Negociación Nash Gradual con Agenda Endógena: Un Modelo Trayectoria-Dependiente

Julián J. Arévalo*
Universidad Externado de Colombia
jarevalo@uexternado.edu.co

Febrero de 2004

Resumen

Este artículo propone una metodología para atacar el problema de considerar la agenda de negociación como un fenómeno endógeno al problema de negociación gradual reconociendo tales problemas como procesos trayectoria-dependientes. Se presentan los resultados de corto, mediano y largo plazo en la negociación, así como una posible aplicación del modelo.

Abstract

This article proposes a methodology to attack the problem of considering the bargaining agenda as an endogenous phenomenon to the problem of gradual bargaining, recognizing such problems as path-dependent processes. Main results of short, medium and long term in the bargaining are presented, as well as a possible application of the model.

JEL classification: C60, C71, C78.
Keywords: juegos de negociación, procesos trayectoria-dependientes.

1. Introducción

Los juegos de negociación se refieren a situaciones en las que dos o más partes deben alcanzar un acuerdo acerca de cómo repartirse un determinado objeto o cantidad monetaria. En estos juegos, cada jugador prefiere alcanzar un acuerdo que no hacerlo; pero a su vez, prefiere el acuerdo más favorable desde su punto de vista. Ejemplos de tales situaciones son la negociación entre un sindicato y los empresarios de una compañía acerca del incremento salarial; la disputa entre dos comunidades sobre la repartición de un territorio común; las condiciones bajo las cuales dos países pueden iniciar un programa de desarme nuclear; etc. El análisis de este tipo de problemas busca, en primera instancia, una solución en la cual se especifique la fracción del objeto de la negociación que le corresponde a cada parte negociante.

*Este artículo, que hace parte de un trabajo más extenso, fue realizado con la dirección del profesor Sergio Monsalve a quien agradezco toda su colaboración.

En un problema de negociación, las partes pueden disputar el total del objeto en cuestión de una sola vez, o este puede ser fraccionado de tal forma que se negocie en etapas diferentes cada fracción del objeto inicial.

Así, un procedimiento diferente al clásico para el desarrollo de un problema de negociación, consiste en subdividir el objeto total de la negociación en varias partes con el ánimo de evitar un cese en el proceso; en negociar tales partes de forma individual y secuencial; en establecer los acuerdos alcanzados como puntos de desacuerdo para etapas posteriores; y en continuar hasta agotar el objeto total de la negociación. De forma más sencilla, el procedimiento consiste en definir una *agenda de negociación* que contemple todos los puntos a ser negociados, y establecer acuerdos sobre cada uno de estos por aparte, con la condición de que llegado cierto punto, si no se logra alcanzar un acuerdo, se tiene como resultado del proceso el acuerdo alcanzado hasta el punto inmediatamente anterior al que generó el cese de las negociaciones.

La principal ventaja de particionar un problema de negociación consiste en facilitar la implementación de la solución a través de una reducción del riesgo de que fracase el proceso. A este respecto, Axelrod (1984) escribía:

> "...por ejemplo, un tratado de control de armamentos o de desarme podría ser descompuesto en muchas etapas intermedias; ello permitiría a las dos partes negociadoras ir avanzando con pasos relativamente pequeños en lugar de tener que dar uno o dos pasos grandes decisivos... si ambas partes supieran que a un paso impropio de la otra, se puede responder con la decisión recíproca en la fase siguiente, *ambas partes tendrían más confianza en que el proceso funcionará como está previsto*"p. 128-129. (Cursivas propias)

y, de forma específica, agregaba:

> "el tener que dar muchos pasos pequeños ayudará más a promover la cooperación, que tener que dar solamente uno o dos muy importantes."

En la misma dirección, refiriéndose a la importancia de los acuerdos parciales en la generación de confianza, hace ya más de cuarenta años Schelling (1960) escribía:

> "Si se consigue concluir cierto número de acuerdos, cada una de las partes puede estar dispuesta a arriesgar una pequeña inversión con el fin de crear una tradición de confianza. La finalidad perseguida es permitir que cada parte demuestre que comprende la necesidad de confianza y que sabe que la otra la comprende también. Así, si se tiene que negociar sobre un asunto importante, puede resultar necesario buscar y negociar otras cuestiones secundarias para "practicar"; para establecer la confianza necesaria de cada una de las partes en que la otra comprende el valor a largo plazo de la buena fe. Aún cuando no vaya a repetirse la situación en el futuro, cabe la posibilidad de crear una situación equivalente dividiendo la cuestión sujeta a negociación en partes consecutivas"p. 62.

Sin embargo, este enfoque ha recibido muy poca atención por parte de la literatura. Wiener and Winter (1999) y O´Neill, Samet, Wiener, and Winter (2003) llaman la atención sobre la prolífica discusión acerca de las soluciones estáticas (clásicas) de negociación, frente al corto camino recorrido en el análisis de problemas de negociación en los cuales *el conjunto de negociación se expande gradualmente*; es decir, problemas de negociación en los cuales previamente se ha establecido una agenda. De esta forma, plantean una trayectoria de solución a problemas de negociación gradual en la cual la "agenda" de negociación se considera exógena, a lo cual aducen:

> "...surgen, desde luego, importantes preguntas con respecto a la agenda. El resultado final de la negociación depende de la forma en que el pastel grande sea partido en pequeños pedazos."(Wiener and Winter (1999), p. 3)

Es decir, los resultados del proceso podrían cambiar dependiendo de la forma en que se estructure la agenda.

Al descomponer un problema de negociación en varias etapas, resulta usual encontrar que la agenda no se establece totalmente de forma previa o, de ser así, tal agenda es susceptible de ser modificada conforme avanza el proceso. Resulta natural pensar que las ofertas, exigencias y acuerdos que se llevan a cabo en etapas posteriores de la negociación, estarán fuertemente relacionados con aquellos alcanzados en etapas previas. Puede ocurrir que a medida que avanza el proceso una de las partes se haga más fuerte, lo que la llevará a exigir más en cada etapa o, por el contrario, que el proceso mismo se encargue de igualar a las partes, de tal forma que aquella que sea más beneficiada en las primeras etapas deba ceder en las etapas posteriores. Así, es claro que existe la posibilidad de que se generen rendimientos crecientes, decrecientes o constantes a escala durante la negociación. Para aproximarnos a una forma de modelar la agenda de negociación es necesario reconocer el proceso de negociación como uno en el cual las partes enfrentan condiciones cambiantes, determinadas parcialmente por el azar, y por la historia misma del proceso, en el cual ciertas posiciones de las partes pueden tomar más fuerza conforme las etapas avanzan[1].

Como una *primera aproximación* al problema de modelar una agenda de negociación de forma endógena, recurriremos a la metodología de Arthur, Ermoliev, and Kaniovski (1983, 1987) para estudiar procesos trayectoria-dependientes (*path- dependent*) aunque, como se mostrará, el mismo análisis es válido no sólo para rendimientos crecientes a escala, sino también para otros tipos de rendimientos.

El objetivo de este artículo es, pues, *implementar un mecanismo simple que haga endógena la agenda de negociación, y así analizar las posibles diferencias en los resultados de las negociaciones, dependiendo de la forma como se haya estructurado la misma.*

[1]Por ejemplo, Schelling (1960) destaca la importancia de los acuerdos iniciales en un proceso de negociación con una frase usual en este tipo de situaciones: "Si cedo ahora, usted revisará su opinión acerca de mí para nuestras futuras negociaciones; para defender mi reputación ante usted, debo mantenerme firme". p.45

En la segunda sección se presentan algunos elementos de la teoría clásica de negociación, en la tercera se presentan los aspectos más destacados del modelo de negociación gradual de Wiener and Winter (1999). La parte más importante del artículo se desarrolla en la sección 4 donde se presenta el modelo con agenda endógena. Seguido a esto se presenta una posible aplicación del modelo al caso de Egipto e Israel en 1978, y en la sección 6 se presentan las conclusiones.

2. Teoría Clásica de Negociación

Como dijimos, en un problema clásico de negociación el resultado es un acuerdo alcanzado por todas las partes involucradas (o el status quo del problema) y está claro que centrarse en la toma de decisiones individuales no es suficiente para hacer predicción alguna acerca del mismo. No obstante, la teoría clásica de negociación asume que cada participante en la negociación decide entre los acuerdos posibles siguiendo la conducta predicha por el modelo de elección racional. En particular, se asume que las preferencias de cada jugador sobre los acuerdos posibles pueden representarse mediante una función de utilidad von Neumann-Morgenstern[2].

Nash (1950) define un problema clásico de negociación como un conjunto de *asignaciones de utilidad conjuntas*, algunas de las cuales corresponderán a las que obtendrían si logran alcanzar un acuerdo, y otra al caso en el que no alcanzan ningún acuerdo.

En lo que sigue se asume que la negociación es sólo entre dos agentes ($n = 2$)[3]. Podemos, entonces, definir formalmente un juego de negociación de la siguiente forma:

Definición 1. (Juego de Negociación)
Un *juego de negociación* de dos agentes se define como un par (F, d) donde $F \subset \mathbf{R}^2_+$ es el conjunto de asignaciones posibles de utilidad conjunta (posibles acuerdos), y $d \in F$ es el punto de desacuerdo[4]. Se asume que F es cerrado, acotado, convexo y comprehensivo.[5]

Definición 2. (Solución de Negociación)
Si Λ denota al conjunto de *todos* los problemas de negociación posibles en $\mathbf{R}^2$, una *solución de negociación* es una regla $\phi : \Lambda \to \mathrm{R}^2_+$ que asigna, a cada problema de negociación (F, d), vectores de utilidad de la forma $\phi(F, d) = (\phi_1(F, d), \phi_2(F, d)) \in F$

[2]Es decir, se asume que las preferencias de cada agente satisfacen los axiomas de completitud, transitividad, independencia y continuidad, de la forma convencional (Mas-Colell, Whinston, and Green (1995)).

[3]No hay pérdida de generalidad en este supuesto si se dejan como únicas opciones a los jugadores la unanimidad frente a un acuerdo o el desacuerdo total.

[4]$\mathbf{R}^2_+ = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | x \geq 0, y \geq 0\}$.

[5]Esto es:

i. F es convexo si para todo $x, y \in F \subset \mathbf{R}^2$, y $\alpha \in [0, 1], \alpha x + (1 - \alpha)y \in F$.

ii. F es acotado si existe un $K > 0$ tal que para todo $x \in F, ||x|| \leq K$.

iii. F es cerrado si $\{x_n\}_n \subseteq F$ y $x_n \to x$, entonces $x \in F$

iv. F es comprehensivo si $x \in F$ y $x \geq y \geq 0$, implica $y \in F$.

(una para cada agente), correspondiente a la evaluación de su función de utilidad en la solución prescrita.

Para la definición de una solución de negociación específica, se ha seguido la propuesta de Nash, estableciendo los axiomas que debería satisfacer la misma. Algunos de los axiomas más utilizados en la construcción de soluciones de negociación son eficiencia, simetría, independencia de alternativas irrelevantes, invarianza escalar, monotonicidad, etc. Un listado exhaustivo de estos axiomas puede encontrarse en Thomson (1994). A continuación se presentan tres de las más destacadas soluciones a problemas de negociación clásicos.

Solución Nash de Negociación (Nash (1950))
La *solución Nash de negociación* $\phi_N(F,d)$ es aquella que *maximiza el producto de las utilidades de los agentes sobre el conjunto de negociación*:

$$\begin{gathered}\phi_N(F,d) \in \operatorname{argmax}(x-d_1)(y-d_2)\\ \text{s.a:}\\ x,y \in F\\ x,y \geq d_i\end{gathered}$$

Es fácil probar que si la frontera de Pareto de F es suave y está determinada por una ecuación de la forma $H(x,y)=0$, esta frontera y la curva $(x-d_1)(y-d_2)=t$ para algún t, tienen una tangente en común. Esto es, en la solución Nash de negociación, el gradiente[6] de la función que determina la frontera de Pareto $(H_x(x,y), H_y(x,y))$, y el gradiente del "producto de Nash" (y,x) están relacionados así:

$$\frac{H_x(x,y)}{H_y(x,y)} = \frac{y}{x} \tag{1}$$

Nota 1.
Para situaciones en que los jugadores presenten diferente "*poder de negociación*"[7], se utiliza lo que se conoce como *el producto de Nash generalizado*, donde la solución de negociación maximiza la expresión $(x_1-d_1)^\alpha(x_2-d_2)^\beta$, siendo $\alpha,\beta>0$ indicadores de tal poder de negociación de los jugadores 1 y 2 respectivamente.

Solución Kalai - Smorodinsky (Kalai and Smorodinski (1975))
Definiendo el "punto ideal" $I(F,d)$ de un problema de negociación (F,d) donde $I_i(F,d) = \text{máx}\{x_i | x \in F, \text{ para todo } i\}$, la solución Kalai - Smorodinsky $\phi_K(F,d)$ se define como el punto en la frontera del conjunto factible que conecta el punto de desacuerdo con el punto ideal.

Así, la solución Kalai-Smorodinski es el único punto en la frontera eficiente en el cual

$$\frac{(y-d_2)}{(x-d_1)} = \frac{(I_2(F,d)-d_2)}{(I_1(F,d)-d_1)} \tag{2}$$

[6] El gradiente de una función $H:\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ es el vector de derivadas parciales $\left(\frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial y}\right)$, que también se escribe (H_x, H_y).

[7] A causa de su aversión al riesgo, información disponible, etc.

Solución Igualitaria **(Kalai (1977))**
La solución igualitaria $\phi_I(F,d)$, divide por partes iguales entre los agentes, las ganancias resultantes de la negociación. Esto es, para todo problema de negociación (F,d), $\phi_I(F,d)$ es el vector en la frontera de F cuyas coordenadas son iguales. En general, maximiza la función de bienestar social $\text{mín}\{x,y\}$ sobre F, lo que equivale a que siempre $y - d_2 = x - d_1$.

3. Modelo de Negociación Gradual [Wiener and Winter (1999); O´Neill, Samet, Wiener, and Winter (2003)]

Un problema de negociación gradual es un proceso a través del tiempo en el cual las posibilidades de negociación de los agentes se expanden o se contraen, determinando lo que en adelante llamaremos una *agenda de negociación*, y que ahora definimos formalmente:

Definición 3. (Agenda de Negociación)
Una *agenda de negociación* es un par de funciones (H,F),

$$H : \mathbf{R}^2_+ \to \mathbf{R}, \qquad F : \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}^2_+$$

tales que, para todo $t \in \mathbf{R}_+, F_t$ es el conjunto de negociación

$$F_t = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2_+ | H(x,y) \leq t\}$$

Se asumirá aquí que:

i. H es continua, diferenciable con continuidad, creciente en x, y y convexa[8]

ii. F es monótona creciente en t: si $t \leq t'$ entonces $F_t \subseteq F_{t'}$

Definición 4. (Problema de Negociación Gradual)
Un *problema de negociación gradual* es una tripla (H,F,d) que consiste en una agenda de negociación (H,F) y un punto de desacuerdo $d \in \mathbf{R}^2_+$.

Habiendo especificado ya un problema de negociación gradual, *una solución gradual de negociación es una regla que especifica una asignación de utilidades para cada uno de los agentes en cada momento del tiempo*; es decir, al estarse expandiendo el conjunto de negociación, la solución consiste en una trayectoria que determina los pagos en cada instante.

Definición 5. (Solución Gradual de Negociación)
Una *solución gradual de negociación* del problema de negociación gradual (H,F,D)

[8] H es convexa en $\mathbf{R}^2_+$ si para todo $x, y \in \mathbf{R}^2_+$ y $\lambda \in [0,1]$, $H(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda H(x) + (1-\lambda)H(y)$

es una trayectoria diferenciable

$$\begin{aligned} \phi : \mathbf{R}_+ \to & \mathbf{R}_+^2 \\ t \to & \phi(t) = (x(t), y(t)) \end{aligned}$$

tal que $\phi(t) \in F(t)$ para todo t.

A modo de ilustración centrémonos, por un momento, en la situación en que el conjunto de valores que puede tomar t es *contable*, lo que equivale a decir que las posibilidades de negociación se expanden de forma *discreta*. Así, establecemos en cada período un problema de negociación clásico en el cual el punto de desacuerdo es la asignación establecida en el período inmediatamente anterior. Para la repartición del nuevo objeto de la negociación es posible recurrir a varios "esquemas de arbitraje". Para ilustrar esta idea, a continuación se presentan dos esquemas posibles.

Esquema de Arbitraje Nash
Cada porción adicional del objeto de la negociación se reparte de acuerdo a la solución Nash de negociación (ver figura 1).

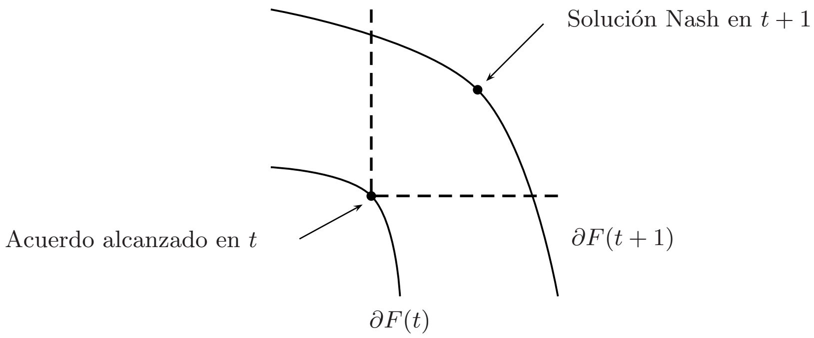


Figura 1: Esquema de Arbitraje "Nash en cada etapa"

Esquema de Arbitraje por Turnos
Cada porción adicional del objeto de la negociación le corresponde en su totalidad a un jugador previamente escogido. En la etapa siguiente le corresponde al otro jugador, y así sucesivamente. En la figura 2 puede observarse un ejemplo en el cual en la etapa $(t+1)$ toda la expansión del conjunto le corresponde al jugador 1, y en la etapa $(t+2)$ le corresponde al jugador 2.

Definición 6. (Solución Nash Gradual)
Una *Solución Nash Gradual* (SNG) es una solución gradual de negociación $\phi(t) = (x(t), y(t))$ tal que a cada problema de negociación gradual (H, F, d), le asigna una solución a la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{H_x(x,y)}{H_y(x,y)} \tag{3}$$

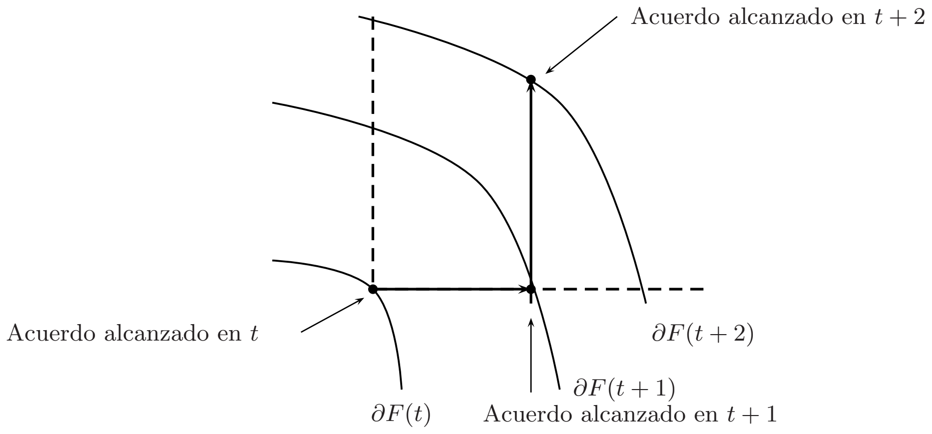


Figura 2: Esquema de Arbitraje "por Turnos"

Es interesante notar que, independientemente de la forma en que se "repartan" las ganancias originadas a partir de las expansiones del conjunto de negociación, *siempre y cuando estas expansiones sean lo suficientemente pequeñas*, todas las soluciones graduales tienen como característica común, satisfacer la condición anterior. Es decir, esta última surge, para expansiones pequeñas del conjunto de negociación, independientemente del esquema de arbitraje utilizado. Para ver esto formalmente, ver Wiener and Winter (1999).

De acuerdo a esta solución gradual de negociación, en cada etapa la repartición del objeto de la negociación favorece al jugador "más necesitado", donde el "grado de necesidad" se determina por la relación marginal de sustitución entre la utilidad de los dos jugadores; esto es, el número de "útiles" a los cuales debe renunciar el jugador 2, para que el jugador 1 incremente su utilidad en un útil, manteniéndose en el mismo conjunto de posibles acuerdos.

Resulta importante destacar la diferencia entre la solución Nash de negociación y la solución Nash gradual: esta última favorece al jugador más necesitado, mientras que la primera favorece al más dispuesto a asumir riesgos.

Nótese que, como la frontera dada por H es suave y estrictamente creciente en x e y, la SNG establecerá *una única trayectoria de solución.* Para determinar el valor exacto que toma la función en cada período, se asume que la solución se encuentra en la frontera del conjunto factible en cada momento del tiempo.

4. Endogenización de la Agenda de Negociación

La solución gradual de negociación que desarrollan Wiener and Winter (1999) considera una agenda *previamente establecida*; sin embargo, como dijimos, es usual que los aspectos que se incluyan en la negociación en cada etapa, dependan de los acuerdos previamente alcanzados, y de factores aleatorios; esto es, *las condiciones* *iniciales de la negociación, la historia del proceso, así como factores impredecibles durante esta pueden incidir sustancialmente en la determinación de la agenda de negociación.* Al abordar este tipo de problemas *dinámicos*, nuestro interés puede recaer en las distribuciones o estados estacionarios del modelo, así como en las trayectorias a través de las cuales el modelo alcanza tales estados.

Como una primera forma de abordar el problema, en la especificación del modelo se asumirá solo dos agentes que, además, son *neutrales al riesgo*[9].

La dinámica de la negociación que se propone será de la siguiente forma:

i. En una primera etapa, los agentes deben decidir acerca de la repartición de una de las partes del objeto, exógenamente determinada.

ii. Una vez alcanzado el acuerdo, los agentes evalúan su ganancia en la negociación frente a lo que habrían obtenido en el estado ideal desde su punto de vista individual.

iii. La evaluación realizada determinará la posición dominante o desfavorable de cada uno de los jugadores para la siguiente etapa, lo que a su vez condicionará el conjunto de posibles resultados siguientes.

iv. Una vez determinado este nuevo conjunto de posibles acuerdos, el proceso se repite desde la etapa *ii*, hasta que el objeto de la negociación haya sido negociado en su totalidad.

La determinación de la parte del objeto a negociarse en cada etapa, así como el número de etapas de la negociación, son endógenos al modelo.

4.1. Agenda de Negociación como un Proceso Trayectoria-Dependiente

Como estamos interesados en un problema de negociación donde el conjunto de posibles acuerdos se expande gradualmente, pero tal expansión está condicionada a la historia del proceso, haremos una primera aproximación considerando la sucesión de tales expansiones (la agenda de negociación) como un proceso trayectoria-dependiente que se expande a través de soluciones Nash de negociación.

Teniendo en cuenta que asumimos dos agentes neutrales al riesgo, podemos definir los conjuntos de negociación en cada etapa de la siguiente forma: en la primera etapa,

$$F_1 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2_+ | ax + by \leq \eta\} \tag{4}$$

donde η, a y b han sido determinados de antemano, y $a, b, \eta > 0$. Una vez se ha alcanzado un acuerdo, el conjunto de negociación se expande *en la dirección que sólo favorece a uno de los jugadores*, y la magnitud de la expansión será δ^z donde z es el número de veces que el jugador a favor del cual se expande el conjunto, ha

[9] Un agente es neutral al riesgo si su función de utilidad es de la forma $u(w) = \alpha w + \beta, \alpha > 0$.

experimentado tal expansión, y $0 < \delta < 1$[10]. Así, en la segunda etapa el conjunto de negociación será:

$$F_2 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2_+ | ax + by \leq \eta + \delta x\} \tag{5}$$

si la expansión favoreció al jugador 1; o

$$F_{2'} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2_+ | ax + by \leq \eta + \delta y\} \tag{6}$$

si la expansión favoreció al jugador 2. Esto puede verse en la figura 3, donde el punto ϕ_1 indica el acuerdo alcanzado en la etapa 1.

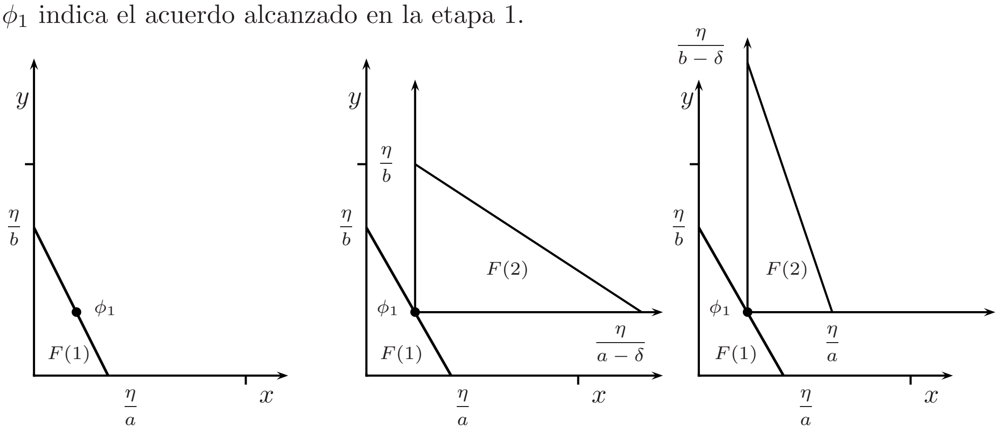


Figura 3: Expansiones del Conjunto de Negociación

Generalizando las expresiones anteriores podemos ver que para cualquier etapa t el conjunto de negociación está dado por:

$$F_t = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2_+ | ax + by \leq \eta + x \left(\sum_{i=0}^{r} \delta^i - 1 \right) + y \left(\sum_{j=0}^{t-r} \delta^j - 1 \right) \right\}$$

donde $r \leq t$ es el número de veces (hasta la etapa t) en que el conjunto se ha expandido en la dirección que favorece al jugador 1, y $t - r$ el número de veces que el conjunto se ha expandido en la dirección que favorece al jugador 2.

Una vez establecido el conjunto de negociación en cada etapa, el problema consiste en encontrar la solución en cada una de estas. Para tal fin, se asumirá el esquema de arbitraje *Nash en cada etapa* presentado en la sección anterior; esto es, en cada período, el objeto se reparte de acuerdo a la solución Nash de negociación[11]. Como en este caso la frontera del conjunto en todas las etapas es una línea recta, en la solución Nash de negociación se igualan la pendiente de la recta que describe la frontera del conjunto, y la pendiente de la curva xy.

[10]Nótese que con esta forma particular de caracterizar las expansiones del conjunto de negociación, estamos diciendo que cada jugador da una mayor valoración a las primeras expansiones que lo favorecen, que a expansiones en etapas posteriores.

[11]Haber asumido agentes neutrales al riesgo implica que las soluciones Nash de negociación y Kalai-Smorodinski coinciden en todas las etapas.

Así, en la primera etapa tenemos que la ecuación que describe la frontera del conjunto es $ax + by = \eta$, y despejando para y se obtiene la recta

$$y = \frac{\eta}{b} - \frac{a}{b}x; \tag{7}$$

luego en la solución Nash se tiene $\dfrac{a}{b} = \dfrac{y}{x}$, que genera pagos de

$$x = \frac{\eta}{2a}, \quad y = \frac{\eta}{2b} \tag{8}$$

para los jugadores 1 y 2 respectivamente, y que corresponde a las utilidades en la primera etapa de la negociación.

Una vez alcanzado este acuerdo, en la segunda etapa el conjunto de negociación será $F(2)$ o $F(2')$. Si el conjunto se expande en la dirección que favorece a 1, bajo la solución Nash de negociación sobre el nuevo conjunto, los pagos serán $\phi_2 = \left(\dfrac{\eta}{2(a-\delta)}, \dfrac{\eta}{2b}\right)$ mientras que si se expande en la dirección que favorece a 2, estos serán $\phi_2' = \left(\dfrac{\eta}{2a}, \dfrac{\eta}{2(b-\delta)}\right)$.

Reiterando el mismo argumento para etapas posteriores, se obtienen las series de pagos correspondientes a las posibles trayectorias de negociación (ver figura 4).

Generalizando estos resultados, se encuentra que:

$$x_t^1 = \begin{cases} \dfrac{\eta}{2(a + 1 - \sum_{j=0}^{r} \delta^j)} & \text{si la última expansión favoreció a 1 ,} \\ x_{t-1}^1 & \text{si la última expansión favoreció a 2 .} \end{cases} \tag{9}$$

$$x_t^2 = \begin{cases} \dfrac{\eta}{2(b + 1 - \sum_{j=0}^{t-r} \delta^j)} & \text{si la última expansión favoreció a 2 ,} \\ x_{t-1}^2 & \text{si la última expansión favoreció a 1 .} \end{cases}$$

Es fácil ver que las ganancias máximas posibles de los jugadores 1 y 2 respectivamente *en la etapa* t vienen dadas por:

$$x_t^{1^*} = \frac{\eta}{a + 1 - \sum_{k=1}^{t} \delta^{k-1}}, \qquad x_t^{2^*} = \frac{\eta}{b + 1 - \sum_{k=1}^{t} \delta^{k-1}} \tag{10}$$

Haciendo t suficientemente grande, la condición de no-negatividad de estas expresiones implica que $\delta < \dfrac{a}{1+a}, \delta < \dfrac{b}{1+b}$; de igual forma, con un análisis similar al desarrollado para encontrar las ganancias en cada período, es fácil mostrar que las ganancias máximas posibles *hasta el período* t, están dadas por: $y_t^{i^*} \equiv \sum_{j=1}^{t} x_j^{i^*}$, es decir,

$$y_t^{1^*} = \sum_{j=1}^{t} \frac{\eta}{\left(a + 1 - \sum_{k=1}^{j} \delta^{k-1}\right)}, \qquad y_t^{2^*} = \sum_{j=1}^{t} \frac{\eta}{\left(b + 1 - \sum_{k=1}^{j} \delta^{k-1}\right)} \tag{11}$$

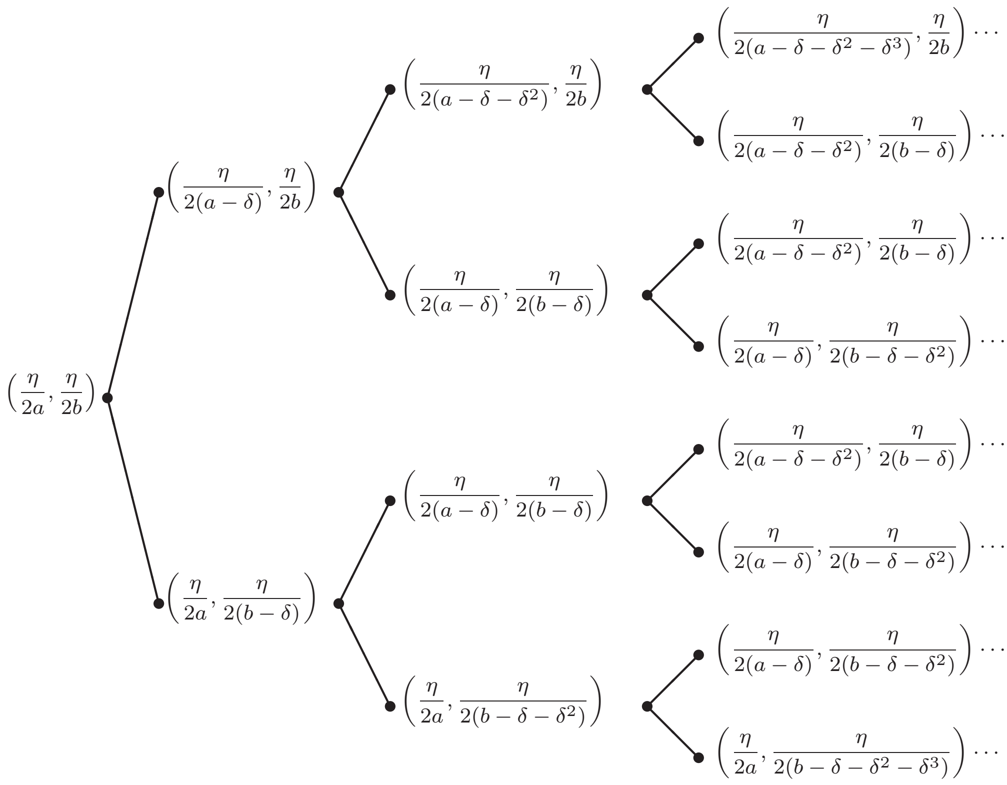


Figura 4: Trayectorias de Negociación

Obsérvese que las ganancias efectivas de cada jugador hasta cierta etapa, así como sus ganancias máximas posibles, están determinadas por los valores de η, a y b, y por el valor de δ que representa la magnitud de la expansión del conjunto en cada etapa. La pregunta, al igual que en cualquier proceso trayectoria-dependiente, es si tal proceso se estabiliza en una trayectoria fija de "ventajas de negociación". Esto es, nos interesa saber si *emerge* alguna macro-estructura en tal proceso y, en caso de que esto sea cierto, cómo será tal estructura, y la trayectoria a través de la cual emerge. Modelar la agenda de negociación como un proceso trayectoria-dependiente, intenta capturar la idea de que la probabilidad de que, en un período dado, el conjunto de negociación se expanda en la dirección que favorece a un jugador, es cierta función de la relación [ganancias efectivas/ganancias potenciales] de este mismo jugador en períodos anteriores. Para esto incluimos la siguiente definición.

Definición 7. (Ventaja en la Negociación)
En un problema de negociación gradual (H, F, d), llamemos $x_t^{i^*}$ la ganancia máxima posible (en utilidad) del jugador i en el período t (ex-ante), y x_t^i la ganancia verdadera del jugador i en el período t (ex-post); *la ventaja (absoluta) en la negociación* del

jugador i en el período t, α_t^i se define para $i = 1, 2$, como

$$\alpha_t^i \equiv \frac{\sum_{k=1}^{t-1} x_k^i}{\sum_{k=1}^{t-1} x_k^{i^*}} \qquad \text{si } t > 1 \tag{12}$$

$\alpha_1^1 = \alpha_1^2 = 0{,}5$. Obsérvese que $0 \leq \alpha_t^i \leq 1$ para todo $t \geq 1, i = 1, 2$

Por ejemplo, si han pasado dos etapas del proceso y en la primera etapa el jugador 1 podía obtener máximo 0.4 y lo obtuvo, pero en la segunda podía obtener máximo 0.5 y solo obtuvo 0.3, entonces su ventaja en la negociación es (0.4+0.3)/(0.4+0.5)=0.777. De aquí puede verse que cada jugador evalúa sus ganancias con respecto al caso ideal, hasta el acuerdo inmediatamente anterior, tal como dijimos en el numeral *ii.*

Con el propósito de facilitar la notación para el análisis que se presenta a continuación, y teniendo en cuenta que

$$y_t^i \equiv \sum_{k=1}^{t} x_k^i, \qquad i = 1, 2 \tag{13}$$

y,

$$y_t^{i^*} \equiv \sum_{k=1}^{t} x_k^{i^*}, \qquad i = 1, 2; \tag{14}$$

entonces,

$$\alpha_t^i = \frac{y_{t-1}^i}{y_{t-1}^{i^*}} \qquad i = 1, 2; \tag{15}$$

A partir de ahora se suprime el superíndice que denota al jugador, dado que el análisis es válido para cualquiera de ellos. Notemos de (13) que la evolución de las *ganancias acumuladas* por un jugador durante la negociación hasta el período t viene dada por la expresión:

$$y_t = y_{t-1} + x_t; \tag{16}$$

De igual forma, la evolución de la ventaja absoluta en la negociación puede obtenerse dividiendo la expresión anterior por y_t^*:

$$\frac{y_t}{y_t^*} = \frac{y_{t-1}}{y_t^*} + \frac{x_t}{y_t^*} \tag{17}$$

Reemplazando en (17) los valores de α_{t+1} y y_t^* se obtiene

$$\alpha_{t+1} = \frac{y_{t-1} + x_t}{y_{t-1}^* + x_t^*} \tag{18}$$

Sumando y restando α_t al lado derecho de (18) se obtiene:

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t + \frac{y_{t-1} + x_t}{y_t^*} - \frac{(y_{t-1}^* + x_t^*)\alpha_t}{y_t^*} \tag{19}$$

y, por lo tanto,

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t + \frac{1}{y_t^*}(x_t - \alpha_t x_t^*) \tag{20}$$

Esta ecuación (20) describe la dinámica del sistema. Para ver su evolución, calculemos el valor esperado condicional en α_t:

$$E[\alpha_{t+1}|\alpha_t] = \alpha_t + \frac{1}{y_t^*}[E[x_t|\alpha_t] - x_t^*\alpha_t] \tag{21}$$

Notemos que los dos primeros términos del lado derecho permanecen inalterados, mientras que el numerador del último término, al corresponder a la ganancia efectiva del jugador en la etapa t, está dado por la ecuación (9). De esta forma, la ganancia efectiva en t depende del número de veces que el conjunto de negociación se ha expandido, hasta la etapa t en la dirección que favorece al jugador en cuestión. Como buscamos el valor esperado de tal ganancia, esta vendrá dada, con un poco de cálculo, por la expresión:

$$E[x_t|\alpha_t] = \sum_{h=0}^{t-1} \frac{\eta}{2\left(a + 1 - \sum_{j=0}^{h} \delta^j\right)} \binom{t-1}{h} p_t^h (1-p_t)^{t-1-h} \tag{22}$$

donde p_t es la probabilidad de que, en la etapa t, el conjunto de negociación se expanda en la dirección que favorece al jugador escogido.

La evolución de la ventaja en la negociación viene entonces dada por el sistema dinámico discreto de la ecuación (23)

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t + \frac{1}{y_t^*}\left[\sum_{h=0}^{t-1} \frac{\eta}{2\left(a + 1 - \sum_{j=0}^{h} \delta^j\right)} \binom{t-1}{h} p_t^h (1-p_t)^{t-1-h} - x_t^*\alpha_t\right] \tag{23}$$

donde x_t^* y y_t^* vienen dados por las ecuaciones (10) y (11), respectivamente.

Una vez especificada la ecuación que determina la evolución de la ventaja en la negociación, resulta inmediato analizar el comportamiento de esta en el corto, mediano y largo plazo de la negociación, para valores dados de los parámetros. Es decir, como habíamos mencionado, nos interesa analizar si “emerge” una estructura de largo plazo en la negociación y, en caso de ser así, conocer cuál es la trayectoria a través de la cual esta se alcanza. Este es, precisamente, el resultado principal de este trabajo:

Teorema 1. *Sea (H, F, d) un problema de negociación gradual entre dos agentes neutrales al riesgo cuyas relaciones [ganancias efectivas/ganacias potenciales] están dadas por el sistema dinámico discreto (23). Entonces su comportamiento de largo plazo es el tratamiento igualitario, (que en este caso coincide con la solución Nash, y también la Kalai-Smorodinski); esto es,* $\lim_{t\to\infty} \alpha_t^i = 0{,}5; i = 1, 2$. *Más aún, el comportamiento de largo plazo no depende ni de la probabilidad p_t de que el conjunto se expanda en beneficio de uno u otro de los negociadores, ni de a, b ó δ. Sin embargo, en el corto y mediano plazo estos parámetros sí pueden determinar el comportamiento de la negociación.*

Demostración.
En primer lugar, es fácil mostrar que la sucesión $\{\alpha_t\}$ es estrictamente creciente para t suficientemente grande, y, puesto que $\{\alpha_t\}$ es acotada, entonces es convergente.

Reemplazando los valores de α por $\alpha_{\text{lím}} = \text{lím}_{t\to\infty} \alpha_t$ en la ecuación (23)

$$\alpha_{\text{lím}} = \underset{t\to\infty}{\text{lím}} \frac{\sum_{h=0}^{t-1} \frac{\eta}{2\left(a+1-\sum_{j=0}^{h}\delta^j\right)} \binom{t-1}{h} p_t^h (1-p_t)^{t-1-h}}{\frac{\eta}{a+1-\sum_{k=1}^{t}\delta^{k-1}}}$$

que también puede expresarse como

$$\alpha_{\text{lím}} = \frac{1}{2} \underset{t\to\infty}{\text{lím}} \frac{\sum_{h=0}^{t-1} \frac{\eta(1-\delta)}{a-\delta(a+1)+\delta^{h+1}} \binom{t-1}{h} p_t^h (1-p_t)^{t-1-h}}{\frac{\eta(1-\delta)}{a-\delta(a+1)+\delta^{t+1}}}$$

o, lo que es lo mismo,

$$\alpha_{\text{lím}} = \frac{1}{2} \underset{t\to\infty}{\text{lím}} \sum_{h=0}^{t-1} \frac{a-\delta(a+1)+\delta^{t+1}}{a-\delta(a+1)+\delta^{h+1}} \binom{t-1}{h} p_t^h (1-p_t)^{t-1-h} \tag{24}$$

Ahora: si definimos para $h \leq t-1$, $z_h \equiv \left[\frac{a-\delta(a+1)+\delta^{t+1}}{a-\delta(a+1)+\delta^{h+1}}\right]^{\frac{1}{h}}$ entonces (24) puede expresarse como

$$\alpha_{\text{lím}} = \frac{1}{2} \underset{t\to\infty}{\text{lím}} \sum_{h=0}^{t-1} \binom{t-1}{h} (p_t z_h)^h (1-p_t)^{t-1-h} \tag{25}$$

Pero observemos que para $t > h$, se tiene que

$$1 \geq z_h \geq z_t;$$

donde $z_t \equiv \left[\frac{a-\delta(a+1)}{a-\delta(a+1)+\delta^{t+1}}\right]^{\frac{1}{t}}$ y, por tanto, por el teorema binomial,

$$1 \geq \sum_{h=0}^{t-1} \binom{t-1}{h} (p_t z_h)^h (1-p_t)^{t-1-h} \geq \sum_{h=0}^{t-1} \binom{t-1}{h} (p_t z_t)^h (1-p_t)^{t-1-h} = [p_t z_t + (1-p_t)]^{t-1} \tag{26}$$

luego, para demostrar el teorema, es suficiente ver que $\text{lím}_{t\to\infty} z_t = 1$. Pero esto último es claro, ya que

$$\ln(z_t) = \frac{1}{t}\ln[a-\delta(a+1)] - \frac{1}{t}\ln[a-\delta(a+1)+\delta^{t+1}] \to 0 \text{ cuando } t \to \infty$$

Finalmente, en la discusión que sigue mostraremos cómo los parámetros a, b, δ, y la probabilidad p_t, sí determinan el comportamiento de corto y mediano plazo. $\square$

4.2. Discusión

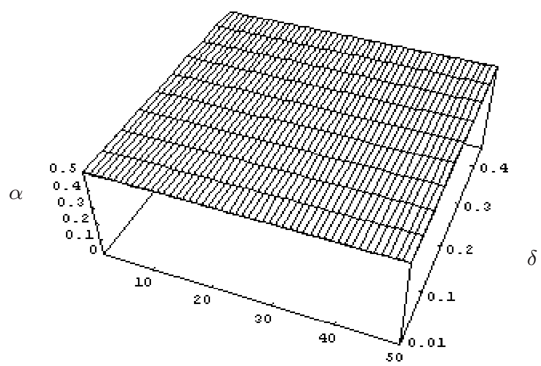
Una vez sabemos que *en el largo plazo* la negociación conduce a una relación [ganancias efectivas/ganancias potenciales] igual a 1/2 para cada jugador, nos interesa conocer la *trayectoria de corto y mediano plazo* de tales ventajas dependiendo de los parámetros del modelo.

Para la determinación de p_t es corriente recurrir a una función de distribución convencional para problemas con elecciones binarias: la función de distribución logística

$$p_t = p(\alpha_t) = \frac{1}{1 + e^{-\beta\alpha_t}} \tag{27}$$

donde $\beta \in \mathbf{R}$ será un factor exógeno que aquí llamaremos "factor de influencia externo en la negociación". Nótese que si este factor β es igual a cero (imparcialidad en la negociación), en cada etapa existe igual probabilidad de que el conjunto se expanda a favor de cualquiera de los dos jugadores. De forma similar, para un valor de α_t dado, un valor de β mayor, hace más probable la expansión a favor del jugador 1.

Haciendo $a = b = 1$ y con la ayuda de *Mathematica* se evaluaron las posibles trayectorias de ventajas absolutas en la negociación para diferentes valores de δ (magnitud de la expansión del conjunto) y β (factor de influencia en la negociación). Así, se fijaron ciertos valores de β con el fin de observar la trayectoria de α en el tiempo, dependiendo de los valores de δ. Algunos de los resultados encontrados se presentan en las figuras 5, 6 y 7.



i. Primero, nótese, de la figura 5, que cuando el factor de influencia en la negociación es suficientemente grande ($\beta = 10$, por ejemplo), el valor de α para el jugador favorecido permanece prácticamente inalterado durante la negociación, presentando solo una *muy pequeña* reducción en las primeras etapas de la negociación en los casos en que la expansión del conjunto es suficientemente alta (δ cercano a 0.499, en este caso) pero estabilizándose rápidamente en 0.5. El panel inferior de la figura 5 muestra la evolución de α para valores extremos de δ.

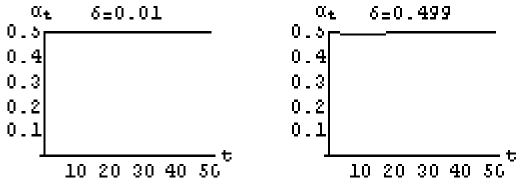


Figura 5: Evolución de α cuando $\beta = 10$

ii. En segundo lugar, un contraste aparece al modificar el valor del factor de influencia en la negociación (β). En particular, modelando el caso en que se presenta imparcialidad ($\beta = 0$), la trayectoria de α es la que aparece en la figura 6.

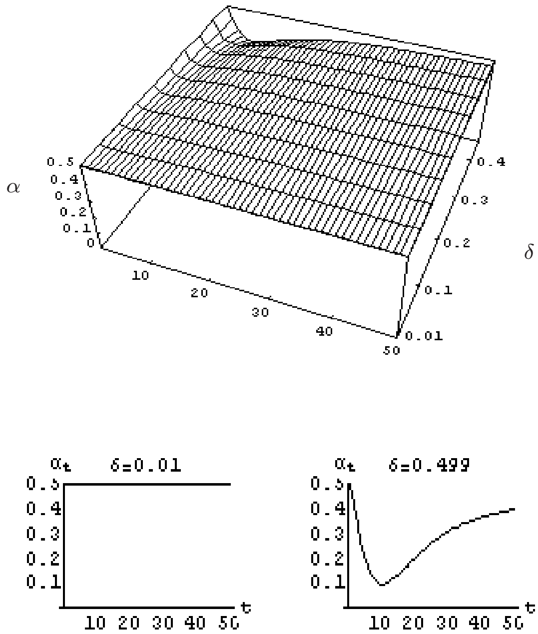
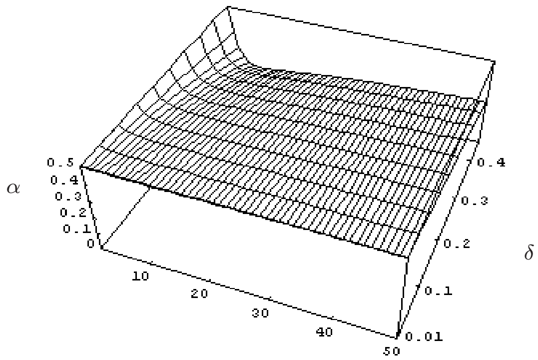


Figura 6: Evolución de α_t cuando $\beta = 0$

Nótese que para todos los valores de δ se presenta una reducción en el valor de α en las primeras etapas de la negociación, siendo mucho más marcada esta para expansiones grandes del conjunto de negociación. Sin embargo, nótese también que hacia el final del período de tiempo modelado ($t = 50$) α se encuentra suficientemente cerca a su valor de largo plazo (0.5), *independientemente de la magnitud de la expansión del conjunto,*δ.

iii. Por último, observemos que cuando el factor de influencia en la negociación es suficientemente grande, pero en contra del jugador analizado ($\beta = -10$, en este caso), el valor de α no solo cae sustancialmente en las primeras etapas de la negociación, sino que también, en el período de tiempo especificado, solo alcanza su valor de largo plazo si la expansión del conjunto de negociación en cada etapa es suficientemente pequeña (δ cercano a 0, ver figura 7). Desde luego, y de acuerdo con el teorema 1, con el paso del tiempo, incluso para valores altos de δ, α alcanza su valor de largo plazo. Para ver esto se tomó un período de 1000 etapas, manteniendo un valor de δ igual a 0.499; esto se presenta en la figura 8.



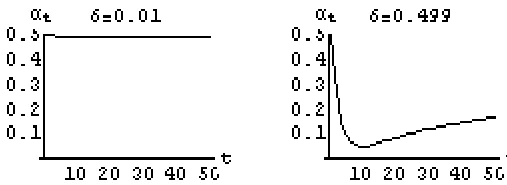


Figura 7: Evolución de α_t cuando $\beta = -10$

Un par de conclusiones pueden extraerse de los resultados anteriores: expansiones mayores del conjunto de negociación generan una mayor fluctuación de la ventaja absoluta en la negociación en el corto y mediano plazo; esto es, en cuanto el valor del parámetro de expansión el conjunto de negociación δ se hace más grande, más tiempo toma alcanzar la relación de ganancias de largo plazo. Así, *un comportamiento "estable" de la ventaja en la negociación sólo se alcanza con valores pequeños de* δ. Sumado a lo anterior, obsérvese que el papel del factor de influencia en la negociación (β) consiste en hacer fluctuar la ventaja absoluta en la negociación durante las primeras etapas; de esta forma, en etapas suficientemente lejanas de negociaciones

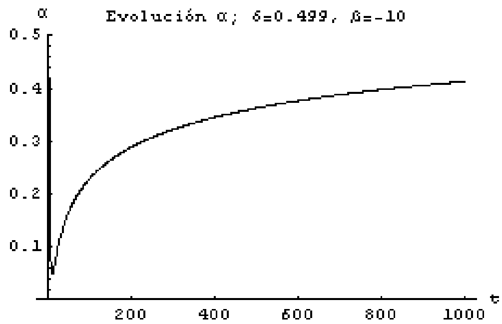


Figura 8: Evolución de largo plazo de α; $\beta = -10$

suficientemente largas, el papel de este factor de influencia queda prácticamente anulado. Esto último nos lleva a afirmar que $\beta = 0$ *es el factor de influencia de largo plazo.*

Un aspecto a destacar del análisis anterior es que el tratamiento igualitario de largo plazo que establece el teorema 1 sólo se alcanza, desde luego, si la negociación continúa indefinidamente. Sin embargo, es probable que si un jugador experimenta un valor de α_t suficientemente bajo o, de forma similar, valores bajos de α_t durante varias etapas, causados por la combinación entre un factor de influencia en la negociación adverso, con expansiones grandes del conjunto, la negociación puede cesar (llegar a un punto muerto) en el corto o mediano plazo.

Con el ánimo de observar si los resultados de *corto y mediano plazo* obtenidos dependían sustancialmente de la forma específica de la función de distribución escogida, se realizó una segunda estimación de las trayectorias de ventajas absolutas en la negociación, considerando la probabilidad de expansión del conjunto en cada etapa de la siguiente forma:

$$p(\alpha_t) = \epsilon + \alpha_t(1 - 2\epsilon) \tag{28}$$

donde el papel de ϵ consiste en una igualación de la ventaja en la negociación entre las partes; nótese que si ϵ es 0.5, la probabilidad de que el conjunto se expanda en favor de cualquiera de los dos jugadores es igual a 0.5. De forma similar, si ϵ es mayor a 0.5, la probabilidad de una expansión favorable del conjunto será menor que 0.5, y lo contrario ocurre si ϵ es menor que 0.5.

Las trayectorias de ventajas absolutas en la negociación con $p(\alpha_t)$, dado por la ecuación (28) aparecen en las figuras 9, 10 y 11 para valores de ϵ iguales a 0, 0.5 y 1, respectivamente.

Nótese que el comportamiento en los tres casos, es bastante similar, mostrando α una caída mayor cuando ϵ es más bajo; en particular, cuando la probabilidad de que el conjunto se expanda en favor de un jugador coincide en cada etapa con su ventaja absoluta en la negociación. Sumado a esto, es de destacar que los resultados

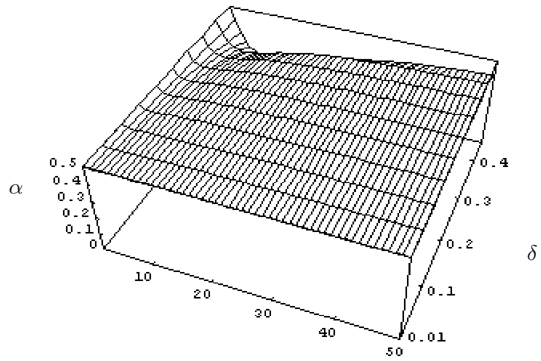


Figura 9: Trayectorias de α_t cuando $\epsilon = 0$

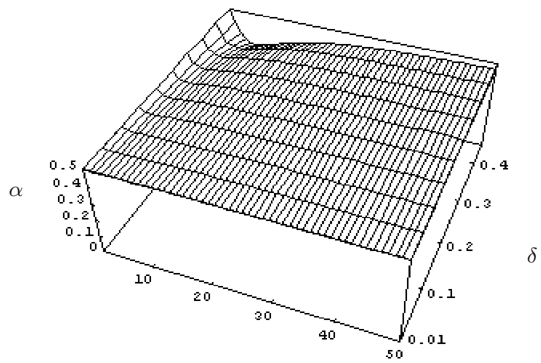


Figura 10: Trayectorias de α_t cuando $\epsilon = 0{,}5$

no cambian de forma sustancial con respecto al caso en que se asumió p proviniendo de una distribución logística.

Los resultados mostrados (en particular, la conveniencia de negociar pequeños fragmentos en cada etapa) contrastan con los de Flamini (2002) quien, describiendo las preferencias de cada jugador sobre posibles agendas, señala que un jugador preferirá dejar el asunto más importante de su oponente para el final de la lista de asuntos a negociar, con el fin de discutir primero los aspectos que él considera más importantes. Nuestros resultados coinciden al considerar asuntos urgentes/difíciles, en el sentido de que un desacuerdo respecto a estos puede comprometer el proceso de negociación. Para tales asuntos, Flamini muestra que es Pareto-eficiente postponer su negociación para el final.

A continuación se presenta una posible aplicación del modelo, al caso de negociación entre Egipto e Israel en 1978.

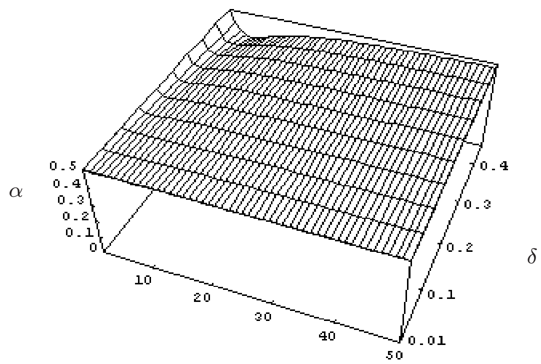


Figura 11: Trayectorias de α_t cuando $\epsilon = 1$

5. Sobre el proceso de negociación entre Egipto, Israel y la Liga Árabe

En los años siguientes al reconocimiento del estado Judío en Palestina de parte de la ONU (1948), los países árabes desarrollan la idea de "*unidad*", en cuanto los aspectos históricos, religiosos y culturales que los caracterizaban eran comunes entre varios de ellos. Tal situación permitía no sólo un mayor poder colectivo, sino también la idea de una unidad moral entre el pueblo y el gobierno (Hourani (1991)). Este proyecto unificador, conocido como panarabismo, tenía sus pilares en la construcción de un país árabe para los palestinos y el no-reconocimiento de Israel.

Con la llegada de Nasser al poder, Egipto se constituye en el líder natural de la liga árabe, sustentando tal posición en aspectos como la nacionalización del canal del Suez, y una serie de reformas encaminadas a la redistribución del ingreso y la propiedad estatal de los medios de producción. Sin embargo, ser el representante de los intereses árabes era una carga demasiado pesada, que Egipto no podría sostener por demasiado tiempo. Específicamente, las pérdidas sufridas por este país, como lo son los territorios ocupados por Israel tras las guerras del 56 y del 67 (el desierto del Sinaí, y la franja de Gaza, respectivamente) hacían cada vez más quebrantable la posición egipcia. Así, tras la muerte de Nasser, y el ascenso de Sadat, este último ve la necesidad de dar una salida al conflicto que, era claro, no podía conseguirse por la vía militar.

En noviembre de 1978, Sadat visita Jerusalén para iniciar negociaciones bilaterales con Israel, lo que equivalía a romper el bloque árabe, no sólo por ser Egipto, hasta entonces, el líder del panarabismo, sino porque el hecho de iniciar negociaciones con Israel implicaba reconocer su existencia. Sadat *reconocía la importancia de negociar pequeños fragmentos del objeto de la negociación en cada etapa del proceso.* Nótese que antes de la visita de Sadat, no había ningún tipo de negociación entre Árabes e Israelíes, ya que iniciar cualquier proceso de paz significaba para Israel negociar con todo el mundo árabe, lo cual equivalía a hacer amplias concesiones sobre los territorios ocupados tras la guerra de los seis días. A cambio de esto, negociar solo con Egipto, implicaba para Israel devolver solo una parte de los territorios, y la posibilidad de iniciar negociaciones futuras con Siria y Jordania. Así, fragmentar el objeto de la negociación resultó ser una estrategia exitosa en tanto al cabo de tres años, Israel había alcanzado la paz con Egipto, y posteriormente iniciaría negociaciones con sus otros vecinos árabes.

De forma similar, el mecanismo por medio del cual se llevó a cabo el proceso de paz con Egipto, siguió la misma lógica Kissingeriana, basada en la consigna: paz por territorios. Es así como Israel se compromete, con los acuerdos de Camp-David, a hacer una evacuación momentánea que tomaría nueve meses a partir de la firma del tratado de paz (marzo de 1979), y una evacuación definitiva que debía alcanzarse al cabo de los tres años a partir de tal momento. A su vez, cada una de estas fases se subdividía en una serie de pequeñas evacuaciones fechadas de antemano (Ver: El Tratado Egipcio-Israelí, La Casa Blanca (1979)).

Notemos entonces cómo la idea de negociar por etapas, y negociar en cada etapa una pequeña fracción del objeto, pareciera conducir más fácilmente a la solución de conflictos. También es de destacarse el papel de los Estados Unidos en la negociación que, si bien se ha caracterizado por ser altamente proclive a los intereses israelíes, en tal negociación no ejerció un peso significativo a favor suyo ya que su interés de hacer de Egipto un aliado suyo, así como la presencia de un gobierno demócrata en el poder, obligaban a los Estados Unidos a ejercer una posición relativamente neutral.

6. Conclusiones

Reconocer que en un problema de negociación gradual las ofertas, exigencias y acuerdos de etapas posteriores en la negociación, tienen una marcada influencia de parte de las condiciones iniciales de la misma, los acuerdos de etapas iniciales (la historia del proceso) y de componentes aleatorios, nos ha conducido a pensar que la dinámica de la negociación podría ser abordada como un proceso trayectoria-dependiente. Desde esta perspectiva, los resultados de la negociación y la posición de los jugadores conforme el proceso de negociación avanza, ha mostrado que los negociadores co-crean las condiciones de la negociación para etapas futuras, señalando aspectos que caracterizan los estudios de la nueva "economía de complejidad" (Arthur (1999)).

Podría cuestionarse el hecho de modelar el proceso de negociación como trayectoria-dependiente, reconociendo que la negociación no necesariamente presenta rendimientos crecientes a escala; esto es, que tener ganancias superiores en las primeras etapas no haga más probable tener ganancias superiores en etapas posteriores. Sin embargo, haber asumido que en cada etapa el nuevo objeto de la negociación se reparte de acuerdo a la solución Nash de negociación tiene importantes criterios normativos implícitos. De esta forma, tal tipo de solución en cada etapa "compensa" la trayectoria generada por la dinámica de largo plazo.

Con la dinámica descrita, una pregunta natural en este sentido era determinar cuáles estados emergen cuando los elementos de la negociación se crean a sí mismos; o, en particular, qué soluciones de negociación aparecen con dinámicas de este tipo. En este trabajo hemos mostrado que, bajo ciertas condiciones, en el largo plazo surge un tratamiento igualitario, característico de las soluciones Nash de negociación y Kalai-Smorodinski, en lo que podría considerarse "el juego de estado", recurriendo al término utilizado en juegos repetidos. Es interesante señalar que estos resultados coinciden con los de Binmore, Samuelson, and Young (2003) a través de juegos evolucionarios, según los cuales bajo ciertas dinámicas, en el largo plazo los jugadores se coordinan ya sea en la solución Nash de negociación o en la Kalai-Smorodinsky.

Una vez reconocido el tratamiento a los negociadores en el largo plazo, era necesario conocer a través de qué tipo de trayectorias se alcanzaban tales estados para los posibles valores de los parámetros del modelo. En esta dirección, encontramos que expansiones pequeñas del conjunto de negociación, al igual que la imparcialidad en cuanto al factor de influencia exógeno en la negociación, conducían más rápidamente a la relación [ganancias efectivas/ganancias potenciales] de largo plazo para ambos negociadores. Igualmente, mostramos que expansiones grandes en el conjunto de negociación, así como un factor de influencia sustancialmente diferente de cero, pueden conducir a un cese en el proceso de negociación a través de la reducida relación [ganancias efectivas /ganancias potenciales] que experimentaría al menos una de las partes en las primeras etapas del proceso.

Este aspecto es de gran relevancia a la hora de determinar las condiciones bajo las cuales iniciar procesos de negociación. Por ejemplo, analizando los factores que condujeron a un cese en el proceso de negociación con las FARC en el gobierno pasado, se cuestiona el hecho de negociar grandes fragmentos del objeto de negociación en cada etapa, así como de hacer importantes concesiones en las primeras etapas del proceso; de igual forma, algunos analistas sugieren que para un satisfactorio desarrollo de futuras negociaciones, debe seguirse una estrategia de "paso-a-paso", consistente, por ejemplo, en negociar por regiones, sub-unidades de grupos armados, etc. Tales posturas están en consonancia con lo mostrado en este trabajo.

Vale la pena destacar que para adoptar posiciones políticas más marcadas, es necesario perfeccionar algunos elementos del modelo, de tal forma que sea más flexible y así permitir alcanzar conclusiones más generales. Entre estos aspectos para investigación futura a partir de este trabajo se encuentra, desde luego, la generalización del modelo a casos donde los negociadores puedan tener diferentes actitudes frente al riesgo, así como analizar situaciones donde más de dos partes se vean involucradas en la negociación.

Referencias

Arthur, B. (1999): "Complexity and the Economy," *Science*, 284, 107–109.

Arthur, B., Y. Ermoliev, and Y. Kaniovski (1983): "The Generalized Urn Problem and Its Application," *Cybernetics*, 19, 61–71.

——— (1987): "Path Dependent Processes and the Emergence of Macrostructure," *European Journal of Operations Research*, 30, 394–303.

Axelrod, R. (1984): *La Evolución de la Cooperación*. Alianza Editorial.

Binmore, K., L. Samuelson, and P. Young (2003): "Equilibrium Selection in Bargaining Models," *Games and Economic Behavior*, 45, 296–328.

Flamini, F. (2002): "First things first? The Agenda Formation Problem for Multi-issue Committees," Department of Economics, University of Glasgow.

Hourani, A. (1991): *La Historia de los Arabes*, Bs. As. Javier Vergara Editores.

Kalai, E. (1977): "Proportional Solution to Bargaining Problems: Interpersonal Utility Comparisons," *Econometrica*, 45, 1023–1030.

Kalai, E., and M. Smorodinski (1975): "Other Solutions to Nash´s Barganing Problem," *Econometrica*, 43, 513–518.

La Casa Blanca (1979): "El Tratado Egipcio-Israelí," *Washington, Marzo.*

Mas-Colell, A., M. Whinston, and J. Green (1995): *Microeconomic Theory.* Oxford university Press.

Nash, J. F. (1950): "The Bargaining Problem," *Econometrica*, 18, 155–162.

O´Neill, B., D. Samet, Z. Wiener, and E. Winter (2003): "Bargaining with an Agenda," *Games and Economic Behavior, Forthcoming.*

Schelling, T. (1960): *The Strategy of Conflict*. Harvard University Press.

Thomson, W. (1994): "Cooperative Models of Bargaining," *Handbook of Game Theory*, II.

Wiener, Z., and E. Winter (1999): "Gradual Nash Bargaining," *Forthcoming.*