

# **Intégration Financière et Diversification Internationale de Portefeuilles : Une Analyse Multivariée**

**AROURI Mohamed El Hedi**

**MODEM-CNRS, Université Paris X-Nanterre**

**Tél : 01.40.97.77.92**

**E-mail : mohamed-el-hedi.arouri@u-paris10.fr**

## **Résumé**

Dans cet article, nous développons une extension asymétrique du modèle GARCH multivarié de De Santis et Gérard (1997,1998) afin de tester une version conditionnelle du MEDAF International. Le modèle est estimé, sur la période mars 1973 – mars 2003, simultanément pour 8 marchés: le marché mondial, 4 marchés développés et 3 émergents. Cette spécification autorise aux primes de risque, aux bêtas et aux corrélations de varier suivant les dates et de répondre différemment aux chocs selon leurs signes et leurs amplitudes. Le prix de risque de covariance est modélisé en fonction d'un vecteur de variables macroéconomiques et financières. Nos résultats sont favorables à l'hypothèse d'intégration des marchés financiers nationaux étudiés. Ensuite, nous dérivons une mesure *ex ante* des gains de diversification Internationale de portefeuilles. Nous montrons notamment que contrairement à une opinion très répandue aussi bien chez les universitaires que chez les professionnels de la finance globale, la montée du degré d'intégration des marchés financiers n'a pas significativement réduit les bénéfices attendus des stratégies de diversification internationale. Ces bénéfices sont significativement positifs pour tous les marchés et ils sont plus importants pour les marchés émergents. Cette étude a été complétée par une analyse des fonctions de réponse impulsionnelle estimées à partir des innovations orthogonalisées d'un modèle VAR estimé sur les sept séries de prix de risque de covariances extraites de l'estimation du modèle GARCH. Cette analyse montre que les chocs sur les marchés développés et notamment le marché américain sont contagieux. Au contraire, les turbulences des petits marchés ne sont pas significativement transmises internationalement, ce qui implique que la diversification internationale offre pour ces marchés une meilleure protection contre les krachs locaux.

**Mots clés** : Evaluation Internationale, Diversification de Portefeuilles, Intégration Financière, Marchés Emergents, GARCH Multivarié Asymétrique, VAR, Réponse Impulsionnelle.

## **Financial Integration and International Portfolio Diversification: A Multivariate Analysis**

### **Abstract**

In this article, we extend the conditional ICAPM of De Santis and Gérard (1997,1998) using an asymmetric multivariate GARCH specification. The model is estimated, for the period March 1973-March 2003, simultaneously for 8 markets: the world market, 4 developed markets and 3 emerging markets. This approach, with double asymmetric effects, allows to the risk premia, betas and correlations to vary through time. Then, we investigate ex ante benefits from world market diversification. The evidence supports the financial integration hypothesis and suggests that investors from all countries could expect statistically significant benefits from international diversification but that gains are considerable larger for investors with smaller home markets. The impulse response functions from a VAR model comprised of the time-varying price of covariance risk series derived from GARCH model estimations show that movements in the price of risk belonging to developed markets are contagious. However, market turbulence on smaller stock markets may not be contagious internationally, which implies that investing abroad may offer larger protection against home market downturns for smaller-country investors.

**Keywords:** International Asset Pricing, Portfolio Diversification, Financial Integration, Emerging Markets, Asymmetric Multivariate GARCH, VAR, Impulse Response.

## *Tables des matières*

<b>I- Introduction</b> .....	3
<b>II- Revue de littérature</b> .....	4
<b>III- Le MEDAFI conditionnel et ses implications pour la diversification internationale</b> .....	5
1- Le MEDAF Conditionnel International.....	6
2- Implications pour la diversification Internationale de portefeuille.....	7
<b>IV- Spécification empirique</b> .....	9
1- Dynamique de la Variance et de la Covariance Conditionnelles.....	9
2- Dynamique de la Moyenne Conditionnelle.....	11
3- La fonction de vraisemblance.....	13
<b>V- Données</b> .....	14
<b>VI- Evidences Empiriques</b> .....	17
1- MEDAF Conditionnel.....	17
1.1. <i>Prix de Risque Constant</i> .....	17
1.2. <i>Prix de Risque Variable dans le Temps</i> .....	19
2- Diversification Internationale.....	21
<b>VII- Conclusion</b> .....	26
<b>Références</b> .....	28
<b>Annexe A</b> .....	31
<b>Annexe B</b> .....	33

## I- Introduction

La diversification internationale a été depuis longtemps considérée comme le meilleur instrument pour améliorer la performance d'un portefeuille. En effet, les corrélations entre les marchés financiers nationaux sont relativement faibles, ce qui permet de réduire considérablement le risque associé à un portefeuille diversifié internationalement. Les bénéfices des stratégies de diversification internationale de portefeuilles ont été discutés depuis les travaux pionniers de Grubel (1968) et Solnik (1974). Ces bénéfices sont souvent attribués aux corrélations plus faibles entre marchés financiers nationaux qu'entre titres individuels du même marché. Une explication possible des corrélations faibles a été avancée par Roll (1992) : les pays ont des structures industrielles différentes *i.e.* des opportunités d'investissement différentes du côté de l'investisseur.

Cependant, ces dernières années, différentes réformes ont été opérées sur les marchés financiers nationaux. L'objectif principal est d'aller vers une plus grande ouverture des marchés financiers. Cette libéralisation se caractérisait par la levée progressive de différentes barrières à l'investissement étranger ainsi que par une suppression des restrictions aux mouvements de capitaux. Ces réformes ont conduit à des changements majeurs de l'environnement financier et amorcé le processus d'intégration financière.

Les gains escomptés de diversification internationale de portefeuilles sont fonction des rentabilités et des volatilités des marchés sélectionnés. Ces dernières sont déterminées par les différents facteurs de risque. Dans un marché parfaitement intégré, les rentabilités sont déterminées par des facteurs mondiaux de risque. Au contraire, dans un marché strictement segmenté, ce sont les facteurs locaux qui jouent. Au fur et à mesure que le degré d'intégration d'un marché financier dans le marché mondial augmente, ses actifs financiers deviennent de plus en plus sensibles aux facteurs internationaux. Cette sensibilité aux facteurs globaux de risque a essentiellement trois sources : les variations des cours, les comportements des opérateurs et les effets de contagion.

Les gains additionnels de diversification sont donc liés au niveau d'intégration ou de segmentation des marchés nationaux et en particulier de l'importance des facteurs locaux de risque et leur interdépendance.

En résumé, l'intégration financière des marchés nationaux rend, d'un côté, la diversification internationale de portefeuilles plus efficace, et ce en facilitant le passage d'un marché à un autre et en accroissant l'efficacité des marchés financiers. D'autre côté, l'intégration financière aurait augmenté les corrélations entre marchés financiers nationaux<sup>1</sup>, ce qui réduirait les bénéfices des stratégies de diversification internationale. L'effet global de l'intégration financière internationale sur le rendement des stratégies de diversification serait ambigu.

Dans ce travail, nous développons une extension asymétrique du modèle GARCH multivarié de De Santis et Gérard (1997) et utilisons une version conditionnelle du Modèle d'équilibre des actifs financiers (MEDAF) afin de quantifier l'évolution des bénéfices de diversification internationale en fonction du degré d'intégration des marchés financiers étudiés. Notre étude porte sur sept marchés financiers (quatre marchés développés (Etats-Unis, France, Grande-Bretagne et Japon) et trois marchés émergents (Singapour, Afrique du

---

<sup>1</sup> Voir Longin et Solnik (1995).

Sud et Hong Kong)) et couvre la période 1973-2003. Le modèle est estimé simultanément pour les sept marchés et le marché international. Cette approche permet une modélisation à primes de risque, bêtas, corrélations et gains *ex ante* de diversification variables suivant les dates. De plus, cette étude est complétée par une analyse des fonctions de réponse impulsionnelle estimées à partir des innovations orthogonalisées d'un modèle VAR estimé sur les sept séries de prix de risque de covariances extraites de l'estimation du processus GARCH. Une attention particulière sera accordée à la comparaison des comportements des marchés développés et des marchés émergents.

## II- Revue de littérature

La plupart des tests du MEDAF international se sont limités à la version inconditionnelle du modèle.<sup>2</sup> Manifestement, ces études n'arrivent pas à tenir compte des nouvelles informations qui parviennent périodiquement aux investisseurs. Ces derniers révisent leurs décisions d'investissement en fonction de ces nouvelles informations.

Les versions conditionnelles du MEDAF international utilisent notamment les modèles autorégressifs conditionnellement hétéroscédastiques (ARCH) (Engle (1982)) et la méthode des moments généralisés (MMG) (Hansen (1982)). Ces deux méthodes ont, entre autre, l'avantage de permettre de modéliser la variation du comportement des rentabilités dans le temps.

Dumas et Solnik (1995) utilisent la méthode des moments généralisés pour tester une version conditionnelle du MEDAFI. Les résultats de leur test supportent le MEDAF international. Cependant, la méthode MMG ne permet pas de spécifier la dynamique des seconds moments. En particulier, elle ne permet pas de calculer un nombre d'indicateurs de premier intérêt pour l'investisseur : corrélations conditionnelles, bêtas conditionnels, ratio optimal de couverture, gain de diversification attendu, etc.

De Santis et Gérard (1997) utilisent une spécification GARCH multivarié pour tester une version conditionnelle du MEDAF international. Leur étude porte sur les huit plus grands marchés (Canada, Japon, France, Allemagne, Italie, Suisse, Grande-Bretagne et les Etats-Unis) et couvre la période 1970-1994. Les résultats de leur étude supportent le MEDAF international et donc l'hypothèse d'intégration des marchés financiers étudiés.

De Santis et Imrohoroglu (1995) utilisent un modèle GARCH univarié pour étudier la dynamique des rentabilités et des volatilités des marchés émergents. Ils trouvent que la volatilité des marchés émergents est partiellement prédictible et caractérisée par une forte persistance. Ils testent aussi les hypothèses d'intégration régionale et d'intégration globale des marchés asiatiques et américain-latins. Leurs résultats empiriques supportent l'hypothèse d'intégration régionale.

Bekaert et Harvey (1995) utilisent une version conditionnelle du modèle à changement de régimes pour mesurer le degré d'intégration des marchés de capitaux. Leur spécification autorise aux rendements anticipés des marchés émergents d'être segmentés dans une première partie de leur échantillon et intégrés dans l'autre partie. Leur étude ne permet pas de rejeter l'hypothèse d'intégration financière. En outre, ils avancent que l'importance croissante de

---

<sup>2</sup> Voir par exemple Solnik (1974) Korajczyk et Viallet (1989).

l'influence des facteurs globaux sur la volatilité reflète une intégration en perpétuelle augmentation des marchés financiers des pays émergents.

Le caractère novateur du présent travail réside dans le fait que :

- Il développe et teste une extension asymétrique du modèle GARCH multivarié de De Santis et Gérard (1997). Cette spécification autorise aux primes (prix) de risque, aux bêtas et aux corrélations de varier suivant les dates et de répondre différemment aux chocs selon leurs signes et leurs amplitudes. Engle et Ng (1993), Glosten, Jagannathan et Runkle (1993) et Kroner et Ng (1998) montrent que les covariances et les variances sont plus élevées durant les périodes de baisse. En outre, cette approche permet de tester le MEDAF international simultanément pour un nombre élevé de marchés.

- Il porte sur une période relativement longue (1973-2003) et combine des marchés émergents et développés.

- Il permet de construire une mesure *ex ante* des gains de diversification internationale. Cette mesure est variable dans le temps, ce qui permet de quantifier l'impact de l'augmentation du niveau d'intégration financière sur les bénéfices attendus des stratégies de diversification internationale de portefeuilles. Cette étude est complétée par une analyse des fonctions de réponse impulsionnelle.

### III- Le MEDAFI et ses implications pour la diversification internationale

Dans le prolongement des travaux de Markowitz (1952,1959) portant sur l'optimisation de la richesse par le critère moyenne-variance et de la diversification de portefeuille, Sharpe (1964) et Lintner (1965) ont introduit le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF). Ce modèle permet de déterminer les rentabilités espérées des titres en fonction de leur sensibilité au risque du marché ou risque systématique (par opposition au risque individuel associé à chaque titre). Il s'appuie sur le fait que les investisseurs, quelle que soit leur aversion pour le risque, choisissent des portefeuilles efficaces en terme de moyenne-variance. Une conséquence du MEDAF est que seul le risque systématique est rémunéré. Un investisseur supportant le risque individuel associé à un titre (ou à un portefeuille) n'en est pas récompensé car ce risque pourrait être diversifié. Ainsi la relation fondamentale du MEDAF établit que les rendements en excès d'un titre ou d'un portefeuille par rapport à l'actif sans risque sont une fonction linéaire des rendements en excès du marché.

En supposant que les comportements des cours des actifs financiers sont compatibles avec le concept de marché unique de capitaux, Solnik (1974) présente une extension internationale du MEDAF. Le modèle d'évaluation des actifs financiers international (MEDAFI) offre un outil d'analyse permettant de spécifier empiriquement et de manière jointe à l'évaluation la nature de l'intégration des marchés financiers :

$$E(\tilde{R}_{it}) - R_{ft} = \frac{Cov(\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{wt})}{Var(\tilde{R}_{wt})} (E(\tilde{R}_{wt}) - R_{ft}) \quad (1)$$

où  $\tilde{R}_{it}$  est la rentabilité du titre (ou du portefeuille)  $i$  entre  $(t-1)$  et  $t$ ,  $\tilde{R}_{wt}$  celle du portefeuille de marché mondial et  $R_{ft}$  le taux de rentabilité de l'actif sans risque.

En réponse aux différentes critiques des modèles non conditionnels d'évaluation des actifs financiers<sup>3</sup>, de nouvelles présentations théoriques sont apparues. Elles constituent pour la plupart des extensions des modèles originels. En ce qui concerne le modèle d'équilibre, les développements s'articulent notamment autour de l'approche conditionnelle.

## 1- Le MEDAF Conditionnel International

Une version internationale conditionnelle du modèle de Sharpe (1964) peut être formalisée ainsi :

$$E(\tilde{R}_{it} / \Omega_{t-1}) - R_{ft} = \mathbf{b}_{iW,t-1} [E(R_{Wt} / \Omega_{t-1}) - R_{ft}] ; \quad \forall i \quad (2)$$

où

$$\mathbf{b}_{iW,t-1} \equiv \frac{Cov(R_{it}, R_{Wt} / \Omega_{t-1})}{Var(R_{Wt} / \Omega_{t-1})} \quad (3)$$

est la sensibilité variable suivant les dates du titre (ou du portefeuille)  $i$  au portefeuille de marché mondial  $W$ . Notons que toutes les anticipations sont faites conditionnellement au vecteur informationnel  $\Omega_{t-1}$  disponible à l'instant  $(t-1)$ .

L'équation (2) peut être réécrite ainsi<sup>4</sup>:

$$E(\tilde{R}_{it} / \Omega_{t-1}) - R_{ft} = \mathbf{d}_{t-1} Cov(\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{Wt} / \Omega_{t-1}) ; \quad \forall i \quad (4)$$

où

$$\mathbf{d}_{t-1} \equiv \frac{E(\tilde{R}_{Wt} / \Omega_{t-1}) - R_{ft}}{Var(\tilde{R}_{Wt} / \Omega_{t-1})} \quad (5)$$

est le prix variable dans le temps de risque de covariance de marché<sup>5</sup>.

La dernière formulation du MEDAF international conditionnel est très utilisée dans les études empiriques<sup>6</sup>. Cette formulation suppose implicitement que les marchés financiers sont intégrés, *i.e.* le prix de risque de marché est le même pour tous les actifs financiers et pour tous les investisseurs<sup>7</sup>.

<sup>3</sup> Les études empiriques montrent que les rentabilités boursières sont très volatiles et que cette volatilité varie dans le temps. Ces propriétés rendent difficile l'estimation des primes de risque et seraient à l'origine du rejet empirique des modèles internationaux non conditionnels.

<sup>4</sup> Ce modèle constitue un cas particulier du modèle général de Adler et Dumas (1973).

<sup>5</sup> La relation (4) est valable en particulier pour le portefeuille de marché mondial, il s'en suit que  $\mathbf{d}_{t-1}$  est aussi le prix de risque de marché mondial.

<sup>6</sup> Voir Stulz (1981), Bekaert et Harvey (1995) et De Santis et Gérard (1998).

<sup>7</sup> Cette formulation permet la décomposition de la prime de risque comme produit du prix de risque (de covariance) et du risque (mesuré par la covariance). Elle suggère que l'intégration financière passe par une convergence des prix de risque et pas nécessairement des primes de risque. En fait, le prix de risque est l'agrégation des aversions au risque de tous les investisseurs. Ainsi, l'homogénéisation des comportements conduit à des prix de risque identiques. La situation d'intégration des marchés de capitaux internationaux n'est pas donc incompatible avec des primes de risque différentes. Cela s'explique par la persistance des écarts de volatilité dus au fait que l'intégration économique et l'intégration financière ne se font pas au même rythme. Fontaine (1987) développe ce point.

Dans une optique d'appréciation de l'intégration financière, la relation (4) permet de passer de la logique d'identité des facteurs à une logique d'identité des prix de risque. En particulier, la relation (4) permet une appréciation quantitative des gains de la diversification internationale de portefeuille<sup>8</sup>. Par conséquent, cette version conditionnelle du MEDAFI permet d'apprécier les incidences pratiques de l'intégration financière internationale dans la diversification internationale en particulier et dans la gestion de portefeuilles en général.

## 2- Implications pour la diversification Internationale de portefeuille

Nous supposons que le MEDAFI est valide, *i.e.* le portefeuille de marché mondial est conditionnellement efficient<sup>9</sup>, et nous analysons, dans le cadre moyenne-Variance de Markowitz (1952), l'évolution de la diversification internationale de portefeuille<sup>10</sup>.

Pour ce faire, considérons deux portefeuilles, présentant le même risque, un diversifié internationalement, désigné par I, et, l'autre purement domestique, désigné par i. La version conditionnelle internationale du MEDAFI permet de calculer la rentabilité anticipée sur chacun de ces deux portefeuilles. La différence entre les deux rentabilités anticipées peut être interprétée comme le gain *ex ante* de la diversification internationale de portefeuille.

Formellement, le gain anticipé de la diversification internationale peut être écrit :

$$E(\tilde{R}_I - \tilde{R}_i / \Omega_{t-1}) \quad (6)$$

Le portefeuille I est supposé efficient au sens de Markowitz. D'après le théorème de séparation de Black (1972), on peut écrire la rentabilité du portefeuille I sous la forme d'une combinaison du taux sans risque et du portefeuille de marché<sup>11</sup>.

$$\tilde{R}_I = \mathbf{q}_{t-1} \tilde{R}_{W_t} + (1 - \mathbf{q}_{t-1}) R_{ft} \quad (7)$$

où  $\mathbf{q}$  est une mesure de l'aversion de l'investisseur représentatif au risque.

Les excès de rentabilité de deux portefeuilles s'écrivent :

$$E(\tilde{R}_I / \Omega_{t-1}) - R_{ft} = \mathbf{d}_{t-1} Cov(\mathbf{q}_{t-1} \tilde{R}_{W_t}, \tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) = \mathbf{d}_{t-1} \mathbf{q}_{t-1} Var(\tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) \quad (8)$$

$$E(\tilde{R}_i / \Omega_{t-1}) - R_{ft} = \mathbf{d}_{t-1} Cov(\tilde{R}_i, \tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) \quad (9)$$

Les deux portefeuilles ont le même risque, le coefficient positif  $\mathbf{q}$  peut être déduit du système suivant :

$$Var(\tilde{R}_i / \Omega_{t-1}) = Var(\tilde{R}_I / \Omega_{t-1}) \quad (10)$$

<sup>8</sup> Voir De Santis et Gérard (1998)

<sup>9</sup> Selon Roll (1977), tout test du MEDAFI est en réalité un test d'efficience du portefeuille pris comme proxy du portefeuille de marché.

<sup>10</sup> Le MEDAFI sera testé dans la section VI.

<sup>11</sup> Le théorème de séparation nous enseigne que tous les investisseurs, quelles que soient leurs richesses initiales et leurs préférences pour le risque, construisent leurs portefeuilles optima par combinaison entre le titre sans risque et le portefeuille de marché

$$Var(\tilde{R}_t / \Omega_{t-1}) = \mathbf{q}_{t-1}^2 Var(\tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) \quad (11)$$

soit :

$$\mathbf{q}_{t-1}^2 = \frac{Var(\tilde{R}_t / \Omega_{t-1})}{Var(\tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1})} \quad (12)$$

D'après les équations (8) et (9), le gain de diversification internationale pour un investisseur domestique conformément à la version conditionnelle internationale du MEDAF est donné par la relation (13)<sup>12</sup> :

$$E(\tilde{R}_t - \tilde{R}_t / \Omega_{t-1}) = \mathbf{d}_{t-1} [\mathbf{q}_{t-1} Var(\tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) - Cov(\tilde{R}_t, \tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1})] \quad (13)$$

Une première intuition peut être retirée de l'équation (12) en prenant le cas particulier  $\mathbf{q} = 1$  :

$$E(\tilde{R}_t - \tilde{R}_t / \Omega_{t-1}) = \mathbf{d}_{t-1} [Var(\tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) - Cov(\tilde{R}_t, \tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1})] \quad (14)$$

L'équation (14) montre que le gain escompté de stratégies de diversification internationale est une fonction croissante du risque spécifique au pays considéré :  $[Var(\tilde{R}_t / \Omega_{t-1}) - Cov(\tilde{R}_t, \tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1})]$ . Selon le MEDAFI, seul le risque systématique est rémunéré. Un investisseur supportant le risque individuel associé à un portefeuille donné n'en est pas récompensé car ce risque peut être diversifié.

On peut alternativement utiliser la corrélation conditionnelle entre le portefeuille domestique et le portefeuille de marché mondial :

$$\mathbf{r}_{iW,t-1} = \frac{Cov(\tilde{R}_t, \tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1})}{\sqrt{Var(\tilde{R}_t / \Omega_{t-1}) Var(\tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1})}} \quad (15)$$

L'équation (14) peut être réécrite :

$$E(\tilde{R}_t - \tilde{R}_t / \Omega_{t-1}) = \mathbf{d}_{t-1} (1 - \mathbf{r}_{iW,t-1}) Var(\tilde{R}_t / \Omega_{t-1}) \quad (16)$$

Selon la relation (16), le gain de diversification internationale est une fonction décroissante du coefficient de corrélation conditionnelle entre le portefeuille domestique et le portefeuille de marché mondial. En particulier, la stratégie de diversification internationale ne rapporte rien si  $\mathbf{r}_{iW,t-1} = 1$ , c'est-à-dire quand le portefeuille domestique est parfaitement positivement corrélé avec le portefeuille de marché.

---

<sup>12</sup> Implicitement nous supposons que les marchés financiers étudiés sont intégrés durant la période couverte par notre échantillon. Bekaert et Harvey (1995) analysent comment le degré d'intégration des marchés internationaux de capitaux varie dans le temps.

#### IV- Spécification empirique

La relation (4) est très utilisée dans la littérature des marchés financiers pour tester le MEDAF. L'investisseur formule ses anticipations quant aux excès de rentabilités de différents actifs financiers en tant compte du vecteur informationnel dont il dispose à la date (t-1). Cette relation est valable pour tous les actifs financiers y compris le portefeuille de marché mondial. Donc, pour une économie à N actifs risqués, le système d'équations suivant doit être satisfait à chaque point du temps :

$$\begin{aligned}
 E(\tilde{R}_{i_t} / \Omega_{t-1}) - R_{f_t} &= \mathbf{d}_{i_t-1} Cov(\tilde{R}_{i_t}, \tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) \\
 &\vdots \\
 E(\tilde{R}_{N-1,t} / \Omega_{t-1}) - R_{f_t} &= \mathbf{d}_{N-1,t} Cov(\tilde{R}_{N-1,t}, \tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) \\
 E(\tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1}) - R_{f_t} &= \mathbf{d}_{W_t} Var(\tilde{R}_{W_t} / \Omega_{t-1})
 \end{aligned} \tag{17}$$

Le système (17) contient seulement les (N-1) actifs risqués plus le portefeuille de marché mondial afin d'éviter toute redondance. En fait, si on inclut les N actifs risqués dans le système, la dernière équation sera tout simplement une combinaison linéaire des N premières équations<sup>13</sup>.

Formellement, si on désigne par  $\tilde{R}_t$  le vecteur de taille  $(N \times 1)$  contenant les  $(N - 1)$  premiers actifs risqués et le portefeuille de marché. Le système suivant peut être utilisé pour tester le MEDAF conditionnel international :

$$\tilde{R}_t - R_{f_t} \mathbf{t} = \mathbf{d}_{t-1} h_{N_t} + \tilde{\mathbf{e}}_t \quad \tilde{\mathbf{e}}_t / \Omega_{t-1} \sim N(0, H_t) \tag{18}$$

où  $\mathbf{t}$  est un vecteur de dimension  $(N \times 1)$  et dont les éléments sont tous égaux à 1,  $H_t$  est la matrice de taille  $(N \times N)$  de variances-covariances conditionnelle des excès de rentabilités et  $h_t$  est la N<sup>ème</sup> colonne de  $H_t$  contenant la covariance conditionnelle de chaque actif avec le portefeuille de marché.

##### 1- Dynamique de la Variance et de la Covariance Conditionnelles

Le système (17) implique l'estimation simultanée de la variance conditionnelle du marché mondial et de la covariance de chacun des (N-1) autres portefeuilles avec le marché mondial. Etant donné le succès des spécifications GARCH dans la modélisation des comportements des séries boursières, nous utiliserons un processus GARCH(1,1) multivarié et ainsi autorisons à l'excès de rentabilités d'être une fonction linéaire de la covariance conditionnelle<sup>14</sup>. Cette spécification permet une modélisation à paramètres variables, ce qui est très souhaité dans notre cas puisque nous cherchons à quantifier l'impact de l'augmentation du niveau d'intégration des marchés financiers sur les gains escomptés des stratégies de diversification internationale de portefeuille. L'extension au cadre multivarié des

<sup>13</sup> Dans la pratique, on se contente d'un sous-ensemble P d'actifs financiers :  $P \ll (N-1)$ . Ce qui biaiserait les résultats empiriques.

<sup>14</sup> La plupart des études empiriques suggèrent qu'une spécification GARCH(1,1) soit suffisante pour rendre compte des propriétés des séries financières. Voir notamment Engle et Kroner (1995), De Santis et Gérard (1997,1998) et Nilsson (2002).

modèles GARCH(1,1) implique que les termes d'erreur ont une distribution conditionnelle gaussienne de moyenne nulle et de matrice de variances-covariances  $H_t$ .

Engle et Kroner (1995) proposent la spécification suivante (modèle BEKK<sup>15</sup>) :

$$H_t = C'C + A'e_{t-1}e_{t-1}'A + B'H_{t-1}B \quad (19)$$

où  $C$  est une matrice  $(N \times N)$  symétrique,  $A$  et  $B$  sont deux matrices  $(N \times N)$  de paramètres constants.

La spécification (19) est très appliquée dans les travaux empiriques. En particulier, elle garantit que la matrice des variances-covariances est définie et positive. Toutefois, le nombre de paramètres à estimer pour la matrice des variances-covariances est très élevé. Il est de l'ordre de  $\frac{N(N+1)}{2} + 2N^2$ , soit 164 paramètres à estimer pour 8 marchés. Cela dit, la plupart des études utilisant une spécification GARCH multivarié limitent le nombre d'actifs étudiés et/ou imposent des restrictions sur le processus générant  $H_t$ . Bollerslev (1990) et Ng (1991) supposent que les corrélations sont constantes. Cette spécification est très restrictive. En effet, Longin et Solnik (1995) et Stulz (1996) montrent que les corrélations entre les actifs financiers varient avec les conditions de marché, ce que le modèle avec corrélations constantes ne peut pas prendre en compte. Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988) imposent la condition de diagonalité des matrices  $A$  et  $B$ . Cela implique que les variances dans  $H_t$  ne dépendent que du carré des résidus passés et d'un terme autorégressif, alors que les covariances ne dépendent que du produit croisé des résidus passés et d'un terme autorégressif<sup>16</sup>. Cette spécification paraîtrait également très restrictive dans le sens où elle ne permet pas de prendre en compte la dépendance des volatilités conditionnelles entre les marchés mise en évidence notamment par Hamao, Masulis et Ng (1990) et Chan, Karolyi et Stulz (1992) sur des données avec des fréquences élevées. Dans la mesure où nous travaillons avec des données mensuelles, nous pensons que les transmissions de volatilité entre les marchés ne sont pas très importantes<sup>17</sup>.

Qui plus est, nous autorisons à la variance et à la covariance conditionnelles de réagir différemment aux chocs positifs et négatifs, *i.e.* signe des chocs, et de réagir aussi à la taille des chocs, *i.e.* chocs dont les valeurs absolues sont supérieures à un certain seuil. Cet «effet d'asymétrie» est discuté dans Engle et Ng (1993), Glosten, Jagannathan et Runkle (1993) et Kroner et Ng (1998). Ces auteurs trouvent que, dans la plupart du temps, l'effet d'un choc négatif sur la variance conditionnelle est plus important que celui d'un choc positif.<sup>18</sup>

Kroner et Ng (1998) ajoutent un nouveau terme à la spécification BEKK pour capter les réponses asymétriques des variances et covariances conditionnelles aux innovations des rentabilités :

<sup>15</sup> Brendt, Engle, Kraft et Kroner

<sup>16</sup> L'annexe I présente une illustration explicite des différentes spécifications dans le cas bivarié.

<sup>17</sup> De Santis et Gérard (1997) montrent que les corrélations des carrés des résidus sont très faibles pour des données mensuelles.

<sup>18</sup> Kroner et Ng (1998) utilisent une spécification GARCH bivarié pour détecter l'effet d'asymétrie au niveau de la variance et de la covariance conditionnelles.

$$H_t = C'C + A'e_{t-1}e'_{t-1}A + B'H_{t-1}B + S'x_{t-1}x'_{t-1}S + T'h_{t-1}h'_{t-1}T \quad (20)$$

où  $S$  et  $T$  sont deux matrices de taille  $(N \times N)$  et ;

$$x_{it} = e_{it}I_{x_{it}} \text{ où } I_{x_{it}} = 1 \text{ si } e_{it} < 0 \text{ et } 0 \text{ sinon} \quad (21)$$

$$h_{it} = e_{it}I_{h_{it}} \text{ où } I_{h_{it}} = 1 \text{ si } |e_{it}| > \sqrt{h_{iit}} \text{ et } 0 \text{ sinon} \quad (22)$$

Pour les raisons déjà évoquées, nous imposons la condition de diagonalité aux matrices  $S$  et  $T$ . Kroner et Ng (1998) adoptent une spécification similaire avec  $A$ ,  $B$  et  $S$  diagonales et  $T=0$ .

## 2- Dynamique de la Moyenne Conditionnelle

A l'instar des études antérieures, nous utilisons, en premier lieu, une version internationale conditionnelle du CAPM avec prix de risque constant, *i.e.*  $d_{t-1} = d \quad \forall t$ <sup>19</sup>:

$$\tilde{R}_t - R_{ft} \mathbf{t} = \mathbf{d} h_{Nt} + \tilde{\mathbf{e}}_t \quad \tilde{\mathbf{e}}_t / \Omega_{t-1} \sim N(0, H_t) \quad (23)$$

où  $\mathbf{d}$  est le prix de risque constant<sup>20</sup> commun à tous les marchés<sup>21</sup>.

Cependant, nous pensons que cette hypothèse est très restrictive. Le MEDAFI conditionnel est un modèle d'équilibre partiel, et donc, ne permet pas d'identifier tous les déterminants de la dynamique du prix de risque. Ainsi, une spécification MEDAFI conditionnel avec prix de risque constant reste passible à de nombreuses critiques faute d'absence de fondements théoriques<sup>22</sup>. D'ailleurs, le MEDAFI avec prix de risque constant est souvent rejeté quand il est confronté aux données de l'observation<sup>23</sup>.

Cela dit, nous autoriserons, dans un second temps, au prix de risque de covariance de varier suivant les dates. Cette approche, plus réaliste, permet de mieux rendre compte des propriétés des séries financières et économiques. Cependant, le MEDAF international conditionnel avec prix de risque variables dans le temps présentent un inconvénient majeur : le prix du risque de marché peut prendre de valeurs négatives. En fait, la valeur estimée du prix de risque de covariance peut être une estimation biaisée du vrai prix de risque. Alors, il n'est pas surprenant d'obtenir des prix de risque estimés négatifs. Un prix de risque estimé négatif correspond à un excès de rentabilité de portefeuille de marché mondial anticipé négatif, *i.e.* la rentabilité anticipée de l'indice de marché est inférieure au taux sans risque<sup>24</sup>.

<sup>19</sup> Cette même hypothèse est faite par Ng (1991), Chan, Karolyi et Stulz (1992) et De Santis et Gérard (1997,1998).

<sup>20</sup> Le prix de risque étant défini ainsi:  $\mathbf{d}_{t-1} \equiv \frac{E(\tilde{R}_{Wt} / \Omega_{t-1}) - R_{ft}}{Var(\tilde{R}_{Wt} / \Omega_{t-1})}$ . Donc, supposer que le prix de risque est

constant revient à supposer que la pente de la droite de marché de capitaux est constante et ne contredit pas le fait que les déterminants de cette pente peuvent varier suivant les dates, voir De Santis et Gérard (1997).

<sup>21</sup> Les marchés de capitaux étudiés sont supposés financièrement approximativement intégrés.

<sup>22</sup> Voir, entre autre, Harvey (1991).

<sup>23</sup> Ce rejet est expliqué en partie par le fait que les applications empiriques utilisent des primes de risque *ex post* à la place des primes *ex ante*. Cependant, sous l'hypothèse d'anticipations rationnelles, les primes *ex post* traduisent des primes *ex ante*. La version conditionnelle à paramètres variables du MEDAF rend compte de ces difficultés.

<sup>24</sup> Voir équation (4).

Autrement dit, un prix de risque de marché négatif implique que l'indice de marché est conditionnellement inefficace. Cette évidence remet en cause l'utilisation empirique du MEDAF. En effet, de par sa formulation, le MEDAF, même conditionnel, est incapable d'autoriser des valeurs négatives, même occasionnelles, du prix de risque de covariance pour un actif corrélé positivement avec le portefeuille de marché<sup>25</sup>. Du point de vue technique, des valeurs estimées de prix de risque occasionnellement négatives reflètent tout simplement le fait que le modèle s'adapte aux excès de rentabilités réalisés négatifs<sup>26</sup>. Nombreux auteurs imposent pendant les estimations une restriction supplémentaire :  $\mathbf{d}_{t-1} > 0$ <sup>27</sup>. Pour les raisons déjà évoquées, nous pensons que cette hypothèse ne fait que compliquer le problème plutôt que le résoudre<sup>28</sup>. Cela dit, les résultats de l'estimation de notre modèle doivent être interprétés en moyenne et pas période par période<sup>29</sup>.

Nous modélisons le prix de risque de covariance en fonction d'une série de variables économiques. Cette idée a été déjà utilisée par nombreux auteurs dont notamment Carrieri (2001), De Santis et Gérard (1997,1998)<sup>30</sup>. Nous nous inspirons des travaux antérieurs pour identifier la liste d'instruments économiques que nous utiliserons comme variables d'information. Le vecteur informationnel utilisé est noté  $\mathbf{Z}$  et est inclus dans le vrai vecteur informationnel inobservable  $\Omega$ <sup>31</sup>.

En définitive, le vecteur informationnel  $\mathbf{Z}$  sera constitué de<sup>32</sup> :

- la moyenne mobile d'ordre 3 de l'indice MSCI<sup>33</sup>, MMSCI,
- une prime de terme mesurée par la différence entre un taux d'intérêt court (un certificat de trésorerie américain à 3 mois) et un taux long (un bon de trésor américain à 10 ans), PDT,
- une prime de défaut mesurée par l'écart entre le rendement des obligations notées Baa et celles notées Aaa par l'agence Moody's, PDD,
- l'inflation calculée à partir de l'indice des prix à la consommation américain, INF,
- Croissance de la production industrielle américaine, PIN<sup>34</sup>.

<sup>25</sup> Nombreux auteurs parlent d'omission d'autres facteurs pertinents de risque dans la relation du MEDAF. Ces facteurs peuvent par exemple être un coefficient d'asymétrie (skewness) conditionnel comme l'ont proposé Harvey et Siddique (2001), un facteur de risque de change comme l'ont proposé Carrieri (2001) et De Santis et Gérard (1998) ou un facteur spécifique au pays étudié dans Nilsson (2002).

<sup>26</sup> Cela peut à son tour s'expliquer par l'utilisation des rentabilités observées au lieu des rentabilités anticipées.

<sup>27</sup> Harvey (1991) et De Santis et Gérard (1997,1998) proposent une écriture exponentielle du prix de risque :

$\mathbf{d}_{t-1} = \exp(\mathbf{k}'\mathbf{Z}_{t-1})$ , où  $\mathbf{Z}_{t-1}$  est l'ensemble des variables informationnelles disponibles à la date (t-1) et  $\mathbf{k}$  est la pondération associée à chaque variable.

<sup>28</sup> De Santis et Gérard (1997) attribuent certains cas de rejet du modèle à cette contrainte de positivité du prix de risque.

<sup>29</sup> Cette suggestion est compatible avec l'hypothèse d'anticipations rationnelles selon laquelle, compte tenu de l'information pertinente disponible, les anticipations sont correctes en moyenne et pas nécessairement période par période.

<sup>30</sup> Voir aussi Ferson et Harvey (1993), Dumas et Solnik (1995) et Bekaert et Harvey (1995).

<sup>31</sup> Puisque  $\mathbf{Z}_{t-1} \subset \Omega_{t-1}$  (le vrai ensemble informationnel), l'anticipation de la vraie covariance conditionnelle n'est pas la covariance conditionnelle à  $\mathbf{Z}_{t-1}$ . Conditionnellement à l'information spécifiée, on a :

$E(Cov(\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{wt} / \Omega_{t-1}) / \mathbf{Z}_{t-1}) = Cov(\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{wt} / \mathbf{Z}_{t-1}) - Cov(E(\tilde{R}_{it} / \Omega_{t-1}), E(\tilde{R}_{wt} / \Omega_{t-1}) / \mathbf{Z}_{t-1})$ . Un résultat similaire est obtenu pour la variance conditionnelle. Par conséquent, la spécification de la moyenne doit être vue comme une approximation. Le modèle conditionnel à  $\Omega$  est instable car  $\Omega$  est inobservable.

<sup>32</sup> Ces données sont extraites de la base de données *Datastream International*.

<sup>33</sup> Mogan Stantey Capital International

A coté de ces variables instrumentales, qui permettent de capturer les fluctuations dans les anticipations du cycle des activités économiques mondiales, nous considérons aussi les deux variables indicatrices suivantes :

- une variable muette qui vaut 1 en octobre 1987 et 0 à toutes les autres dates. Cette variable est censée capter l'effet du Krach d'octobre 1987, OCT,
- une variable muette qui prend 1 en janvier et 0 ailleurs, JAN<sup>35</sup>.

Ainsi, l'expression du prix de risque de covariance conditionnel à  $Z$  est donnée par la relation (23) :

$$\mathbf{d}_{t-1} = \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_1 MMSCI_{t-1} + \mathbf{d}_2 PDT_{t-1} + \mathbf{d}_3 PDD_{t-1} + \mathbf{d}_4 INF_{t-1} + \mathbf{d}_5 PIN_{t-1} + \mathbf{d}_6 OCT + \mathbf{d}_7 JAN$$

### 3- La fonction de vraisemblance

Le système formé des équations (18), (20), (21), (22) et (24) constitue notre modèle de base. Sous l'hypothèse d'une distribution conditionnelle multivariée normale, la fonction de vraisemblance peut être écrite comme suit :

$$\ln L(\mathbf{q}) = -\frac{TN}{2} \ln(2\mathbf{P}) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln[\det(\mathbf{H}_t(\mathbf{q}))] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \mathbf{e}'_t(\mathbf{q}) \mathbf{H}_t^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{e}_t(\mathbf{q}) \quad (25)$$

où  $\mathbf{q}$  est le vecteur de paramètres inconnus et  $T$  est le nombre d'observations.

Dans la mesure où l'hypothèse de normalité est souvent rejetée dans le cas des séries boursières, l'estimation est réalisée suivant la méthode du quasi-maximum de vraisemblance (QMV) de Bollerslev et Wooldridge (1992)<sup>36</sup>. Sous certaines conditions de régularité, l'estimateur du quasi-maximum de vraisemblance  $\hat{\mathbf{q}}_{QMV}$  est valide et asymptotiquement normal :

$$\sqrt{T}(\hat{\mathbf{q}}_{QMV} - \mathbf{q}_0) \xrightarrow{A} N(0, P_0^{-1} Q_0 P_0^{-1}) \quad (26)$$

où  $\mathbf{q}_0$  est le vrai vecteur de paramètres<sup>37</sup>.

<sup>34</sup> Fama (1965) montre l'existence des autocorrélations positives des séries de rentabilités. Fama et French (1989) et Mpacko-Priso (2001) montrent que la prime de terme et la prime de défaut contribuent à l'explication de la formation de la prime de risque. Chen, Roll et Ross (1986), Fama (1990) et Prat (1982,2001,2003) mettent en évidence des relations robustes entre les variations d'inflation et de production industrielle d'une part et de prime de risque des actions ou des indices de marchés d'autre part.

<sup>35</sup> Plusieurs études empiriques ont montré que la rentabilité moyenne de janvier est la plus forte de l'année. Cet effet de janvier peut s'expliquer par le caractère cyclique de la diffusion de certaines informations économiques et des prises de décision par les autorités relativement concentrées en début d'année et par la livraison de certains éléments d'information sur les états financiers des entreprises. Les ventes fiscales en fin d'années des titres ayant connu des performances médiocres afin d'enregistrer les moins-values expliquent à leur tour une partie de la surperformance de janvier.

<sup>36</sup> Voir notamment Gouriéroux (1997) pages 117-120.

<sup>37</sup> Voir Bollerslev et Wooldridge (1992) pages 43-52 pour une discussion détaillée du cas du modèle GARCH multivarié.

En premier lieu, l'algorithme de simplex sera utilisé pour initialiser le processus. Ensuite, pour estimer le vecteur  $q$  de paramètres nous utiliserons l'algorithme (BHHH) développé par Berndt, Hall, Hall et Hausman (1974).

## V- Données

Cette étude porte sur 7 marchés nationaux et un indice du marché mondial : 4 marchés développés : France, Grande Bretagne, Japon et les Etats Unis et 3 marchés émergents : Singapour, Hong Kong et l'Afrique du Sud<sup>38</sup>. Les données sont mensuelles et ont été extraites de *Datastream International* et couvrent la période allant de mars-1973 à mars-2003<sup>39</sup>. Nous effectuons notre analyse du point de vue d'un investisseur américain qui effectue l'essentiel de ses dépenses sur le marché intérieur. Ainsi, les rentabilités sont toutes exprimées en dollar américain en excès du rendement d'un certificat de trésorerie à 30 jours. Cette approche suppose que les investisseurs ne se couvrent pas contre le risque de change ou, de la même façon, que le prix de change est supposé nul<sup>40</sup>. Il y a deux raisons principales pour choisir *Datastream International*. Premièrement, les indices nationaux construits par *Datastream* incluent et les firmes à fortes capitalisations boursières et les firmes à faibles capitalisations, ce qui offre une meilleure représentation des marchés. Deuxièmement, les indices nationaux *datastream* sont plus homogènes ce qui faciliterait la comparaison entre marchés. L'indice mondial est représenté par l'indice calculé par MSCI. Il s'agit d'une moyenne pondérée des indices des différents marchés nationaux.

Le tableau 1 résume les statistiques descriptives des rentabilités mensuelles libellées en dollar américain :

**Tableau 1 :**  
**Statistiques descriptives des excès de rentabilités exprimées en dollar américain**

	France	G. B.	E. U.	Japon	Singapour	H. Kong	Af. Sud	Monde
<b>Moyenne</b>	7.40	5.96	6.73	6.24	6.84	3.45	5.73	5.82
<b>(% par année)</b>								
<b>Ecart-type</b>	23.85	23.10	15.66	23.05	37.82	30.75	29.65	15.05
<b>(% par année)</b>								
<b>Skewness</b>	-0.551*	0.506*	-0.579*	0.119	-0.558*	-0.094*	-0.723*	-0.459*
<b>Kurtosis<sup>(1)</sup></b>	1.888*	5.681*	2.843*	0.827*	6.046*	3.975*	2.042*	1.434*
<b>Min en %</b>	-30.28	-24.51	-24.10	-25.90	-61.89	-42.42	-41.62	-18.78
<b>(date)</b>	(Mai 81)	(Oct 87)	(Oct 87)	(Mar 90)	(Oct 87)	(Oct 87)	(Aoû 98)	(Oct 87)
<b>Max en %</b>	23.17	44.12	15.81	22.33	58.82	45.46	27.83	13.66
<b>(date)</b>	(Jan 75)	(Jan 75)	(Oct 74)	(Oct 90)	(Mar 73)	(Jan 75)	(Oct 98)	(Jan 75)
<b>J.B.</b>	71.91*	501.49*	141.81*	11.17*	568.74*	237.90	93.97*	43.45*
<b>Q(12)</b>	13.33	8.47	14.59	17.66	15.94	33.77	6.65	16.97

\* significatif au seuil de 1%,

\*\* significatif au seuil de 5%,

\*\*\* significatif au seuil de 10%,

(1) centré sur 3

Q(12) : test de Ljung-Box pour d'ordre 12

J.B. test de normalité de Jarque-Bera

<sup>38</sup> Ces marchés représentent plus de 70% de la capitalisation mondiale.

<sup>39</sup> Le choix de travailler sur des données mensuelles a été dicté par le souci de cohérence avec les autres études d'une part et par la disponibilité des données économiques d'autre part. Par ailleurs, cette périodicité permet, comme le suggère Harvey (1995) d'éviter certains biais statistiques potentiels. En outre, l'utilisation des données mensuelles permet de réduire les biais liés aux transactions non synchronisées et aux discontinuités dans les sessions de transactions qui surviennent sur certains marchés émergents.

<sup>40</sup>. Solnik (1974), Sercu (1980), Stulz (1981,1995) et Adler et Dumas (1983) développent des modèles dans un cas plus général avec couverture optimale.

Les coefficients d'asymétrie, généralement significativement négatifs, indiquent que la distribution des séries est étalée vers la gauche, ce qui illustre bien le fait qu'un choc négatif a plus d'impact qu'un choc positif. On signale également le caractère leptokurtique des séries de rentabilités étudiées. En effet, la kurtosis centrée est positive ( $K > 3$ ) pour toutes les séries. L'excès de Kurtosis témoigne d'une forte probabilité des points extrêmes, donc une distribution à queues épaisses. L'hypothèse de normalité est rejetée pour tous les marchés nationaux et pour l'indice MSCI. Le modèle GARCH multivarié asymétrique présenté dans la section précédente rend compte de ces propriétés.

La France a la rentabilité mensuelle moyenne la plus élevée et Hong Kong la rentabilité la plus faible. Le marché le moins volatil est celui des Etats-Unis. Cela s'explique en partie par le fait que les rentabilités sont toutes converties en dollar américain et donc la variance inconditionnelle n'inclut pas pour le cas américain le risque de change. Les marchés les plus volatils sont, sans surprises, ceux des marchés émergents introduits dans notre échantillon : Singapour, Hong Kong et l'Afrique du Sud.

Sans surprises, le "mauvais mois" est octobre 1987 pour 5 séries des 8 séries étudiées. Le "meilleur mois" est janvier 1975 pour 4 des séries de rentabilités étudiées. Nous introduisons dans le modèle deux variables indicatrices, une pour capter l'effet du Krach d'octobre 1987 et l'autre pour tenir compte d'effet janvier.

Le test de Ljung-Box d'ordre 12 montre l'absence d'autocorrélation sérielle pour tous les indices boursiers. Cela dit, l'introduction d'une correction AR dans l'équation de la moyenne est inutile.

Le tableau 2 présente les corrélations inconditionnelles des rentabilités en excès du rendement d'un certificat de trésorerie à 30 jours exprimées en dollar américain des différents marchés étudiés et l'indice MSCI monde.

**Tableau 2 :**  
***Corrélations simples des excès de rentabilités exprimées en dollar américain***

	France	G. B.	E. U.	Japon	Singapour	H. Kong	Af. Sud	Monde
France	1.00	0.56	0.51	0.40	0.33	0.31	0.42	0.67
G. B.		1.00	0.56	0.37	0.52	0.41	0.32	0.71
E. U.			1.00	0.30	0.54	0.41	0.34	0.83
Japon				1.00	0.33	0.29	0.31	0.66
Singapour					1.00	0.60	0.28	0.59
H. Kong						1.00	0.27	0.49
Af. Sud							1.00	0.46
Monde								1.00

La lecture du tableau 2 montre que les marchés développés sont fortement corrélés entre eux et avec l'indice MSCI monde. La corrélation la plus forte, 83%, est entre les Etats-Unis et l'indice MSCI monde. Les marchés émergents sont relativement faiblement corrélés entre eux et avec les marchés développés. L'Afrique du Sud présente une corrélation de 27% avec le Hong Kong contre une corrélation de 28% avec le marché Singapourien.

En définitive, ces corrélations inconditionnelles montrent que les stratégies de diversification internationale de portefeuille présentent un intérêt certain en termes de maximisation du rapport rendement risque.

Le tableau 3 présente les autocorrélations des carrés des excès de rentabilités.

**Tableau 3 :**  
**Autocorrélations simples des carrés des excès de rentabilités**

	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_{12}$	Q(12)	Proba.
<b>France</b>	0.05	0.03	0.02	0.10	-0.01	-0.01	-0.05	16.11	0.18
<b>G. B.</b>	0.18*	0.17	0.09	0.07***	0.20	0.2	0.01	50.09**	0.01
<b>E. U.</b>	0.14	0.10	0.10	0.05	0.00	0.03	0.02	25.15	0.13
<b>Japon</b>	0.13*	0.07**	-0.01	-0.01	0.12	0.09	-0.01	32.67**	0.06
<b>Singapour</b>	0.17*	0.06	0.12**	0.10	0.08	0.13	0.14	47.80**	0.02
<b>H. Kong</b>	0.13*	0.18*	0.09	0.07	0.02**	0.06	0.09	31.14**	0.08
<b>Af. Sud</b>	0.22	0.27	0.06	0.03	0.06	-0.01	0.03	32.55**	0.02
<b>Monde</b>	0.05	-0.04	0.04	-0.02	0.08	-0.03	0.08	16.97	0.15

\* significatif au seuil de 1%,

\*\* significatif au seuil de 5%,

\*\*\* significatif au seuil de 10%,

Q(12) : test de Ljung-Box pour d'ordre 12

Le tableau 3 montre que, pour la plupart des séries étudiées, seul le premier retard est significatif, ce qui pourrait aller en faveur d'une modélisation GARCH d'ordre 1.

Le tableau 4 résume les propriétés statistiques des variables économiques contenues dans le vecteur informationnel Z.

**Tableau 4 :**  
**Statistiques descriptives et corrélations des variables économiques**

**A- Statistiques descriptives**

	MMSCI	PDT	PDD	INF	PIN
<b>Moyenne</b> (% par année)	5.88	0.81	1.16	0.40	0.18
<b>Ecart-type</b> (% par année)	8.83	0.51	0.86	0.32	0.23
<b>Skewness</b>	-0.43*	-1.00*	-0.86 *	0.92*	-0.07*
<b>Kurtosis<sup>(1)</sup></b>	0.92*	0.96*	0.56*	1.24*	8.14
<b>Min en %</b>	-8.95	-0.48	-1.02	-0.54	-14.18
<b>Max en %</b>	7.40	0.31	2.31	1.81	15.52
<b>J.B.</b>	24.25*	74.31*	62.21*	74.75*	998.93
<b>Q(12)</b>	259.92	2095.94	5602.23	1361.75	303.26

**B- Corrélations**

	MMSCI	PDT	PDD	INF	PIN
<b>MMSCI</b>	1.00	0.19	0.16	-0.19	-0.09
<b>PDT</b>		1.00	-0.01	-0.56	0.07
<b>PDD</b>			1.00	0.14	-0.07
<b>INF</b>				1.00	0.03
<b>PIN</b>					1.00

\* significatif au seuil de 1%,

\*\* significatif au seuil de 5%,

\*\*\* significatif au seuil de 10%,) centré sur 3

Q(12) : test de Ljung-Box pour d'ordre 12

J.B. test de normalité de Jarque-Bera

Les corrélations entre les variables macroéconomiques choisies sont relativement faibles. Ainsi, le vecteur informationnel Z semble ne pas contenir des informations redondantes.

## VI- Evidences Empiriques

### 1- MEDAF Conditionnel

Le MEDAF conditionnel international postule que l'excès de rentabilités anticipé d'un actif financier est linéairement lié à la covariance conditionnelle entre cet actif et le portefeuille de marché. Comme discuté dans la section IV, notre modèle de référence est constitué du système (27) :

$$\begin{aligned} \tilde{R}_t - R_{ft} \mathbf{t} &= \mathbf{d}_{t-1} h_{Nt} + \tilde{\mathbf{e}}_t & \tilde{\mathbf{e}}_t / \Omega_{t-1} &\sim N(0, H_t) ; \\ \mathbf{d}_{t-1} &= \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_1 MMSCI_{t-1} + \mathbf{d}_2 PDT_{t-1} + \mathbf{d}_3 PDD_{t-1} + \mathbf{d}_4 INF_{t-1} + \mathbf{d}_5 PIN_{t-1} + \mathbf{d}_6 OCT + \mathbf{d}_7 JAN ; \\ H_t &= C'C + A'e_{t-1}e'_{t-1}A + B'H_{t-1}B + S'\mathbf{x}_{t-1}\mathbf{x}'_{t-1}S + T'h_{t-1}h'_{t-1}T ; \\ \mathbf{x}_{it} &= \mathbf{e}_{it} I_{x_{it}} \text{ où } I_{x_{it}} = 1 \text{ si } \mathbf{e}_{it} < 0 \text{ et } 0 \text{ sinon ;} \\ \mathbf{h}_{it} &= \mathbf{e}_{it} I_{h_{it}} \text{ où } I_{h_{it}} = 1 \text{ si } |\mathbf{e}_{it}| > \sqrt{h_{it}} \text{ et } 0 \text{ sinon.} \end{aligned} \quad (27)$$

Si les marchés étudiés sont intégrés *i.e.* le MEDAFI est valide, alors le prix de risque de covariance est positif et commun à tous les marchés :  $\mathbf{d}_{i,t-1} = \mathbf{d}_{t-1} > 0 \quad \forall i$ .

Nous étudions deux alternatives du modèle : modèle à prix de risque de covariance constant et modèle à prix de risque variable dans le temps.

#### a- Prix de Risque Constant

Dans ce paragraphe, nous supposons que le prix de risque de marché mondial est constant et commun à tous les portefeuilles nationaux et au portefeuille du marché mondial :  $\mathbf{d}_i = \mathbf{d} > 0 \quad \forall i$ . Cette hypothèse implique que bien que ses déterminants puissent varier suivant les dates, la pente de la droite de marché de capitaux reste constante. Cette restriction a été imposée dans nombreuses études consacrées au MEDAF international dont notamment Giovannini et Jorion (1989), Karolyi et Stulez (1992) et De Santis et Gérard (1997,1998).

Le tableau 5 résume les résultats de l'estimation du système (27) avec prix de risque constant par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance (QMV).

Le prix de risque de covariance moyen est égal à 0.253 et significatif à 1%. Ce qui est plausible en valeur et en signe.

Le panel A du tableau 5 montre aussi la structure des seconds moments conditionnels. La plupart des coefficients a et b du processus GARCH sont positifs et significatifs à 1%. De plus, les paramètres estimés satisfont les conditions de stationnarité<sup>41</sup>. Les valeurs estimées du vecteur B (qui relie les seconds moments à leurs valeurs passées) sont largement supérieures à ceux du vecteur A (qui relie les seconds moments aux innovations passées), ce qui témoigne d'une forte persistance. Ces résultats sont en accord avec les études antérieures utilisant des spécifications GARCH.

<sup>41</sup> Selon le théorème 1 de Bollerslev (1986), le processus est stationnaire si  $a_i a_j + b_i b_j < 1 \quad \forall i, j$ .

**Tableau 5 :**  
**Estimation avec la méthode du quasi-maximum de vraisemblance du MEDAFI avec prix de risque de covariance constant.**

$$\begin{aligned} \tilde{R}_t - R_{ft} \mathbf{t} &= \mathbf{d} h_{N_t} + \tilde{\mathbf{e}}_t & \tilde{\mathbf{e}}_t / \Omega_{t-1} &\sim N(0, H_t) ; \\ H_t &= C'C + A'e_{t-1}e_{t-1}'A + B'H_{t-1}B + S'\mathbf{x}_{t-1}\mathbf{x}_{t-1}'S + T'h_{t-1}h_{t-1}'T ; \\ \mathbf{x}_{it} &= \mathbf{e}_{it} I_{x_{it}} \text{ où } I_{x_{it}} = 1 \text{ si } \mathbf{e}_{it} < 0 \text{ et } 0 \text{ sinon ;} \\ \mathbf{h}_{it} &= \mathbf{e}_{it} I_{h_{it}} \text{ où } I_{h_{it}} = 1 \text{ si } |\mathbf{e}_{it}| > \sqrt{h_{it}} \text{ et } 0 \text{ sinon .} \end{aligned}$$

**Panel A : Estimation des paramètres**

<i>Prix de risque de covariance</i>								
<b>d</b> (×100)	0.253* (2.597)							
<i>Processus GARCH</i>								
	E. U.	France	Af. Sud	Japon	H. Kong	Singapour	G. B.	Monde
	C.1	C.2	C.3	C.4	C.5	C.6	C.7	C.8
C1.	0.165* (3.939)							
C2.	0.155* (5.259)	0.128* (2.729)						
C3.	0.142* (4.771)	0.212* (4.545)	0.409* (3.168)					
C4.	0.155* (6.558)	0.258* (5.008)	0.263* (5.012)	0.612* (4.979)				
C5.	0.219* (6.980)	0.196* (5.472)	0.279* (5.135)	0.269* (6.628)	0.520* (5.093)			
C6.	0.205* (6.746)	0.156* (5.858)	0.237* (5.113)	0.280* (5.714)	0.453* (7.705)	0.247* (3.715)		
C7.	0.128* (4.319)	0.097* (3.593)	0.132* (3.551)	0.236* (5.128)	0.207* (5.881)	0.138* (4.921)	0.014** (2.382)	
C8.	0.276* (9.028)	0.407* (12.690)	0.290* (6.855)	0.274* (6.171)	0.367* (9.949)	0.391* (10.942)	0.418* (12.854)	0.442* (15.465)
A	0.149* (3.201)	0.033 (0.559)	-0.151 (-1.634)	-0.046 (-0.822)	0.344* (4.064)	0.390* (3.965)	0.092* (3.172)	0.019 (1.387)
B	0.350* (2.326)	0.729* (8.188)	0.439* (2.997)	-0.021 (-0.120)	0.370* (4.266)	0.540* (6.307)	0.934* (58.219)	0.696* (5.419)
S	0.090*** (1.845)	0.074 (1.222)	0.406* (3.390)	0.153** (2.122)	-0.009 (-0.098)	0.140*** (1.646)	0.058** (1.893)	-0.014 (-1.177)
T	-0.149* (-3.965)	-0.004 (-0.068)	0.290* (2.613)	0.013 (0.226)	-0.214* (-2.981)	-0.191* (-2.233)	-0.076* (-2.828)	-0.010 (0.835)

**Panel B : Diagnostic des résidus**

	E. U.	France	Af. Sud	Japon	H. Kong	Singapour	G. B.	Monde
<b>Skewness</b>	-0.201	-0.573*	-0.042	0.148	-0.732*	0.165	0.655*	-0.272**
<b>Kurtosis<sup>(1)</sup></b>	0.941*	2.022*	3.190*	0.846*	2.695*	3.149*	5.709*	0.759*
<b>J.B.</b>	15.725*	81.078*	151.986*	12.075*	141.047*	150.423*	514.793*	13.122*
<b>r<sub>1</sub></b>	0.024	0.030	0.067	0.088***	0.087***	0.078	-0.002	0.032
<b>r<sub>2</sub></b>	0.002	-0.031	0.053	0.010	0.039	-0.004	-0.037	-0.013
<b>r<sub>3</sub></b>	0.033	0.111	-0.085	0.067	-0.062	-0.032	0.001	0.056
<b>r<sub>4</sub></b>	-0.001	0.038	0.098	0.046	-0.064	0.086	-0.029	-0.004
<b>r<sub>5</sub></b>	0.070	0.0420	-0.052	0.042	-0.020	-0.011	-0.014	0.091
<b>r<sub>6</sub></b>	-0.037	0.0292	-0.080	0.014	-0.035**	-0.025	0.055	-0.013
<b>Q(12)</b>	14.638	13.450	32.645*	24.127**	22.101**	20.019**	5.563	19.876**

\* significatif au seuil de 1%,

\*\* significatif au seuil de 5%,

\*\*\* significatif au seuil de 10%,

(1) centré sur 3

Q(12) : test de Ljung-Box d'ordre 12

J.B. test de normalité de Jarque-Bera

Un des avantages de notre approche est de permettre aux seconds moments conditionnels de réagir différemment aux chocs selon leurs signes et leurs amplitudes. Ce phénomène a été largement étudié dans le cas du processus GARCH univarié. Par exemple, Engle et NG (1993) trouvent qu'un choc négatif a plus d'effet sur la volatilité qu'un choc positif. Les coefficients significatifs du vecteur S impliquent que la variance conditionnelle est plus importante dans le cas d'un choc négatif pour les Etats-Unis, l'Afrique du Sud, le Japon, Singapour et la Grande-Bretagne. Les coefficients s significatifs sont tous positifs, ce qui implique que les covariances conditionnelles entre ces pays augmentent à la suite d'un choc commun négatif. De même, les coefficients significatifs du vecteur T signifient que la variance conditionnelle est plus élevée dans le cas d'un choc de forte amplitude pour la France, l'Afrique du Sud, Hong Kong, Singapour et la Grande-Bretagne. Les coefficients significatifs sont négatifs pour tous les pays exception faite de l'Afrique du Sud. Ce résultat montre que les covariances conditionnelles entre ces pays augmentent après un choc commun négatif ou positif de forte amplitude.

Le panel B du tableau 5 présente quelques tests sur les résidus afin d'évaluer la performance du modèle estimé. A l'exception des Etats-Unis, du Japon et de Singapour, le coefficient d'asymétrie Skewness est significatif pour tous les marchés. La Kurtosis centrée sur 3 est positive et significative pour tous les pays. L'hypothèse de normalité est rejetée pour l'ensemble des marchés. Ce résultat justifie notre choix de la technique du quasi-maximum de vraisemblance (QMV).

Après avoir construit les résidus estimés standardisés ( $\mathbf{e}_t h_t^{-1/2}$ ), nous avons mené le test Q de Ljung-Box pour chaque série de résidus. L'hypothèse d'absence d'autocorrélation d'ordre 12 est rejetée pour tous les marchés à l'exception des Etats-Unis, de la France et de la Grande-Bretagne. Le coefficient de détermination ajusté moyen est seulement de 0.3%. Ces résultats vont à l'encontre du modèle estimé et peuvent, au moins partiellement, être expliqués par l'hypothèse supplémentaire de constance du prix de risque de covariance. Si les excès de rentabilité sont plus variables que leurs covariances conditionnelles avec le portefeuille de marché, un modèle à prix de risque constant s'avérerait incapable d'expliquer la dynamique de la prime de risque. Dans la sous-section qui suit, nous autoriserons au prix de risque de covariance de varier suivant les dates.

### **b- Prix de Risque Variable dans le Temps**

Dans une version conditionnelle du modèle d'équilibre des actifs financiers, le prix de risque de covariance peut être autorisé de varier au cours du temps en fonction d'un ensemble de variables informationnelles. Cependant, Le MEDAF conditionnel est un modèle d'équilibre partiel. Il ne permet pas d'identifier tous les déterminants de la dynamique du prix de risque. Seule l'analyse empirique peut permettre d'identifier ces facteurs. Ainsi, toute paramétrisation de la dynamique du prix de risque peut être critiquée pour son caractère ad hoc. Pour de raisons de simplicité, la plupart des études empiriques supposent que le prix de risque dépend linéairement d'un petit nombre de facteurs. Dans cette étude, nous utilisons les variables d'information décrites dans la section 4.

Le tableau 5 reporte les résultats de l'estimation du MEDAF conditionnel international avec prix de risque variable suivant les dates par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance (QMV). La structure des seconds moments conditionnels a changé légèrement lorsque le prix de risque varie. Les conditions de stationnarité sont vérifiées. Les coefficients des vecteurs a et b sont significatifs et positifs. Comme dans le cas

**Tableau 6 :**  
**estimation avec la méthode du quasi-maximum de vraisemblance du MEDAFI avec prix de risque de covariance variable..**

$$\tilde{R}_t - R_{ft} \mathbf{t} = \mathbf{d}_{t-1} h_{Nt} + \tilde{\mathbf{e}}_t \quad \tilde{\mathbf{e}}_t / \Omega_{t-1} \sim N(0, H_t) ;$$

$$\mathbf{d}_{t-1} = \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_1 MMSCI_{t-1} + \mathbf{d}_2 PDT_{t-1} + \mathbf{d}_3 PDD_{t-1} + \mathbf{d}_4 INF_{t-1} + \mathbf{d}_5 PIN_{t-1} + \mathbf{d}_6 OCT + \mathbf{d}_7 JAN$$

$$H_t = C'C + A'e_{t-1}e_{t-1}'A + B'H_{t-1}B + S'x_{t-1}x_{t-1}'S + T'h_{t-1}h_{t-1}'T ;$$

$$x_{it} = e_{it} I_{x_{it}} \text{ où } I_{x_{it}} = 1 \text{ si } e_{it} < 0 \text{ et } 0 \text{ sinon ;}$$

$$h_{it} = e_{it} I_{h_{it}} \text{ où } I_{h_{it}} = 1 \text{ si } |e_{it}| > \sqrt{h_{it}} \text{ et } 0 \text{ sinon .}$$

**Panel A : Estimation des paramètres**

Prix de risque de covariance								
$\mathbf{d}_0$	$\mathbf{d}_1$	$\mathbf{d}_2$	$\mathbf{d}_3$	$\mathbf{d}_4$	$\mathbf{d}_5$	$\mathbf{d}_6$	$\mathbf{d}_7$	
0.1287 (0.462)	0.877* (4.353)	1.175* (2.479)	0.062 (0.196)	5.580 (1.205)	-4.303 (-0.214)	-1.653* (-3.405)	0.397* (3.003)	
Processus GARCH								
	E. U.	France	Af. Sud	Japon	H. Kong	Singapour	G. B.	Monde
	C.1	C.2	C.3	C.4	C.5	C.6	C.7	C.8
C1.	0.096* (2.830)							
C2.	0.087* (3.866)	0.054** (2.388)						
C3.	0.106* (3.888)	0.128* (3.375)	0.206** (2.086)					
C4.	0.104* (3.954)	0.163* (3.055)	0.219* (3.344)	0.425* (2.952)				
C5.	0.293* (6.153)	0.275* (5.155)	0.439* (4.842)	0.301* (4.873)	1.275* (10.102)			
C6.	0.193* (5.742)	0.128* (4.020)	0.219* (4.090)	0.243* (4.643)	0.764* (9.626)	0.408* (3.842)		
C7.	0.100* (4.413)	0.105* (4.624)	0.128* (4.013)	0.174* (5.632)	0.399* (7.785)	0.210* (4.836)	0.092* (3.470)	
C8.	0.335* (11.867)	0.337* (8.503)	0.300* (8.354)	0.333* (8.040)	0.342* (10.321)	0.356* (10.321)	0.331* (10.658)	0.351* (13.185)
A	0.129* (2.579)	-0.014 (-0.254)	-0.053 (-0.471)	0.025 (0.329)	0.284* (2.430)	0.312* (2.548)	0.144** (2.182)	0.063** (2.089)
B	0.617* (5.054)	0.869* (18.975)	0.735* (7.626)	0.310 (1.387)	0.431* (4.584)	0.449* (3.925)	0.754* (12.214)	0.833* (10.728)
S	0.086*** (1.660)	0.089 (1.457)	0.192** (2.117)	0.107** (1.823)	0.159 (1.029)	-0.140 (-1.405)	-0.066 (-1.031)	-0.037 (-1.432)
T	-0.122* (-2.509)	0.027 (0.464)	0.165 (1.098)	-0.064 (-0.850)	-0.220** (-2.150)	-0.239* (-2.648)	-0.120** (-1.964)	-0.038 (-1.503)

**Panel B: Diagnostic des résidus**

	E. U.	France	Af. Sud	Japon	H. Kong	Singapour	G. B.	Monde
Skewness	-0.413*	-0.614*	-0.715*	0.075	-0.961*	-0.706*	0.503*	-0.320**
Kurtosis <sup>(1)</sup>	1.673*	1.815*	2.072*	1.111*	4.342*	2.085*	4.870*	0.647**
J.B.	51.978*	71.722*	94.615*	18.783*	336.368*	95.181*	369.044*	12.361*
$r_1$	-0.031	-0.052	0.040	0.049	0.080	0.102**	-0.003	-0.037
$r_2$	-0.067	-0.131	-0.051	-0.044	0.006	-0.019	-0.123	-0.127
$r_3$	0.013	0.112	0.002	0.047	-0.055	0.006	0.019	0.021
$r_4$	-0.007	0.022	-0.039	0.028	-0.059	-0.049	0.025	-0.017
$r_5$	0.069	0.036	-0.071	0.024	-0.027	-0.068	-0.106	0.080
$r_6$	-0.011	0.016	-0.004	0.006	-0.045	-0.005	-0.024	-0.025
Q(12)	15.518	17.600	6.637	13.774	21.951**	7.719	11.317	16.803

\* significatif au seuil de 1%, \*\* significatif au seuil de 5%, \*\*\* significatif au seuil de 10%,  
(1) centré sur 3 ; Q(12) : test de Ljung-Box d'ordre 12 ; J.B. test de normalité de Jarque-Bera

du modèle à prix de risque constant, les valeurs estimées du vecteur B sont nettement supérieures à celles du vecteur A, ce qui témoigne d'une forte persistance.

Les éléments significatifs du vecteur S sont tous positifs et ceux du vecteur T sont tous négatifs, ce qui confirme les résultats trouvés précédemment.

Le prix de risque de covariance moyen est égal à 0.256 et significatif à 1%. La dynamique du prix de risque de covariance est déterminée par le portefeuille de marché mondial, la prime de terme et en partie par l'effet de janvier. La variable muette modélisant le krach d'octobre est significativement négative. Les signes de nos variables d'information sont plausibles et justifiés économiquement.

Dans le cas du MEDAFI conditionnel avec prix de risque constant, nous avons expliqué la performance moyenne du modèle par l'insuffisance de la variation des covariances conditionnelles de refléter les variations des excès de rentabilités notamment pour les trois marchés émergents étudiés dans ce travail. Ce résultat semble bien être confirmé par le diagnostic des résidus du modèle avec prix de risque variables dans le temps reporté dans le panel B du tableau 6.

L'hypothèse de normalité est rejetée pour toutes les séries de résidus. Cependant, les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement ont diminué dans la plupart des cas.

Le coefficient de détermination ajusté moyen est passé de 0.3% dans le cas du modèle à prix de risque de covariance constant à 5%. Le test Q de Ljung-Box d'ordre 12 calculé à partir des séries des résidus estimés standardisés ( $e_t h_t^{-1/2}$ ) ne permet pas, exception faite de Hong Kong, de rejeter l'hypothèse d'absence d'autocorrélation.

La figure 1 de l'annexe B représente l'évolution du prix de risque de covariance estimé ainsi que la série filtrée par la méthodologie d'Hodrick et Prescott (1996). Le filtre HP permet de séparer les mouvements de court terme (cycles) du mouvement de long terme (tendance). La série filtrée atteint sa valeur la plus basse en mai 1973 (-0.507). Elle augmente entre 1974 et 1978 pour atteindre un seuil de 0.709 en juin 1978. Le prix de risque de covariance reprend tendance à la baisse entre 1978 et 1982 pour atteindre une valeur minimale de -0.402 en avril 1981. Le prix de risque s'accroît ensuite pour atteindre sa valeur maximale en janvier 1986 (0.981). Il diminue en octobre 1987 mais reste toujours positif (0.086). La série reste stable durant les années 90 aux alentours de 0.283. Le prix de risque se réduit dans la dernière partie des années 90 pour atteindre une valeur minimale de -0.230 en mars 2001. Il reprend ensuite son mouvement haussier.

Les périodes de prix de risque négatif sont associées aux crises pétrolières 1973-1974, aux réformes de politique monétaire 1979-1982 et aux dernières crises des marchés émergents (crises asiatiques, crise argentine).

## **2- Diversification Internationale**

La diversification internationale est considérée depuis longtemps comme la meilleure voie pour accroître grandement la performance d'un portefeuille. En effet, aussi longtemps que les marchés financiers sont affectés par des facteurs spécifiques, les corrélations entre les titres des différents pays sont beaucoup plus faibles que celles entre les titres d'un même pays. Sur la base de ce raisonnement, la diversification internationalisée permet de réduire

considérablement le risque de portefeuille. Solnik (1974) montre que si la diversification intranationale permet de réduire le risque d'un portefeuille purement domestique jusqu'à 27% (100% correspond au risque moyen de détention d'un titre individuel américain), l'introduction des titres étrangers dans ce portefeuille baisse le risque jusqu'à 11.7%. Récemment, cependant, l'engouement pour la diversification internationale pourrait peut-être tendre à devenir un peu moins fort. Deux arguments justifient cette attitude. En premier lieu, nombreuses études montrent que les marchés financiers sont devenus plus intégrés. Ceci est notamment dû aux mouvements de libéralisation et de déréglementation entrepris par les différents gouvernements à partir des années 80 d'un côté et d'autre côté aux innovations technologiques et financières. Cela dit, les corrélations entre marchés financiers auraient augmenté dans les dernières années ce qui réduirait l'intérêt de la diversification internationale de portefeuilles<sup>42</sup>. De plus, nombreuses études montrent que les corrélations et la transmission de volatilité entre marchés nationaux augmentent significativement en périodes de crise<sup>43</sup>.

Dans ce paragraphe nous utilisons le MEDAF international conditionnel à prix de risque variable estimé ci-dessus afin de quantifier l'impact de l'augmentation du degré d'intégration des marchés financiers sur les gains escomptés des stratégies de diversification internationale de portefeuilles. Pour ce faire, nous calculerons à partir de la relation (13) les gains additionnels de diversification internationale attendus séparément sur la période entière (mars 1973- mars 2003) et sur les sous-périodes : mars 1973- février 1983, mars 1983 – février 1993, mars 1993- mars 2003. Les résultats de nos calculs sont reportés dans le tableau 7. Les graphiques des gains de diversification ainsi que ceux des bêtas conditionnels et des corrélations conditionnelles avec le portefeuille de marché mondial sont reportés dans l'annexe 2.

**Tableau 7**  
***Gains anticipés de diversification internationale de portefeuille (en % par année)***

$$E(\tilde{R}_{it} - \tilde{R}_{it} / \Omega_{t-1}) = \mathbf{d}_{t-1} [\mathbf{q}_{t-1} \text{Var}(\tilde{R}_{Wt} / \Omega_{t-1}) - \text{Cov}(\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{Wt} / \Omega_{t-1})]$$

	1973:03-1983:03	1983:04-1993:03	1993:04-2003:03	1973:03-2003:03
<b>E. U.</b>	0.938* (3.059)	1.817* (7.917)	1.223* (7.716)	1.311* (9.404)
<b>France</b>	2.863* (2.787)	5.904* (9.258)	2.985* (7.396)	3.558* (8.628)
<b>Af. Sud</b>	3.828** (2.193)	11.148* (8.972)	6.835* (6.462)	7.321* (8.910)
<b>Japon</b>	1.984* (2.844)	3.907* (9.425)	4.203* (7.724)	3.325* (10.391)
<b>H. Kong</b>	4.916** (2.379)	10.366* (6.557)	7.514* (7.943)	7.47* (8.056)
<b>Singapour</b>	3.414*** (1.938)	7.767* (7.824)	5.307* (7.508)	5.414* (7.512)
<b>G. B.</b>	1.128* (2.967)	2.202* (8.872)	2.914* (7.921)	2.069* (8.427)

\* significatif au seuil de 1%,

\*\* significatif au seuil de 5%,

\*\*\* significatif au seuil de 10%,

<sup>42</sup> Ce raisonnement est souvent exposé dans la presse financière. Cependant, il n'y a pas de modèle théorique qui prédit clairement ce résultat. Nombreux auteurs estiment que l'effet opposé peut également se produire. Voir notamment Gérard et De Santis (1997).

<sup>43</sup> Voir Ito (1994).

Il y a clairement pour tous les marchés un gain *ex ante* statistiquement significatif de diversification internationale de portefeuilles. Ce gain est positif pour tous les pays et pour toutes les sous-périodes. Les bénéfices attendus sont significativement plus importants pour les marchés à faible capitalisation boursière faiblement corrélés avec le portefeuille de marché mondial. Ils varient de 0.938% par an (Etats-Unis) à 4.916% (Hong Kong) pour la sous-période 1973-1983, de 1.817% (Etats-Unis) à 11.148% (Afrique du Sud) pour la sous période 1983-1993 et de 1.223 % (Etats-Unis) à 7.15% (Hong Kong) pour la sous-période 1993-2003. Les Etats-Unis ont dans tous les cas les gains attendus les plus faibles. Ce résultat est prévu. En effet, le marché américain est le marché le plus large et le plus corrélé avec le portefeuille de marché.

Les résultats reportés dans le tableau 7 ainsi que les graphiques de l'annexe 2 montrent notamment que contrairement à une opinion largement répandue chez les universitaires et les praticiens de la finance globale, les gains escomptés des stratégies de diversification internationale de portefeuille n'ont pas significativement décliné durant les dernières années.

Les gains estimés ont augmenté considérablement pour tous les marchés en passant de la sous-période 1973-1983 à la sous-période 1983-1993. Par contre, ces gains ne se sont accrus que pour la Grande Bretagne et le Japon en passant de 1983-1993 à 1993-2003. Pour les Etats-Unis et Singapour les différences ne sont pas significatives.

Le fait que la hausse apparente du niveau d'intégration financière internationale n'a pas affecté négativement les bénéfices anticipés de diversification peut trouver deux explications. En premier lieu, les corrélations conditionnelles des marchés nationaux avec le marché international ne présentent qu'une légère tendance à la hausse durant les dernières années. Dans un second lieu, les expressions 13, 14 et 16 montrent que les gains de diversification attendus dépendent certes négativement des niveaux de corrélation avec le portefeuille de marché, mais aussi ils dépendent positivement de la quantité du risque spécifique au pays considéré :  $[Var(\tilde{R}_{it} / \Omega_{t-1}) - Cov(\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{wt} / \Omega_{t-1})]$ . Selon le MEDAFI, seul le risque systématique est rémunéré. Un investisseur supportant le risque individuel associé à un portefeuille donné n'en est pas récompensé car ce risque pourrait être diversifié. Cela dit, une hausse des corrélations n'implique pas nécessairement une baisse des gains de diversification internationale de portefeuille. Au contraire, ces derniers peuvent toujours augmenter tant que les risques spécifiques sont importants.

Le gain de diversification moyen attendu pour les Etats-Unis est de 1.311% pour la période entière, 0.938% pour la sous-période 1973-1983, 1.817% pour 1983-1993 et 1.223% pour 1993-2003. La corrélation conditionnelle du marché américain avec le marché international est très élevée, 0.832 en moyenne, ce qui selon l'expression (16) conduit à des faibles bénéfices attendus pour l'investisseur représentatif américain. La figure 2.b de l'annexe 2 représente la corrélation conditionnelle du marché américain avec le marché mondial. Cette corrélation varie de 0.635 (1987) à 0.864 (1992). On note aussi cette série a significativement augmenté après la crise d'octobre 1987. Ce qui témoigne d'un phénomène de contagion entre marchés financiers nationaux. On revient à ce point plus loin.

Pour le marché français, le bénéfice moyen attendu est de 3.558%. Il passe de 2.863% pour la sous-période 1973-1983, à 5.904% pour 1983-1993 pour atteindre enfin 2.985% pour 1993-2003. La corrélation conditionnelle du marché français avec le marché international est de 0.649 en moyenne. Elle atteint son minimum en mai 1981 (0.402). Elle augmente à partir

de la crise d'octobre 1987 pour atteindre son maximum en février 1997 (0.767). Des caractéristiques pareilles sont observées pour le Japon et la grande bretagne.

Pour les autres marchés, les gains *ex ante* de diversification internationale sont clairement plus importants aussi bien pour la période entière que pour les trois sous-périodes. Cela s'explique en grande partie par leurs faibles corrélations conditionnelles avec le portefeuille de marché mondial et par leur fort potentiel de diversification étant donné l'importance relative des risques spécifiques associés à ces marchés.

Toutefois, ces résultats doivent être considérés avec précaution. En effet, suite aux nombreux krachs financiers (1987, 1997, 1998, 2001), l'engouement pour la diversification internationalisée de portefeuilles est devenu moins fort. Tous ces krachs se sont caractérisés par le développement de puissants processus de contagion. Les graphiques des corrélations conditionnelles des différents marchés avec le marché mondial montrent un saut des corrélations des marchés nationaux après chaque crise. Ce saut est révélateur du synchronisme du mouvement des bourses. Les canaux de la contagion sont multiples. L'intensité des échanges commerciaux est l'un des vecteurs principaux de la transmission. Il y a aussi les facteurs psychologiques et culturels : ils tiennent à l'appartenance à la même zone géographique ou à la même idéologie. Enfin, il convient de tenir compte du rôle des spéculateurs et des offreurs de capitaux dans le processus de contagion.

Le tableau 8 reporte les résultats de l'estimation du système (27) marché par marché<sup>44</sup>. Pour chaque pays, on estime, par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance, un processus GARCH(1,1) bivarié avec le portefeuille de marché mondial. Les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus dans le cas du processus GARCH à 8 variables.

La figure 9 représente les séries des prix de risque de covariance filtrées par la méthodologie d'Hodrick et Prescott (1996). Le filtre HP permet de séparer les mouvements de court terme (cycles) du mouvement de long terme (tendance). Les prix estimés présentent une tendance commune, ce qui est favorable à l'hypothèse d'intégration financière des marchés étudiés. Tous les prix de risque estimés sont significativement positifs. Le prix de risque moyen estimé est de 0.336 pour les Etats-Unis, 0.228 pour la France, 0.334 pour la Grande-Bretagne, 0.158 pour le Japon, 0.212 pour l'Afrique du Sud, 0.239 pour Hong Kong et 0.229 pour Singapour. Le prix de risque de covariance mondial moyen estimé est de 0.281 et significatif à tous les seuils conventionnels.

Pour mieux appréhender le processus de contagion et son effet sur les gains attendus des stratégies de diversification internationale, nous avons calculé de fonctions de réponse impulsionnelle sur la base des résultats de l'estimation d'un modèle VAR à sept variables. Les sept variables du modèle VAR sont les séries de prix de risque de covariance estimés précédemment. La fonction de réponse impulsionnelle représente l'effet d'un choc d'une innovation sur les valeurs présentes et futures des variables endogènes. Un choc sur une variable donnée peut affecter directement cette variable, mais il se transmettrait aussi aux autres variables endogènes au travers de la structure dynamique du modèle VAR.

---

<sup>44</sup> Les valeurs estimées de la matrice C ne sont pas reportées pour préserver de l'espace.

**Tableau 8**

**Estimation par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance du MEDAFI avec prix de risque de covariance variable pays par pays.**

$$\tilde{R}_t - R_{ft} \mathbf{t} = \mathbf{d}_{t-1} h_{Nt} + \tilde{\mathbf{e}}_t \quad \tilde{\mathbf{e}}_t / \Omega_{t-1} \sim N(0, H_t) ;$$

$$\mathbf{d}_{t-1} = \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_1 MMSCI_{t-1} + \mathbf{d}_2 PDT_{t-1} + \mathbf{d}_3 PDD_{t-1} + \mathbf{d}_4 INF_{t-1} + \mathbf{d}_5 PIN_{t-1} + \mathbf{d}_6 OCT + \mathbf{d}_7 JAN$$

$$H_t = C'C + A'e_{t-1}e_{t-1}'A + B'H_{t-1}B + S'x_{t-1}x_{t-1}'S + T'h_{t-1}h_{t-1}'T ;$$

$$x_{it} = e_{it} I_{x_{it}} \text{ où } I_{x_{it}} = 1 \text{ si } e_{it} < 0 \text{ et } 0 \text{ sinon ;}$$

$$h_{it} = e_{it} I_{h_{it}} \text{ où } I_{h_{it}} = 1 \text{ si } |e_{it}| > \sqrt{h_{it}} \text{ et } 0 \text{ sinon .}$$

**Panel A : Estimation des paramètres**

Prix de risque de covariance								
	E. U.	France	Af. Sud	Japon	H. Kong	Singapour	G. B.	Monde
$\mathbf{d}_0$	-0.195* (-128.428)	0.086 (0.265)	-0.243* (-45.370)	0.143* (275.708)	0.153 (0.444)	-0.270 (-1.353)	-0.108 (-0.389)	0.050* (10.805)
$\mathbf{d}_1$	5.024* (152.500)	4.166* (14.209)	6.110* (78.479)	4.862* (1504.276)	5.105* (6.675)	5.971* (8.103)	5.867* (11.337)	4.520* (34.191)
$\mathbf{d}_2$	3.646* (22.683)	3.558** (2.317)	5.125* (332.016)	2.960* (43.060)	-0.648 (-1.236)	4.594* (2.905)	10.081* (5.169)	5.076* (98.407)
$\mathbf{d}_3$	-0.014 (-0.076)	-0.063 (-0.167)	0.080* (62.801)	-0.168 (-1.076)	0.154 (0.343)	0.186 (0.412)	0.137 (0.388)	-0.309*** (-1.807)
$\mathbf{d}_4$	12.433** (2.204)	10.042 (1.550)	8.945* (10.950)	5.842 (0.873)	4.835 (0.827)	-0.872 (-0.366)	20.059* (2.955)	7.622 (1.131)
$\mathbf{d}_5$	0.008 (0.003)	-28.470 (-1.077)	-13.292 (-1.165)	-31.101* (-2.728)	-13.184 (-0.489)	0.412 (0.036)	-38.978 (-1.484)	-23.91** (-2.329)
$\mathbf{d}_6$	4.886* (2.530)	-0.425 (-0.582)	0.609 (0.804)	-9.920 (-0.806)	1.020 (0.835)	0.877 (0.800)	0.074 (0.062)	-5.168 (-0.999)
$\mathbf{d}_7$	0.380 (0.851)	0.383 (0.972)	0.295 (0.575)	-0.053 (-0.116)	0.053 (0.110)	0.295 (0.606)	-0.318 (-0.728)	0.204 (0.527)
Processus GARCH								
	E. U.	France	Af. Sud	Japon	H. Kong	Singapour	G. B.	Monde
A	0.185* (4.028)	0.089 (1.246)	0.103** (1.974)	0.170* (2.700)	0.213* (2.563)	0.048 (0.536)	0.036 (0.965)	0.142* (4.035)
B	0.592* (5.170)	0.478* (2.751)	0.653* (2.075)	-0.028 (-0.392)	-0.067* (-5.135)	0.705* (3.412)	0.514* (15.478)	0.376* (5.762)
S	-0.049 (-1.018)	0.261* (2.731)	0.261** (2.084)	0.455* (5.062)	0.162*** (1.755)	0.282** (2.065)	0.018 (0.456)	0.279* (5.312)
T	-1.018* (-2.669)	-0.002* (-0.043)	-0.106* (-2.923)	0.182* (2.485)	-0.174** (-2.329)	0.042 (0.603)	0.061*** (-1.727)	0.139* (3.398)

**Panel B: Diagnostic des résidus**

	E. U.	France	Af. Sud	Japon	H. Kong	Singapour	G. B.	Monde
Skewness	-1.033*	-0.814*	0.352	0.047	-0.356*	-0.091	0.457*	-0.363*
Kurtosis <sup>(1)</sup>	5.485*	3.331*	-0.788	1.156*	6.715*	2.961*	4.851*	0.571**
J.B.	514.128*	205.703*	0.512	20.151*	682.198*	131.726*	364.528*	12.806
$r_1$	-0.085	-0.115	0.022	0.004	0.027	0.036	-0.024	-0.131
$r_2$	-0.176	-0.339	-0.074	-0.111	-0.083	-0.123	-0.196	-0.320
$r_3$	0.005	-0.012	0.0149	0.043	-0.059	-0.078	0.016	0.009
$r_4$	-0.001	-0.007	-0.076	0.027	-0.071	0.103	0.029	-0.005
$r_5$	0.058	0.073	-0.012	0.010	-0.023	0.067	-0.104	0.079
$r_6$	-0.041	-0.048	-0.073	0.011	0.091	-0.111	-0.001	-0.061
Q(12)	28.059*	56.740*	7.614	14.413	16.497	41.410*	20.176***	54.820*

\* significatif au seuil de 1%,

\*\* significatif au seuil de 5%,

\*\*\* significatif au seuil de 10%,

(1) centré sur 3

Q(12) : test de Ljung-Box d'ordre 12

J.B. test de normalité de Jarque-Bera

La figure 10 retrace les fonctions de réponse impulsionnelle. L'intervalle de confiance est déterminé par la méthode de *Monte Carlo*<sup>45</sup>. Rappelons qu'afin de pouvoir interpréter une analyse de réponse impulsionnelle, il faut que les chocs ne soient pas corrélés entre eux. Il faut orthogonaliser les chocs pour rendre l'analyse de leur propagation possible. Dans cette étude, nous utilisons la décomposition de Cholesky<sup>46</sup>.

Les figures de 10.a à 10.d représentent les réponses des différents marchés à un choc sur le prix de risque de covariance américain. On s'intéresse aux effets du choc sur 12 mois. On constate un profil traditionnel des fonctions de réponse impulsionnelle : un choc sur le prix de risque américain se répercute sur les autres prix de risque en s'amortissant. Toutes les réponses sont significatives. L'impact du choc est plus important pour Singapour et l'Afrique du Sud que pour la France et la Grande-Bretagne. L'impact du choc disparaît au bout de 5 à 6 mois pour la France, la Grande-Bretagne et Singapour et au bout de 8 mois pour l'Afrique du Sud.

La figure 10.f montre l'effet sur le prix de risque de covariance sud-africain d'un choc sur le prix de risque de Singapour. Cet effet est négligeable et disparaît au bout de 5 mois. La figure 10.h retrace la réponse impulsionnelle du marché de Singapour à un choc sur le prix de risque de l'Afrique du Sud. L'effet de ce choc est très proche de zéro et disparaît dans moins de 3 périodes. La comparaison des figures 10.f et 10.h et des figures 10.c et 10.d montre que les marchés émergents réagissent plus significativement à un choc sur le prix de risque de covariance du marché américain qu'à un choc sur un autre marché émergent. Ces résultats confirment ceux de Bekaert et al. (2003).

La figure 10.e montre la réponse du marché de Hong Kong à son propre choc. La figure 10.g retrace l'effet d'un choc sur le prix de risque sud-africain sur le prix de risque américain. La réaction du marché américain est faible et disparaît totalement au bout de 4 mois.

Ces résultats ont des implications très intéressantes pour la diversification internationale de portefeuilles. L'analyse des fonctions de réponse impulsionnelle confirme les conclusions tirées de l'inspection visuelle des corrélations conditionnelles avec le portefeuille mondial : les mouvements des marchés développés et notamment du marché américain sont contagieux. Les chocs sont rapidement transmis et affectent significativement les marchés développés et les marchés émergents. Cet effet de contagion affecte négativement les gains attendus de diversification internationale. Au contraire, des turbulences affectant un marché de faible capitalisation boursière ne seront pas significativement transmises internationalement, ce qui implique que la diversification internationale offre pour les petits marchés une meilleure protection contre les krachs locaux.

## VII- Conclusion

Dans cette étude, nous avons testé une version conditionnelle du modèle d'évaluation des actions. Nous avons utilisé une spécification GARCH multivarié asymétrique permettant d'estimer le modèle simultanément pour 8 marchés : 4 marchés développés et 3 émergents. Cette spécification autorise aux primes de risque, aux bêtas et aux corrélations de varier suivant les dates et de répondre différemment aux chocs selon leurs signes et leurs

---

<sup>45</sup> Cette méthode permet d'obtenir des trajectoires simulées. Elle suppose la normalité des paramètres de la moyenne du modèle VAR. Cette normalité est vérifiée asymptotiquement.

<sup>46</sup> Voir Sims (1980).

amplitudes. Le prix de risque de covariance est modélisé en fonction d'un vecteur de variables macroéconomiques et financières. Nos résultats sont plutôt favorables à l'hypothèse d'intégration des marchés financiers nationaux étudiés. Ensuite, nous en avons dérivé une mesure *ex ante* des gains de diversification internationale de portefeuille. L'expression des bénéfices escomptés des stratégies de diversification internationale montre que ces derniers sont fonction de trois éléments : le risque spécifique au marché concerné, la corrélation conditionnelle entre la rentabilité de ce marché et la rentabilité du portefeuille de marché mondial et le prix de risque de covariance.

Les corrélations conditionnelles ont augmenté dans les dernières années en réponse aux mouvements de libéralisation et de déréglementation entrepris par les différents gouvernements à partir des années 80 d'un côté et d'autre côté aux innovations technologiques et financières. Nombreux auteurs pensent que cette montée d'intégration financière des marchés nationaux aurait réduit les gains de diversification internationale. Nos résultats ne supportent pas cette opinion. En effet, les gains attendus de diversification sont significativement positifs pour tous les marchés. De plus, ces gains ne présentent aucune tendance à la baisse. Ces résultats s'expliquent en partie par l'importance et l'indépendance des risques spécifiques propres aux marchés étudiés.

Parce que les opportunités d'investissements sont beaucoup plus limités pour les petits marchés que pour les grands marchés, les corrélations conditionnelles de ces marchés avec le portefeuille mondial sont faibles et les bénéfices de diversification internationale qui en résultent sont plus importants que ceux des marchés à forte capitalisation boursière. Notre étude supporte cette opinion et confirme ainsi les résultats de De Santis et Gérard (1997) et Nilsson (2002).

L'étude des gains *ex ante* de diversification internationale de portefeuille a été complétée par une analyse des fonctions de réponse impulsionnelle estimées à partir des innovations orthogonalisées d'un modèle VAR estimé sur les sept séries de prix de risque de covariances extraites de l'estimation du processus GARCH. Cette analyse montre que les chocs sur les marchés développés et notamment le marché américain sont contagieux. Les chocs sont rapidement transmis et affectent significativement les marchés développés et les marchés émergents. Cet effet de contagion réduirait les gains escomptés des stratégies de diversification internationale. Au contraire, les mouvements des petits marchés ne sont pas significativement transmis internationalement, ce qui implique que la diversification internationale offre pour ces marchés une meilleure protection contre les krachs locaux.

## Références

- ADLER M. et DUMAS B. (1983), "International Portfolio Selection and Corporation Finance: A Synthesis", *Journal of Finance*, n° 38, pp. 925-84.
- AYUSO J et BLANCO R. (2000), "Has Financial Integration Increased During the 1990s?", In *Bis Conference Volume. International Financial Markets and Implications for Monetary and Financial Stability*, pp. 75-95.
- BEKAERT G. et Harvey C. (1995a), "Emerging Equity Market Volatility", *Working Paper*, Stanford University.
- BEKAERT T. et HARVEY C (1995b), "Time Varying World Market Integration", *Journal of Finance*, 50(2), pp. 403-44.
- BEKAERT T., HARVEY C et NG A. (2003), "Market Integration et Contagion", *NBER Working Paper*, n° w9510.
- BERNDT G., HALL B., HALL R. et HAUSMANN J. (1974), "Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models", *Annals of Economics and Social Measurement*, 3, pp. 653-665.
- BLACK F. (1972), "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", *Journal of Business*, n°45, pp.444-454.
- BOLLERSLEV T. (1990), "Modeling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model", *Review of Economics and Statistics*, 31, pp. 498-505.
- BOLLERSLEV T., ENGLE R.F., WOOLDRIDGE M (1988), "A Capital Asset Pricing Model with Time Series Varying Covariance", *Journal of Political Economy*.
- BOLLERSLEV T., ENGLE R.F., WOOLDRIDGE M (1992), "A Capital Asset Pricing Model with Time Series Varying Covariance", *Journal of Political Economy*.
- CAMPBELL J., Lo W. et A. MACKINLAY (1997), "*The Econometrics of Financial Markets*", Princeton University Press.
- CARRIERI F. (2001), "The Effects of Liberalisation on Market and Currency Risk in the European Union", *European Financial Management*, 7, pp. 259-290.
- CHAN K., KAROLYI A. et STULZ R. (1992), "Global Financial Markets and the Risk Premium on US Equity", *Journal of Financial Economics*, 32, pp. 137-168.
- CHEN NF., ROLL R., ROSS SA. (1986), "Economic forces and the stock market" *Journal of Business*, 59(3), pp.383-403.
- DALAUD R. et SOUBIE G. (1998), "La Bourse et la Prime", *Quants*, CCF, Direction de la Recherche et de l'Innovation, juin. 35.
- DE SANTIS G. et IMROHOROGLU S. (1995), "Stock Returns and Volatility in Emerging Financial Markets", *Working Paper*, Departement of Finance and Business Economics, University of Southern California.
- DE SANTIS G. et GERARD B. (1997), "International Asset Pricing and Portfolio Diversification with Time-Varying Risk", *Journal of Finance* 52, 1881-1912.
- DE SANTIS G. et GERARD B. (1998), "How Big is the Premium for Currency Risk", *Journal of Financial Economics*, 49, pp. 375-412.
- DUMAS B. et SOLNIK B. (1995), "The World Price of Foreign Exchange Risk?", *Journal of Finance*, 50, pp. 445-479.
- ENGLE R. et KRONER K. (1995), "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH", *Econometric Theory*, 11, pp. 122-150.
- ENGLE R. et NG K. (1993), "Measuring and Testing the Impact on News on Volatility", *Journal of Finance*, 48, pp. 1749-1778.
- ENGLE R.F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation", *Econometrica*, 50, pp.987-1008.
- FAMA E. et FRENCH K. (1992), "The Cross Section of Expected Returns", *Journal of Finance*, pp 223-245.
- FAMA E.F. (1965), "Random Walk on Stock Market Prices", *Financial Analysts Journal*.
- FAMA E.F. (1970), "Efficient Capital Markets : A Review of Theory and Empirical Works", *The Journal of Finance*, Vol. 25, n°2, pp.383-417.
- FERSON W. et HARVEY C (1993), "The Risk and Predictability of International Equity Returns", *Review of Financial Studies* 6, pp. 527-66.
- FONTAINE P. (1997), " *Gestion Financière Internationale*" Dalloz.

- FONTAINE P.(1987), “Arbitrage et Evaluation Internationale des Actifs Financiers”, Ed. Economica, Paris,.
- GIOVANNINI A. et JORION P. (1989), “The Time Variation of Risk and Return in the Foreign Exchange and Stock Markets », *Journal of Finance*, 44, pp. 307-325.
- GLOSTEN L., JAGANNATHAN R. et RUNKLE D. (1993), “Relationship Between the Expected Value and the Volatility of National Excess Return on Stocks ”, *Journal of Finance*, 48, pp. 1779-1801.
- GOURIERROUX C. (1997), Modèles ARCH et Applications Financières, *Economica*.
- GOURINCHAS P. et JEANNE O. (2003), “The Elusive Gains From International Financial Integration”, *NBER Working Paper*, n° w9684.
- GRUBEL H. (1968), “Internationally Diversified Portfolios: Welfare Gains and Capital Flows”, *American Economic Review*, 58, pp.1299-1314.
- HAMAO Y. et MASULIS R (1990), “Correlation in Prices Changes and Volatility across International Stock Markets”, *The Review of Financial Studies*, 3, 281-307.
- HANSEN L. P. (1982), “Large Sample Properties of Generalized Methods of Moments Estimators”, *Econometrica*, 50, pp. 1029-54.
- HARVEY C (1991), “The World Price of Covariance Risk”, *Journal of Finance*, vol 46(1),pp. 111-57.
- HARVEY C. et SIDDIQUE A. (2001), “Conditional Skewness in Asset Pricing Tests”, *Journal of Finance*, 55, pp. 1263-1295.
- HARVEY C., SOLNIK B. et ZHOU G. (1994), “What Determines Expected International Asset Returns”, *NBER Working Paper n° 4660*, Février.
- HODRICK R. et PRESCOTT E. (1996), “Post-War US Business Cycles: A Descriptive Empirical Investigation”, *Mark Watson, Federal Reserve Bank of Chicago*.
- KORAJCZYK R et VIALLET C. (1989), “An Empirical Investigation on Financial Markets”, *Review of Financial Studies*, 2, 553-585.
- KORAJCZYK R.(1996), “Measure of Stock Market Integration for Developed and Emerging Markets”, *World Bank Economic Review* 10(2), 267-89.
- KRONER K. et NG V. (1998), “Modeling Asymmetric Comovements of Asset Returns”, *Review of Financial Studies*, 11, pp. 817-844.
- LINTNER J. (1965), “The Valuation of Risky Assets and the Selection of the Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets”, *Reviews of Economics and Statistics*, 47, pp.13-37.
- LONGIN F. et B. SOLNIK (1995), “Is The Correlation in International Equity Return Constant: 1960-1990?”, *Journal of International Money and Finance*, 14, pp. 3-26.
- MARKOWITZ H. (1952), “Portfolio Selection ”, *Journal of Finance*, n°3, pp.77-91.
- MARKOWITZ H. (1959), *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investment*, Yale University Pres.
- MIGNON V. (1998), *Marchés Financiers et Modélisation des Rentabilités Boursières*, Economica
- MPACKO PRISO A. (2001), *La Prime de Risque des Actions –Theories et Applications”* , Edition Dianioia, Paris.
- NG L. (1991), “Tests of the CAPM with Time-Varying Covariances : A Multivariate GARCH Approach“, *Journal of Finance*, 46, pp. 1507-1521.
- NILSSON B. (2002), “International Asset Pricing and the Benefits from World Market Diversification”, *Departement of Economics, Lind University*, Février 1, 2002.
- PRAT G. (1982), *La Bourse et la Conjoncture Economique”*, Economica.
- PRAT G. (1996), “Le Modèle d’Evaluation des Actions Confronté aux Anticipations des Agents Informés”, *Revue Economique*, 1.
- PRAT G. (2001), “Une Analyse des Primes de Risque *ex ante* des actions suivant l’horizon de placement” *Revue d’Economie Politique*, 111, pp. 291-329.
- PRAT G. (2003), “Primes de Risque sur le NYSE : Analyse des Comportements d’Experts au Niveau Individuel”, *MODEM Université Paris 10*.
- ROLL R. (1977), “A Critique of the Asset Pricing Theory’s Tests, Part One, On Past and Potential Testability of the Theory”, *Journal of Financial Economics*, 4, pp.129-176.
- ROLL R. (1992), “Industrial Structure and the Comparative Behavior of International Stock Market Indices”, *Journal of Finance* 47, pp. 3-42.
- SERCU P. (1980), “A Generalisation on the International Asset Pricing Model”, *Revue de l’Association française de Finance* 1(1), pp. 91-135.
- SHARPE W. (1964), “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”, *Journal of Finance*, n°9, pp.725-742.

- SIMON Y. et MANNAI S. (2002), "*Techniques Financières Internationales*", Economica, 7<sup>ème</sup> édition.
- SIMS C. (1980), "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, 48, pp. 1-49.
- SOLNIK B (1974), "An Equilibrium Model of International Capital Market", *Journal of Economic Theory*, 8, pp.91-135.
- STULZ (1981), "A Model of International Asset Pricing", *Journal of Financial Economics*, n°9.

## Annexe A

Dans cette annexe, nous présenterons une illustration explicite des différentes spécifications de la matrice des covariances-variances discutées dans ce travail. Pour des raisons de clarté, nous nous limiterons à la présentation du cas bivarié.

Une spécification BEKK bivarié s'écrit :

$$h_{11t} = (c_{11}^2 + c_{12}^2) + a_{11}^2 \mathbf{e}_{1,t-1}^2 + 2a_{11}a_{21} \mathbf{e}_{1,t-1} \mathbf{e}_{2,t-1} + a_{21}^2 \mathbf{e}_{2,t-1}^2 + b_{11}^2 h_{11,t-1} + 2b_{11}b_{21} h_{12,t-1} + b_{21}^2 h_{22,t-1} \quad (28)$$

$$h_{22t} = c_{22}^2 + a_{12}^2 \mathbf{e}_{1,t-1}^2 + 2a_{12}a_{22} \mathbf{e}_{1,t-1} \mathbf{e}_{2,t-1} + a_{22}^2 \mathbf{e}_{2,t-1}^2 + b_{12}^2 h_{11,t-1} + 2b_{12}b_{22} h_{12,t-1} + b_{22}^2 h_{22,t-1} \quad (29)$$

et

$$h_{12t} = c_{12}c_{22} + a_{11}a_{12} \mathbf{e}_{1,t-1}^2 + a_{12}a_{21} \mathbf{e}_{1,t-1} \mathbf{e}_{2,t-1} + a_{11}a_{22} \mathbf{e}_{1,t-1} \mathbf{e}_{2,t-1} + a_{21}a_{22} \mathbf{e}_{2,t-1}^2 + b_{11}b_{12} h_{11,t-1} + b_{12}b_{21} h_{12,t-1} + b_{11}b_{22} h_{12,t-1} + b_{21}b_{22} h_{22,t-1} \quad (30)$$

et la même expression pour  $h_{21t}$  étant donné que la matrice des covariances-variances est symétrique.

La spécification diagonale symétrique impose les restrictions suivantes :  $a_{12} = a_{21} = 0$  et  $b_{12} = b_{21} = 0$ , ce qui implique :

$$h_{11t} = (c_{11}^2 + c_{12}^2) + a_{11}^2 \mathbf{e}_{1,t-1}^2 + b_{11}^2 h_{11,t-1} \quad (31)$$

$$h_{22t} = c_{22}^2 + a_{22}^2 \mathbf{e}_{2,t-1}^2 + b_{22}^2 h_{22,t-1} \quad (32)$$

et

$$h_{12t} = c_{12}c_{22} + a_{11}a_{22} \mathbf{e}_{1,t-1} \mathbf{e}_{2,t-1} + b_{11}b_{22} h_{12,t-1} \quad (33)$$

La spécifique diagonale asymétrique :

$$h_{11t} = (c_{11}^2 + c_{12}^2) + a_{11}^2 \mathbf{e}_{1,t-1}^2 + b_{11}^2 h_{11,t-1} + s_{11}^2 \mathbf{x}_{1,t-1}^2 \quad (34)$$

$\mathbf{x}_{it} = \mathbf{e}_{it} I_{x_{it}}$  où  $I_{x_{it}} = 1$  si  $\mathbf{e}_{it} < 0$  et 0 sinon ;

$$h_{22t} = c_{22}^2 + a_{22}^2 \mathbf{e}_{2,t-1}^2 + b_{22}^2 h_{22,t-1} + s_{22}^2 \mathbf{x}_{2,t-1}^2 \quad (35)$$

et

$$h_{12t} = c_{12}c_{22} + a_{11}a_{22}\mathbf{e}_{1,t-1}\mathbf{e}_{2,t-1} + b_{11}b_{22}h_{12,t-1} + s_{11}s_{22}\mathbf{x}_{1,t-1}\mathbf{x}_{2,t-1} \quad (36)$$

Et la spécifique diagonale asymétrique avec effet de taille :

$$h_{11t} = (c_{11}^2 + c_{12}^2) + a_{11}^2\mathbf{e}_{1,t-1}^2 + b_{11}^2h_{11,t-1} + s_{11}^2\mathbf{x}_{1,t-1}^2 + t_{11}^2\mathbf{h}_{1,t-1}^2 \quad (37)$$

$$\mathbf{h}_{it} = \mathbf{e}_{it}I_{h_{ii}} \text{ où } I_{h_{ii}} = 1 \text{ si } |\mathbf{e}_{it}| > \sqrt{h_{ii}} \text{ et } 0 \text{ sinon.}$$

$$h_{22t} = c_{22}^2 + a_{22}^2\mathbf{e}_{2,t-1}^2 + b_{22}^2h_{22,t-1} + s_{22}^2\mathbf{x}_{2,t-1}^2 + t_{22}^2\mathbf{h}_{2,t-1}^2 \quad (38)$$

et

$$h_{12t} = c_{12}c_{22} + a_{11}a_{22}\mathbf{e}_{1,t-1}\mathbf{e}_{2,t-1} + b_{11}b_{22}h_{12,t-1} + s_{11}s_{22}\mathbf{x}_{1,t-1}\mathbf{x}_{2,t-1} + t_{11}t_{22}\mathbf{h}_{1,t-1}\mathbf{h}_{2,t-1} \quad (39)$$

## *Annexe B*

Figure 1

### Prix de risque de covariance

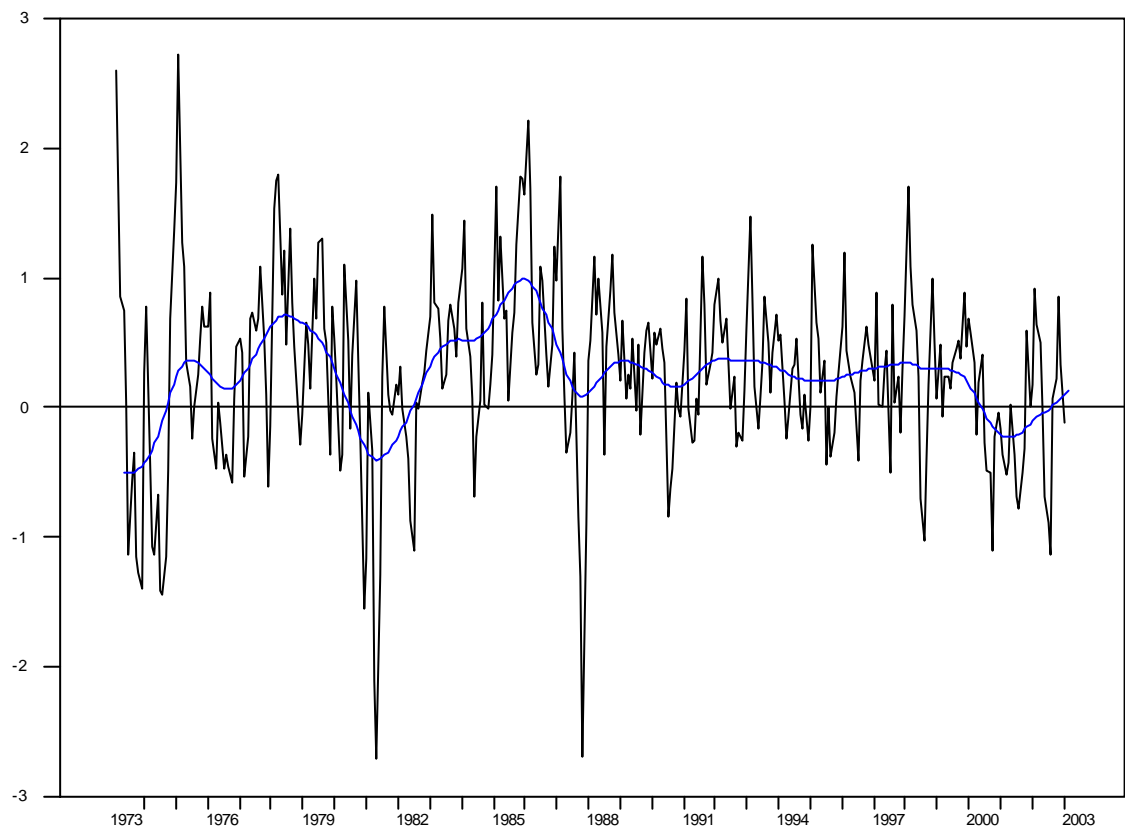
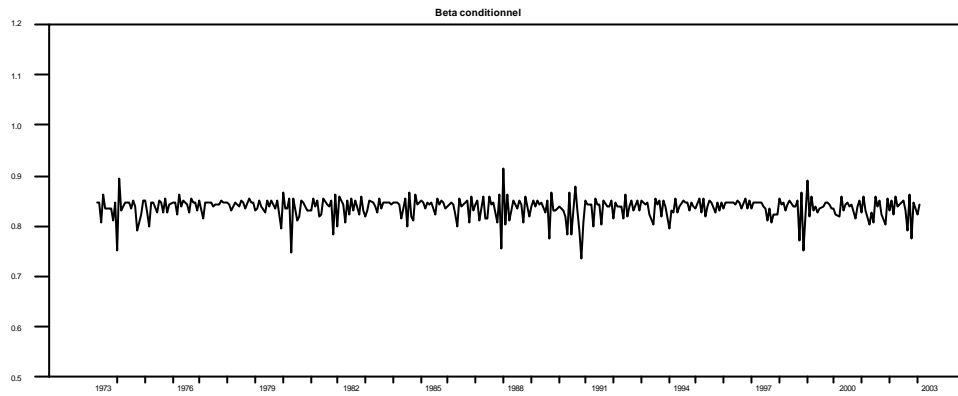


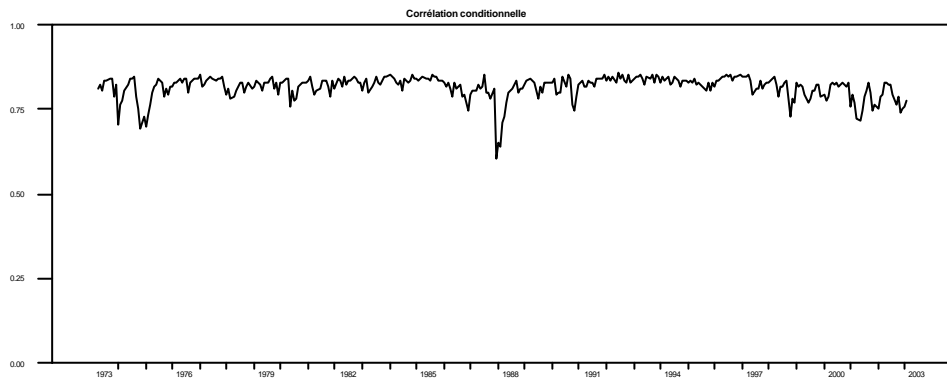
Figure2

## Marché américain

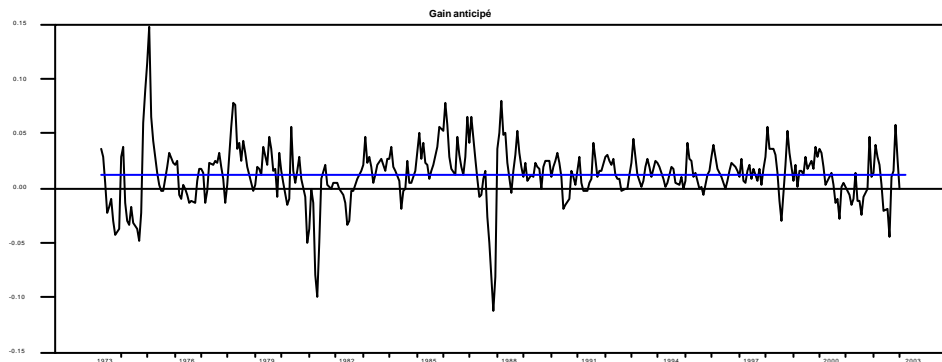
### a- Bêta conditionnel



### b- Corrélation avec le portefeuille de marché mondial



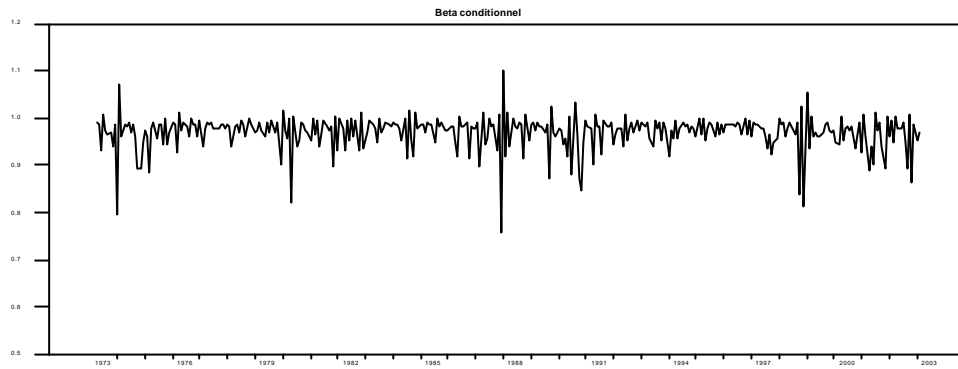
### c- Gain anticipé de diversification internationale



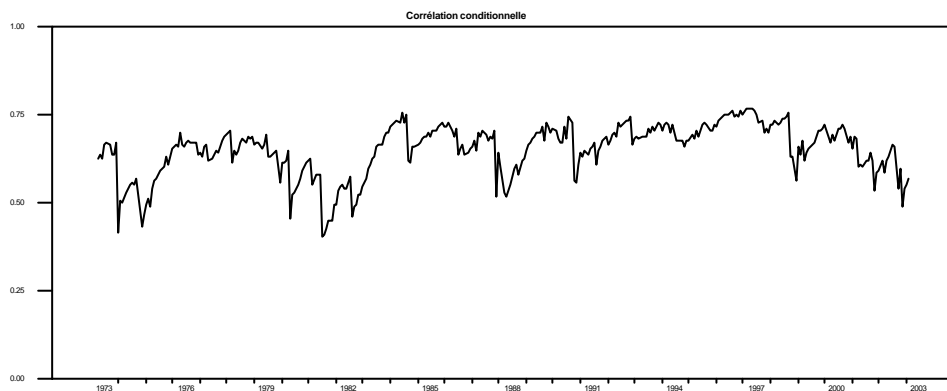
**Figure 3**

**Marché français**

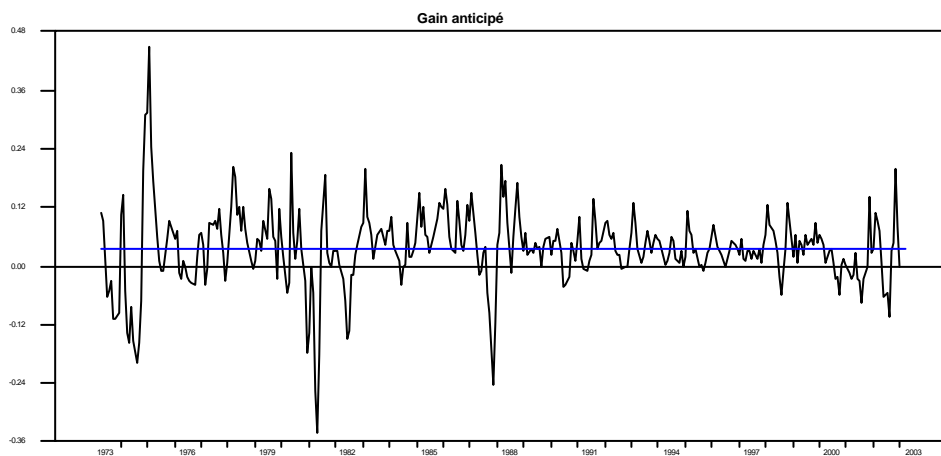
**a- Bêta conditionnel**



**b- Corrélation avec le portefeuille de marché mondial**



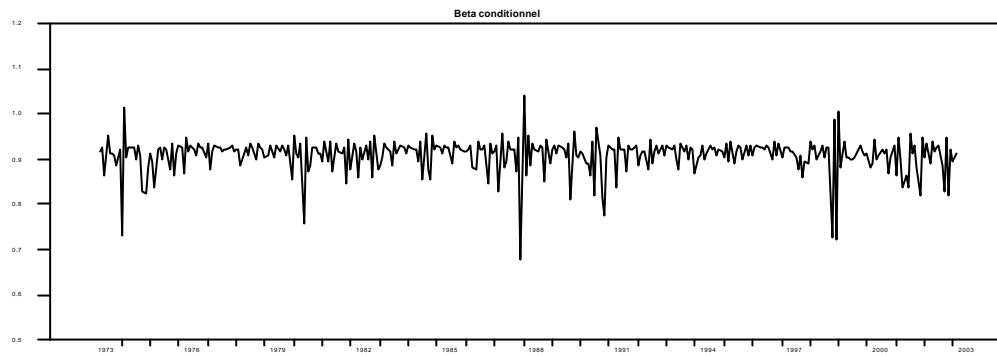
**c- Gain anticipé de diversification internationale**



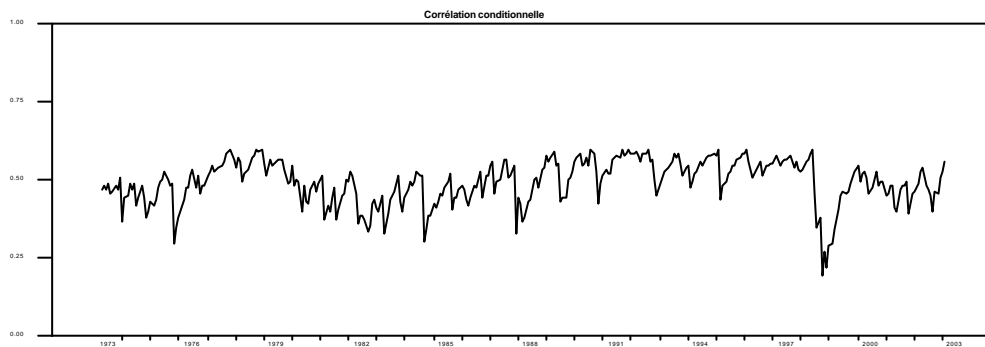
**Figure 4**

**Marché sud-africain**

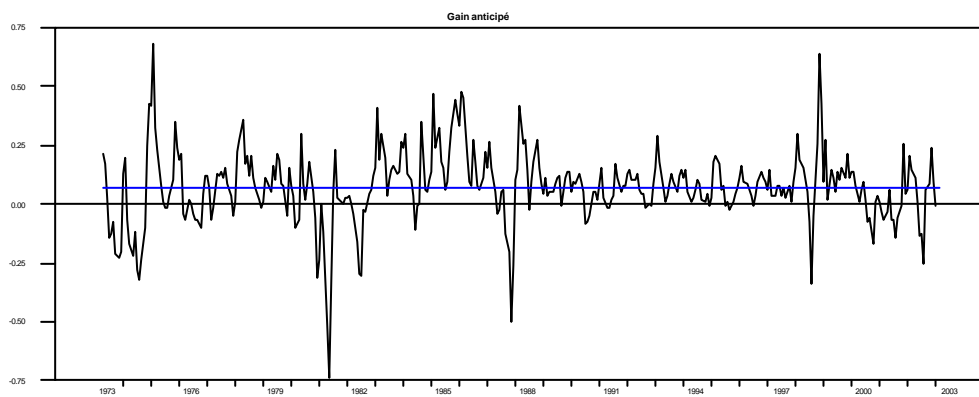
**a-Bêta conditionnel**



**b-Corrélation avec le portefeuille de marché mondial**



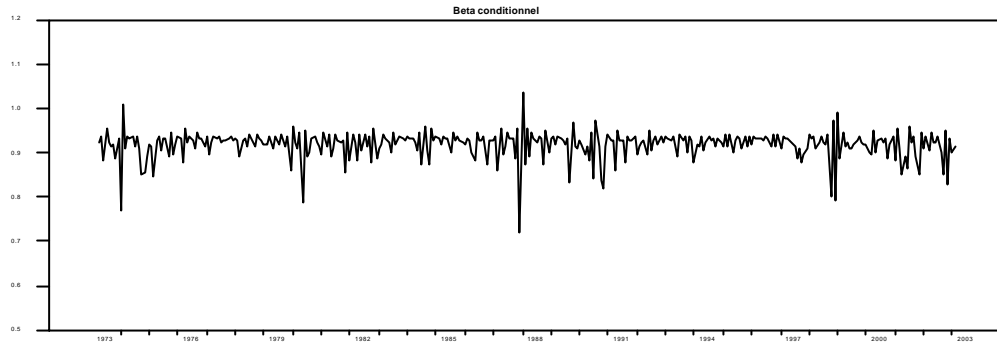
**c-Gain anticipé de diversification internationale**



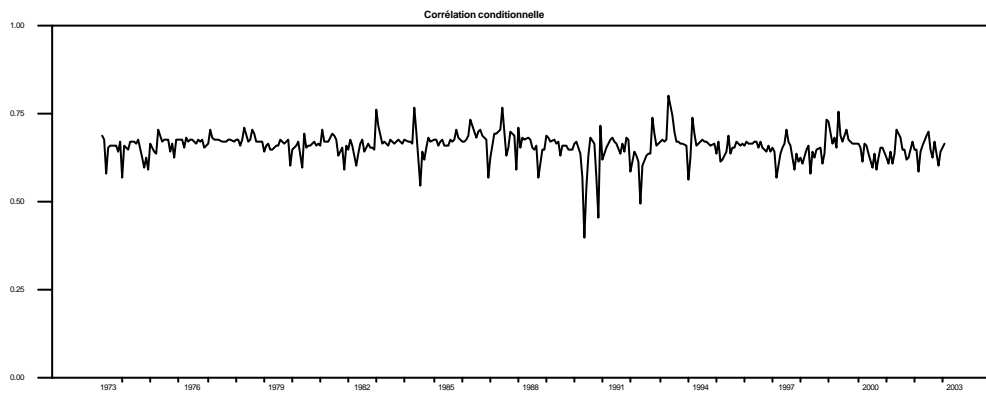
**Figure 5**

**Marché japonais**

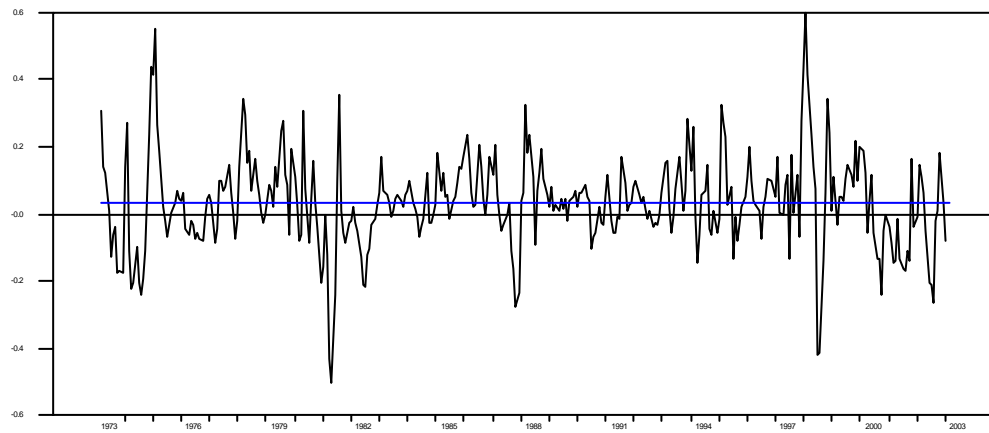
**a-Bêta conditionnel**



**b-Corrélation avec le portefeuille de marché mondial**



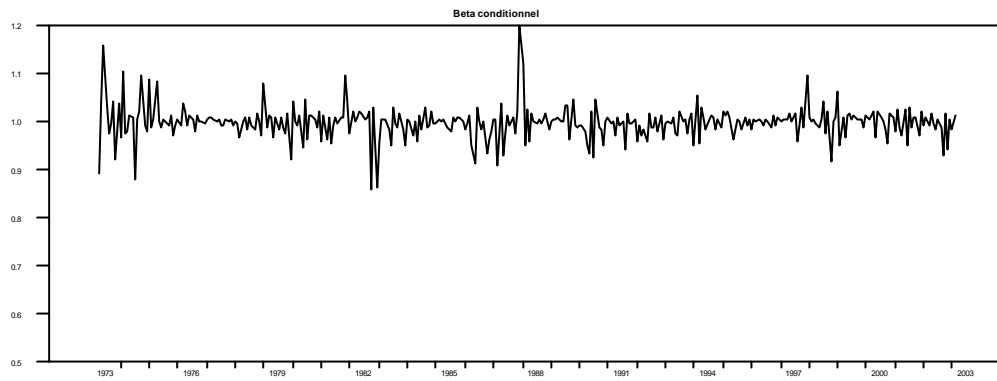
**c-Gain anticipé de diversification internationale**



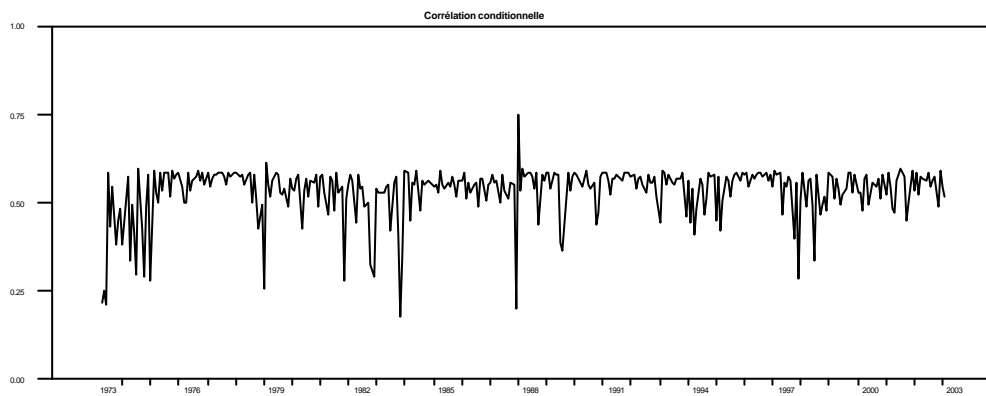
**Figure 6**

**Marché de Hong Kong**

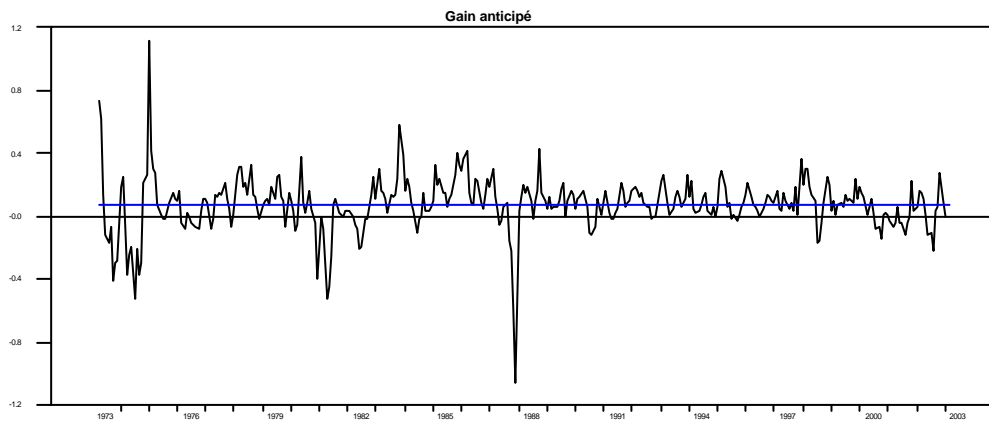
**a- Bêta conditionnel**



**b- Corrélation avec le portefeuille de marché mondial**



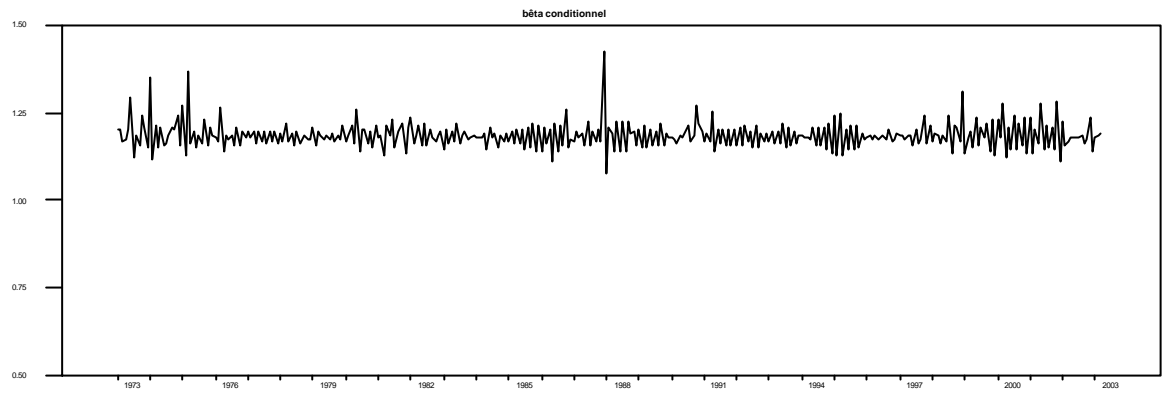
**c- Gain anticipé de diversification internationale**



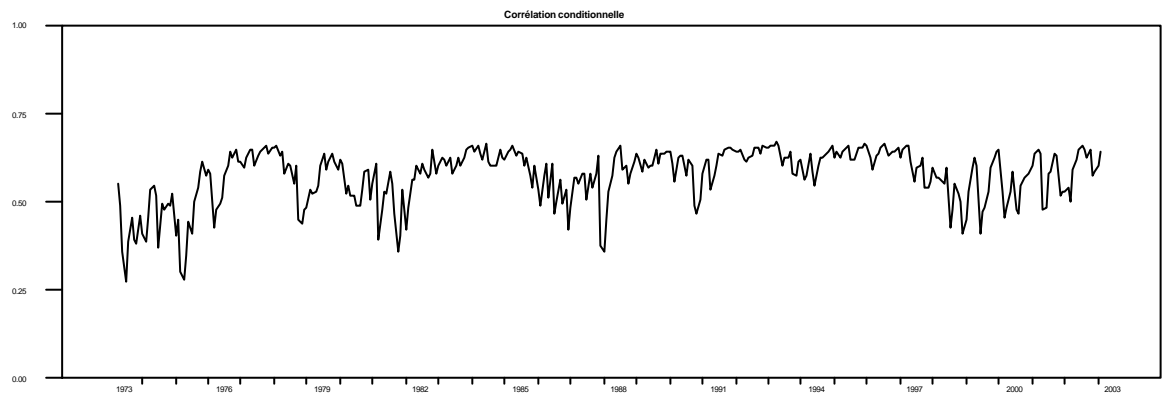
**Figure 7**

## Marché de Singapour

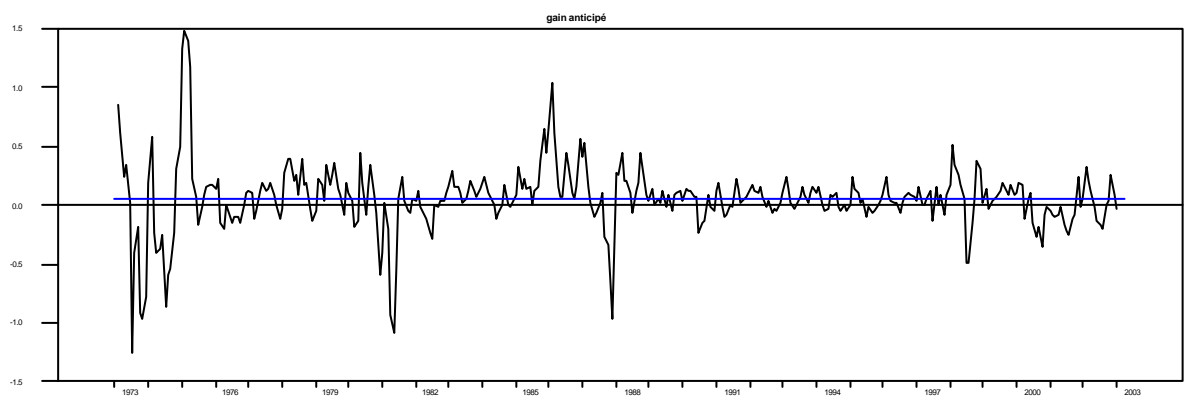
### a- Bêta conditionnel



### b- Corrélation avec le portefeuille de marché mondial



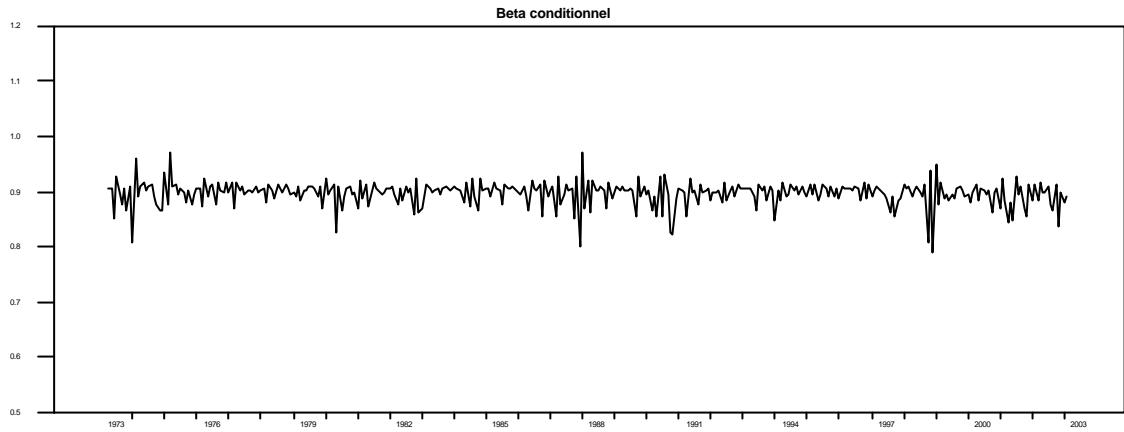
### c- Gain anticipé de diversification internationale



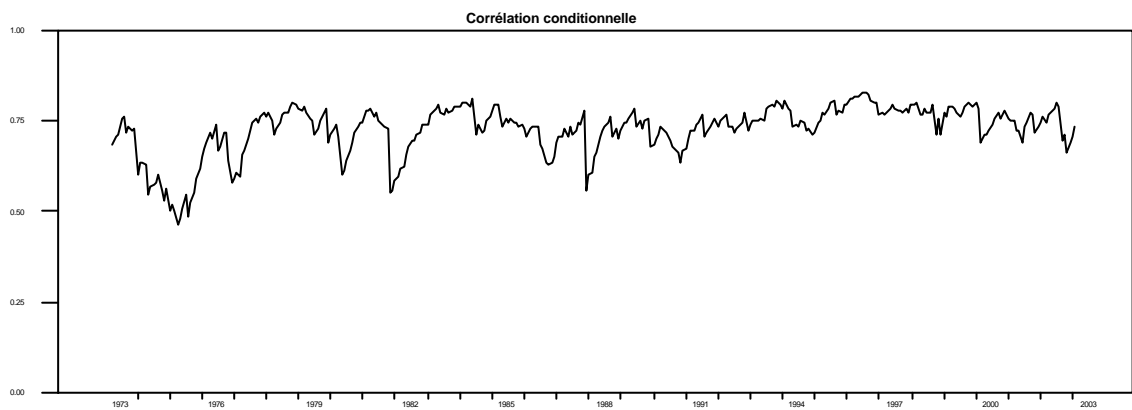
**Figure8**

**Marché britannique**

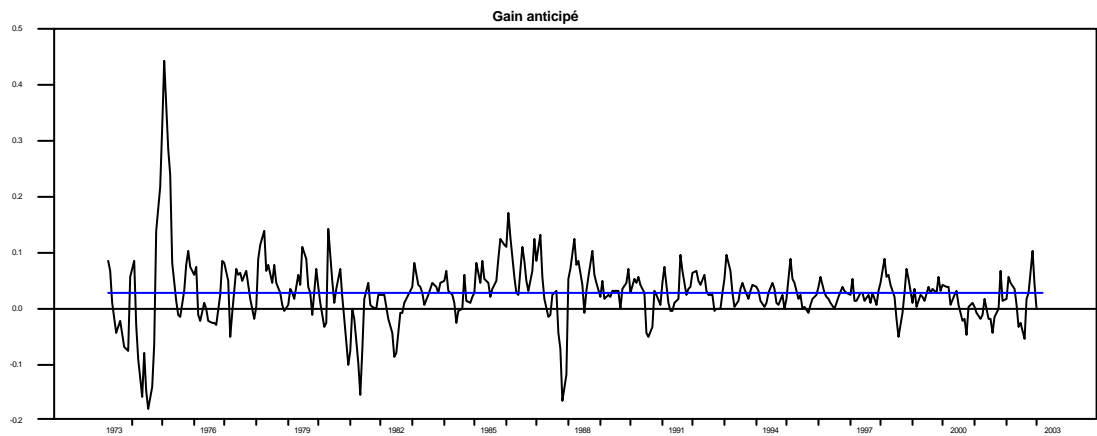
**a- Bêta conditionnel**



**b- Corrélation avec le portefeuille de marché mondial**

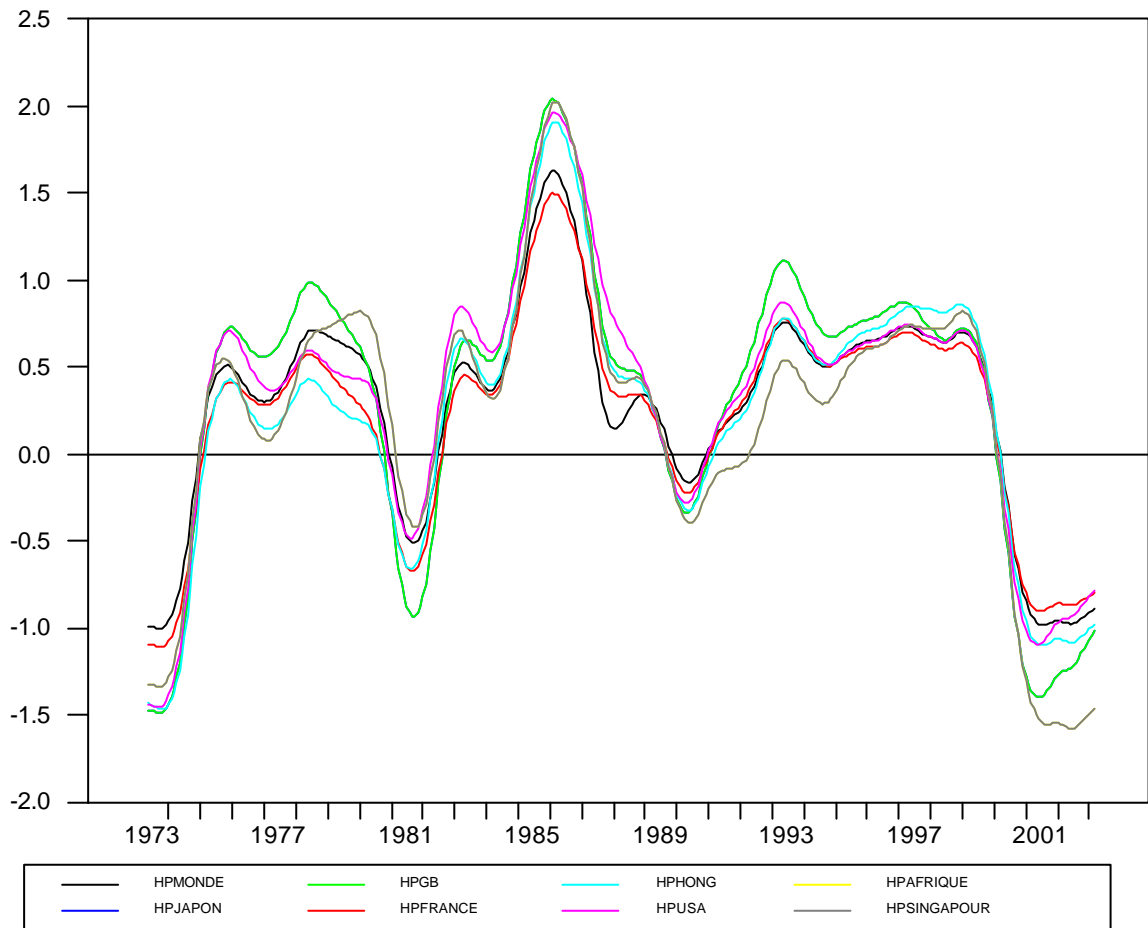


**c- Gain anticipé de diversification internationale**



***Figure 9***

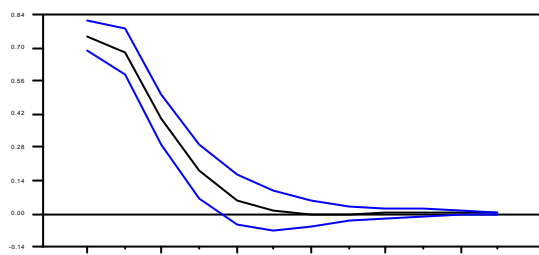
**Prix de risque de covariance par marché**



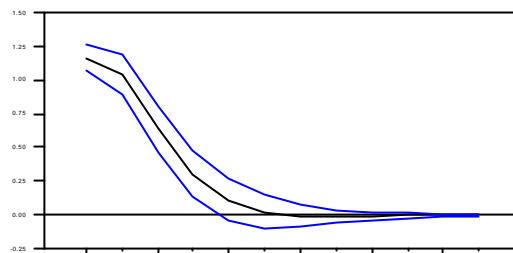
**Figure 10**

**Fonctions de réponse impulsionnelle des prix de risque de covariance**

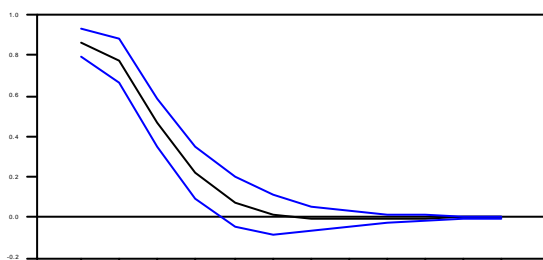
**a- Réponse de la France aux Etats-Unis**



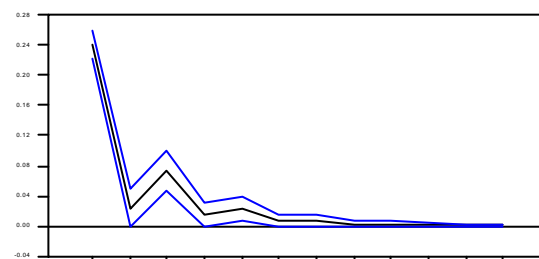
**d- Réponse de Singapour aux Etats-Unis**



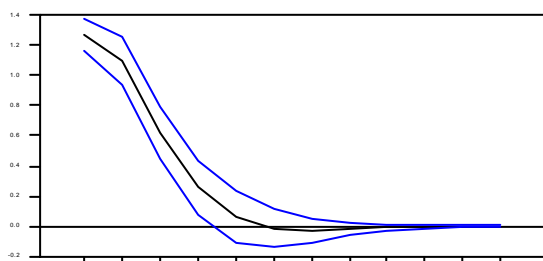
**b- Réponse de la Grande-Bretagne aux Etats-Unis**



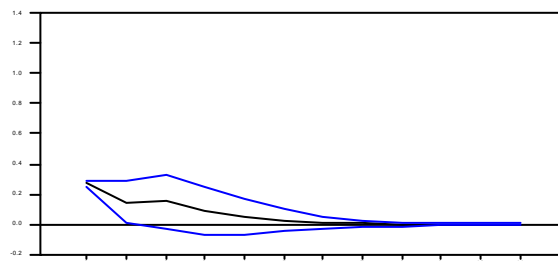
**e- Réponse de Hong Kong à son propre choc**



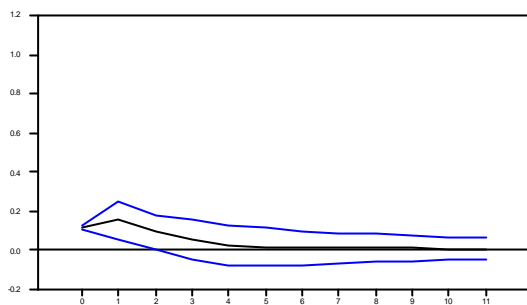
**c- Réponse de l'Afrique du Sud aux Etats-Unis**



**f- Réponse de l'Afrique du Sud à Singapour**



### g- Réponse des Etats-Unis à l'Afrique du Sud



### h- Réponse de Singapour à l'Afrique du Sud

