$$

On cherche  $\hat{A}$ , de manière à minimiser une somme pondérée de moments.

$$\int_{\underline{\theta} \leq \theta \leq \bar{\theta}} \dots \int_{\underline{s} \leq s \leq \bar{s}} R(S, Z, \Theta; G(\hat{A})) W(S, \Theta) dS_1 \dots dS_p d\Theta_1 \dots d\Theta_m$$

$W(S, \Theta)$  est la matrice de pondération du résidu. Elle permet d'accorder plus ou moins d'importance à chaque résidu.

On peut la calculer par la méthode de Collocation et celle de Galukin<sup>306</sup>.

Le calcul des intégrales se fait par la méthode de Monte-Carlo<sup>307</sup> ou la méthode de quadrature

XII.2.b) Méthode de Den Haan et Marcet (1990)

La méthode de Den Haan et Marcet (1990) Consiste à approximer l'espérance conditionnelle de l'équation d'Euler, plutôt que la variable de saut ou dynamique.

---

<sup>305</sup> Où les termes sont orthogonaux.

<sup>306</sup> Judd (1992)

<sup>307</sup> Article de Gordon à l'université Laval

$$0 = U_D[C(S, S', Z, Z', \Theta)] + \mathbf{b} \int \dots \int U_D(S', \Theta', Z', \Theta') P(\Theta' / \Theta) d\Theta'_1 \dots d\Theta'_m = 0$$

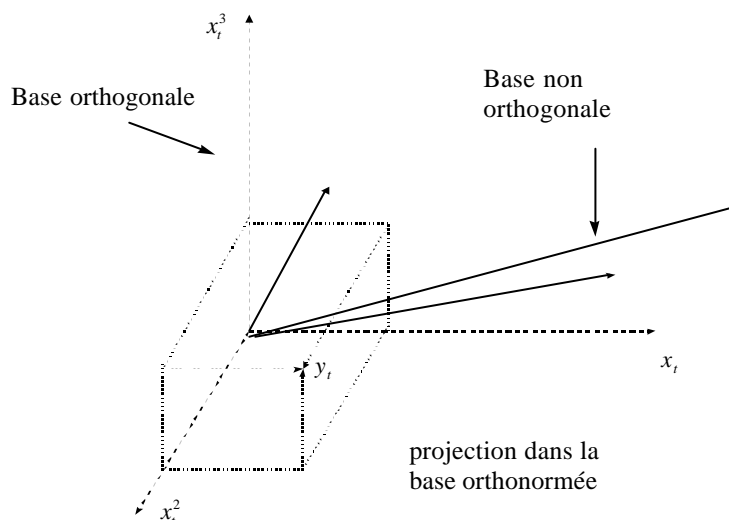
$$U_D(S, G(S, \Theta), \Theta) = -\mathbf{b} \int \dots \int M(S, \Theta, \Theta'; G) P(\Theta' / \Theta) d\Theta_1 \dots d\Theta_m$$

$$\int \dots \int M(S, \Theta, \Theta'; G) P(\Theta' / \Theta) d\Theta_1 \dots d\Theta_m \equiv e^{\hat{e}_A(S, \Theta)}$$

Problème :

En augmentant la taille du polynôme, on essaie de mieux simuler le moment<sup>308</sup>. Le modèle simulé est alors plus fidèle à sa contrepartie théorique. Cependant, le terme additionnel dans le polynôme est corrélé avec les termes déjà présents. Donc, chaque terme additionnel n'ajoute pas autant au modèle en terme de précision qu'il le pourrait.

En termes plus savants, un polynôme de dimension N est la projection d'une variable sur une base de N dimension formée des N termes du polynôme<sup>309</sup>.



Donc, il est préférable d'utiliser des polynômes dont les termes sont orthogonaux. Ces polynômes sont dits de Chebyshev et la variante les utilisant est de Christiano et Fisher (1994).

<sup>308</sup> Ou la variable de saut dans la méthode des résidus pondérés.

**Définition :** Un polynôme a la forme générale suivante

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = x$$

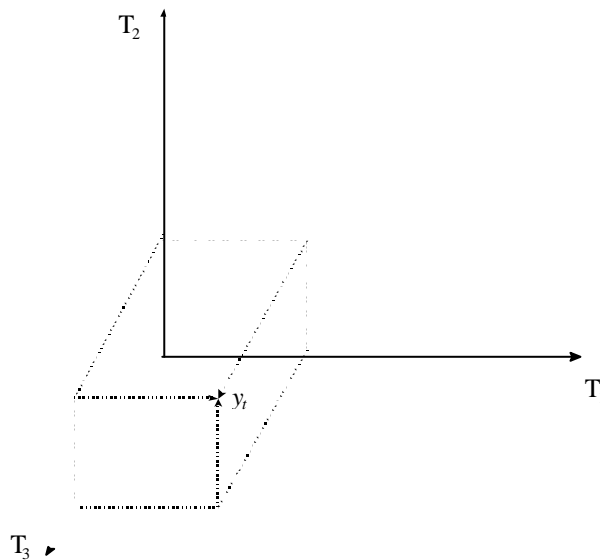
$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x), \quad n \geq 1$$

**Théorème :** Le polynôme de Chebyshev est orthogonal<sup>310</sup> et a la forme suivante.

$$\int_{-1}^1 \frac{T_i(x)T_j(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ \frac{p}{2} & \text{si } i = j \neq 0 \\ p & \text{si } i = j = 0 \end{cases}$$

Il a N zéros sur l'intervalle  $[-1,1]$  situés aux points  $x = \cos\left(\frac{p\left(k - \frac{1}{2}\right)}{N}\right)$  pour  $k=1, \dots, N$

L'idée est de voir le polynôme de Chebyshev comme étant une projection sur les termes T. Ceux-ci sont orthogonaux lorsqu'ils sont différents et qu' $i$  et  $j$  sont non nuls.



<sup>309</sup> Par exemple  $y_i = a_0 + a_1x_i + \dots + a_Nx_i^N$

<sup>310</sup> orthonormé ?

### XII.2.c) Méthode de Den Han et Marcet (1990) modifiée par Christiano et Fisher (1994)

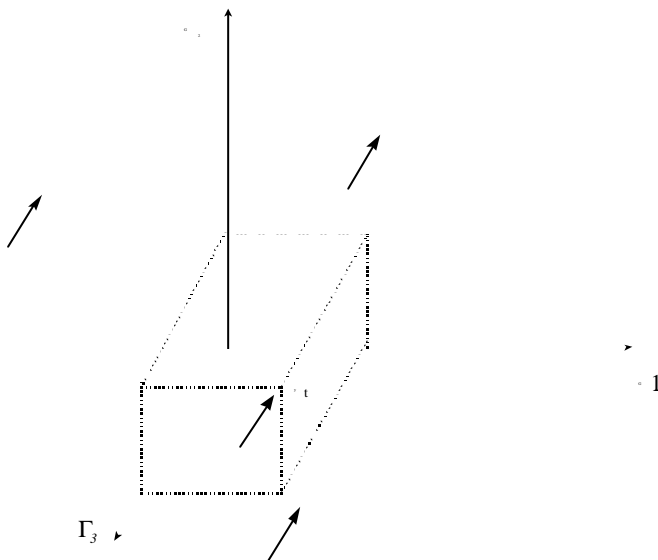
Le modèle de Christiano et Fisher (1994) est une variante de la méthode de Den Han et Marcet (1990) utilisant :

- Les polynômes orthogonaux de Chebyshev : Ils permettent théoriquement une approximation parfaite d'une fonction lisse.
- Pondération par collocation orthogonale.

La pondération est la méthode de choix de points discrets. Les méthodes incluent la recherche sur un intervalle, la collocation orthogonale et la méthode de Gallukin.

La recherche sur un intervalle<sup>311</sup> consiste à prendre quelques écarts type autour de l'état stationnaire de la série qu'on cherche à simuler. On choisit ensuite l'écart entre chaque point. Plus, l'écart est petit, plus il y a de points, plus la grille est fine et plus la résolution est lente.

Dans la méthode de Den Han et Marcet (1990), on ne simule pas une série mais un moment approximé par un polynôme. Le problème du choix de points discrets demeure donc. En effet, il faut choisir le nombre de points et la place des points qui composent le polynôme. Par exemple, regardons le choix de points discrets pour un polynôme quelconque dans une base orthogonale.

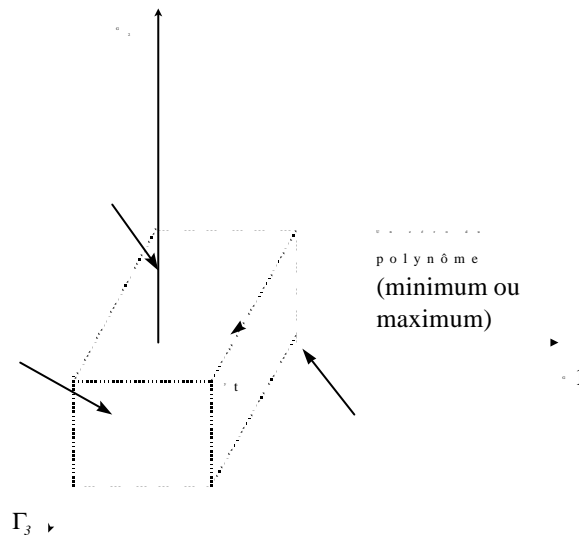


On constate que le choix des points discrets pour représenter adéquatement le polynôme est très important.

---

<sup>311</sup> grid search,

Avec la collocation, on supprime ce problème. En effet, on donne un poids positif aux valeurs de K correspondant aux N zéros du polynôme de Chebyshev d'ordre N. C'est un moyen de rendre discret le problème qui est optimal d'après le théorème d'interpolation de Chebyshev. Vérifier graphique



Le problème est donc :

$$\text{Min}_{A=a_1, \dots, a_N} \int \dots \int [e^{\hat{e}_A(S, \Theta)} - M(S, \Theta, \Theta'; \hat{G}(A))]^2 P(\Theta' / \Theta) dS_1 \dots dS_\gamma d\Theta_1 \dots d\Theta_m$$

Exprimé en logarithme,

$$\text{Min}_{A=a_1, \dots, a_N} \int \dots \int [\hat{e}_A(S, \Theta) - \log M(S, \Theta, \Theta'; \hat{G}(A))]^2 P(\Theta' / \Theta) dS_1 \dots dS_\gamma d\Theta_1 \dots d\Theta_m$$

On peut penser à cette méthode comme étant la simplification des moindres carrés linéaires (Den Haan et Marcet) de manière à retrouver les moindres carrés ordinaires (Christiano et Fisher).

Revoir

Remarque : La méthode de Galukin consiste à utiliser la base comme pondération (choix des points discrets). C'est donc généralement le polynôme de Chebyshev qu'on utilise. On projette le résidu sur la base pondérée orthogonale (orthonormale). L'intuition est similaire aux moindres carrés ordinaires, des conditions de premier ordre  $x'e=0$ , on projette le résidu sur les variables explicatives de manière à ce que ce soit nul.

Le calcul des intégrales peut se faire par intégration numérique ou par la quadrature de Gauss et Legendre.

La méthode d'intégration numérique consiste à choisir l'abscisse en divisant le support en intervalles égaux. On fait une approximation ensuite chaque surface par des trapèzes ou sommes de trapèzes ou autres formes géométriques.

La méthode de quadrature de Gauss et Legendre cherche une approximation de l'intégrale en choisissant en même temps l'abscisse de l'intervalle d'intégration et les coefficients. S'il s'agit d'un polynôme, alors l'approximation est exacte.

Les éléments finis de Mac Grattan (1994), Christiano et Fisher (1994) :

On fait une approximation avec une fonction dont le support est une petite partie du support continu. Donc, les coefficients vont dépendre seulement d'une partie du support/domaine, ce qui simplifie le calcul. L'idée est de prendre des fonctions très simples comme des triangles et de les faire chevaucher entre eux de manière à ce que par exemple deux formes géométriques couvrent toujours un même point du support. Cette méthode est bonne pour approximer des fonctions moins lisses.

### Quelques notes mathématiques

$$\text{Var}(X_t) = a^2 \text{Var}(X_t)$$

$$\text{Var}(X_t + Y_t) = \text{Var}(X_t) + \text{Var}(Y_t) + \text{Cov}(X_t, Y_t)$$

$$\text{Cov}(aX_t + bY_t, cX_t + dY) = ac\text{Var}(X_t) + bd\text{Var}(Y_t) + (ad + bc)\text{Cov}(X_t, Y_t)$$

$$\text{Cov}(X_t, Y_t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})$$

$$\text{Autocov ordre } j = \text{Cov}(X_t, X_{t-j}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})(X_{t-j} - \bar{X})$$

$$\text{Corr}(X_t, Y_t) = \frac{\text{Cov}(X_t, Y_t)}{\sqrt{\text{Var}(X_t)\text{Var}(Y_t)}}$$

$$\text{Autocorr ordre } j = \frac{\text{Autocov ordre } j}{\text{Var}(X_t)}$$

$$E_t E_{t+j} X_{t+j+l} = E_t X_{t+j+l}$$

## **Remarques additionnelles**

La monnaie sert peu comme réserve de richesse surtout comme moyen d'échange.

(dominé comme la réserve de valeur page 155 Fisher et Blanchard )

Asymétrie de la politique monétaire

Ajustement à la marge extensive principalement et intensive

Augmentation du secteur des services et stagnation du secteur des biens en proportion du produit intérieur brut

Un employé est moins productives à son embauche. Temps d'apprentissage

La contrainte budgétaire suppose implicitement qu'il y a équivalence ricardienne, hors celle-ci ne tient pas.

Comment justifier l'augmentation des dépenses publiques depuis la deuxième guerre mondiale.

L'arbitrage des activités comme la consommation et le loisir est une activité coûteuse

Il faut introduire des obligations et la monnaie. En effet, le financement des dépenses gouvernementales peut créer de l'inflation, dépendant de la façon dont elles sont financées page 182 Blanchard et Fisher)

Monnaie (inside outside)

monnaie privée (ou fiat)

Crédit à la place de la monnaie

Inflation augmente, alors dette diminue et paiements d'intérêts diminuent

La contrainte de Clower (contrainte cash in advance : la monnaie doit être utilisée pour faire des transactions (non justifié) )

La monnaie dans la fonction d'utilité, dans la fonction de production

Seigneurage (profit de la création de monnaie)

La monnaie outside page 193, la monnaie qui est au passif du gouvernement.

La monnaie inside (majeure partie) est la monnaie qui est à la fois un actif et un passif du secteur privé (prêt bancaires) parité couverte non couverte des taux d'intérêts expliquer bien

Secteur service augmenter en proportion par rapport bien et son prix augmente plus vite

Ce qu'on a vu en fin sur var R élasticité de substitution aversion au risque et prime de risque

R.q : Pourquoi pas avoir Max  $U_1$  s.c ( $U_2$  max) de cette façon on a un secteur extérieur cohérent. Si l'on veut étudier l'autre pays (2=reste du monde sinon), on fait le problème à l'envers. Chaque pays/agent maximise par rapport à sa contrainte nationale. Donc, assurance des chocs spécifiques au pays ne semble plus possible vs BKK.

Time to build et volatilité de l'investissement

Politique monétaire et fiscale ne sont pas indépendantes

Bien faire distinction entre taux d'intérêt et rendements

Introduire rendement de long terme court terme

Volatilité des taux d'intérêt

Problème : l'étranger a un comportement non coordonné dans un modèle de petite économie ouverte. Pourquoi pas maximiser U petite économie (s.c que reste du monde maximiser)

Problème avec les résolutions par la théorie des jeux (négociation de type Nash), problème des équilibres multiples avec optimisation

La monnaie est procyclique.

Contrat Taylor: pourquoi les gens ne renégocient pas. Ex : Espagne années 80, contrats faits dans un contexte de politique mon restrictive, puis politique mon expansionniste. Les contrats sont très rapidement renégocier.

Courbe de Phillips : Donne la relation entre la production et le niveau des prix a CT et LT. Plus exactement, elle donne la relation entre variables réelles et nominales. Phillips pensait que la relation entre les deux était fixe. Les accélérationnistes sont ceux qui poussaient pour augmenter sans cesse la vitesse de création de monnaie de manière à augmenter la production et diminuer le chômage (faux?). La grosse défaillance est qu'ils supposaient des attentes adaptatives. Pourri 70. Lucas attentes rationnelles expliquer pourquoi.

Pour simplifier les keynésiens considèrent que la source des chocs est la demande parce qu'il y a déséquilibre entre l'offre et la demande. Les marchés sont inefficaces donc il faut intervenir. La différence entre keynésien et classique et la façon dont le prix se fixe (equ vs déséquilibre)

### Seigneurage

Monnaie banque justification légale

cash in advance incitation à créer banque privée

monney as a unit of account

population croiss comme source de fluctuation

qualité du bien

protectionnisme implique qualité plus faible exemple Renault en France, Ford US avant les japonaises.

taxes distorsionnaires, lois contres mvts de capitaux, régime de change, tarifs

travailleurs peu mobiles internationalement. Dans un même pays parfois car coût fiscaux de vendre, acheter, demenager maison sont énormes.(France)

gvt : taxes distorsionnaires, lois de contrôle de mouvement sur les mouvement de capital, travail, redistribution des taxes, social

Plus le payoff est grand moins je suis averse au risque et je suis prêt à jouer une loterie. Cela pourrait expliquer le fait que les gens jouent aux loteries et que plus le gain est élevé, plus ils jouent (records de Powerball), même si la probabilité de gagner diminue (certains achètent billet ensemble) . Explique aussi vols de Banque.

Non mobile labor market

Contrainte de liquidité : le ménage ne peut emprunter autant qu'il veuille, tend à augmenter l'épargne Romer P 336.

Manque d'information sur les préférences des consommateurs (new macroeconomics p173)

Asymétrie d'information sur la productivité des consommateurs

Efficiency wage hystérisis

Incomplete insurance market (gvt assur partiellement contre chômage vs emettre actif)

Problème : R réel déterminé par l'offre = demande de monnaie réelle, mais  $R = PmK$  ?