

Modelo Cost-Of-Carry: Mispricing, Retornos e Volatilidades do Índice PSI-20 e dos Futuros PSI-20¹.

Manuela Magalhães*
Carlos Carvalhosa

Resumo:

Perante a evidência de um *mispricing* entre o preço do contrato de Futuros PSI-20 e o preço teórico do Futuro PSI-20, modelizado segundo a teoria do *cost-of-carry*, procedemos à análise da dinâmica da rentabilidade e da volatilidade entre o índice PSI-20 e o Futuro PSI-20. A evidência empírica mostra que existe interdependência entre os retornos dos dois mercados, no curto prazo. No que concerne à volatilidade, transmissão que se verifica, no curto prazo, é dentro do próprio mercado, não se verificando volatilidade cruzada. A volatilidade dos mercados decorre, também, da sazonalidade *intraday*.

JEL.: G11, G13

Palavras Chave: Contracto Futuro, *Mispricing*, *Cost-of-carry*

*mmagalhaes@ipca.pt

¹ Esta é uma versão preliminar.

I. INTRODUÇÃO

O contrato de Futuros PSI-20 é particularmente indicado para a cobertura do risco de variação das cotações associados à detenção, presente ou futura, de carteiras de acções. Permite proteger a rentabilidade de um *portfolio* de acções, mesmo que os valores em causa não estejam incluídos na carteira do índice PSI-20. Adicionalmente, e atendendo à flexibilidade que este instrumento confere, possibilita estratégias de gestão activa de carteiras, que implicam muitas vezes um reposicionamento em termos de perfil risco/retorno.

Utilizando o contrato de Futuros PSI-20 é possível assumir uma posição a prazo (compradora ou vendedora) no PSI-20. O contrato é cotado em pontos de índice e o correspondente valor obtém-se multiplicando cada ponto de índice por 1 €.

Tal como todos os contratos a prazo negociados num mercado organizado, o contrato de Futuros PSI-20 permite beneficiar do efeito de alavancagem. Os Futuros PSI-20 são negociados com vencimentos para todos os meses do ano, sendo que em cada momento estão em aberto seis vencimentos (correspondentes ao mês corrente, ao mês seguinte e aos quatro meses mais próximos do ciclo trimestral) com uma longevidade máxima de 5 meses (casos dos vencimentos de Março, Junho, Setembro e Dezembro).

A aceitabilidade de um contrato de Futuros de um índice de acções depende da sua capacidade de cobertura. A utilização de Futuros permite não só garantir um determinado ganho, mas também limitar as perdas ao longo de um determinado período de tempo. Teoricamente, os derivados promovem a liquidez, um maior volume de negócios e a estabilidade de preços no mercado de activos subjacentes.

A principal questão de uma operação de *hedging* é a determinação do *hedge ratio*, que calcula o número de contratos de Futuros a utilizar para balancear a evolução dos preços à Vista, tal que as perdas potenciais num mercado sejam compensadas com os ganhos obtidos no outro mercado. Uma estimação enviesada do *hedge ratio* implica que as perdas num mercado sejam maiores ou menores do que os ganhos no outro mercado, impedindo a transformação da posição do mercado à Vista numa carteira sem risco.

De acordo com a valorização do modelo *cost-of-carry*, que assume mercados perfeitos e taxas de juro e dividendos não estocásticos, o preço teórico de um contrato de Futuros

sobre um índice de acções, no momento t com maturidade em T ($F_{t,T}^*$), é igual ao custo de oportunidade de *transportar* uma carteira similar ao índice à Vista, entre t e T :

$$1) F_{t,T}^* = S_t e^{(r-d)(T-t)},$$

onde S_t é o preço do índice de acções e $(r-d)$ é o custo de *transporte* líquido do índice de acções, ou seja, a taxa de retorno sem risco menos os dividendos do índice de acções.

Alternativamente, a equação 1) pode ser reformulada como:

$$2) r_{s,t} = r_{f^*,t} + (r - d),$$

onde $r_{s,t} = \ln(S_t / S_{t-1})$ e $r_{f^*,t} = \ln(F_{t,T}^* / F_{t-1,T})$ designam os retornos à Vista e futuro teórico, respectivamente. Sob as hipóteses anteriores, a relação em 2) implica que:

- i) a variância dos retornos no mercado à Vista seja igual à variância dos retornos no mercado de Futuros;
- ii) as taxas de retorno contemporâneas do índice de acções subjacente e do contracto de Futuros sejam perfeita e positivamente correlacionadas;
- iii) as taxas de retorno não contemporâneas do índice de acções subjacente e do contracto de Futuros sejam não correlacionadas e não sejam esperadas relações *lead-lag* entre os retornos de mercado.

Contudo, na presença de imperfeições de mercado, tais como custos de transacção, assimetrias de informação, requerimentos de capital e restrições de venda, podem existir discrepâncias entre o preço observado e o preço teórico do contracto de Futuros, calculado de acordo com o modelo *cost-of-carry*.

As imperfeições do mercado podem conduzir a uma relação *lead-lag* entre os retornos do mercado à Vista e do mercado de Futuros, bem como entre as suas volatilidades. Consequentemente, pode ser possível antecipar os movimentos de preços e flutuações de risco num mercado com base em informação histórica do outro mercado, sendo uma questão relevante na utilização de contractos Futuros como instrumento de cobertura do risco de uma carteira.

A evidência empírica relativamente a esta questão é contraditória. A existência ou não de antecipação/desfasamento dos mercados depende da metodologia de pesquisa e do grau de desenvolvimento e maturidade do mercado.

Ao longo da década 90, devido a uma panóplia de acontecimentos simultâneos (descida das taxas de juro, operações de privatização, crescimento dos pequenos investidores, liberalização dos movimentos de capitais e integração da BVL no grupo dos mercados desenvolvidos), o Mercado de Capitais Português alcançou um nível de importância e visibilidade superior a qualquer outro momento da sua história.

Este artigo visa enriquecer os estudos empíricos sobre a problemática em análise, nomeadamente a conexão entre os Futuros PSI-20 e o índice de acções PSI-20. Os resultados obtidos devem ser interpretados com precaução, devido à jovialidade dos contractos de Futuros PSI-20 e ao recente desenvolvimento do Mercado de Capitais Português, em comparação com os principais mercados internacionais.

Primeiro, este estudo providencia evidência empírica em favor da existência de *mispricing* no mercado de Futuros PSI-20, relativamente à valorização do modelo *cost-of-carry*, para o período² compreendido entre 24/06/2002 e 23/12/2002.

Segundo e para o período entre 03/06/2002 e 31/12/2002, a evolução dos retornos do índice PSI-20 e dos contratos de Futuros PSI-20 é conduzida por heteroscedasticidade. O teste de Engle e Kozicki (1993) para avaliar a existência de um factor comum ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) entre os dois mercados, não rejeita esta hipótese. Assim, os mercados partilham uma fonte de volatilidade idêntica.

Utilizamos um modelo bivariado com perturbações ARCH e termo de correcção para estimar os momentos de primeira e de segunda ordem dos retornos dos mercados. O nosso modelo têm as seguintes características: *a)* incorpora a relação de equilíbrio de longo prazo entre o mercado à Vista e o mercado de Futuros, *b)* considera as interacções cruzadas para os retornos entre os dois mercados e *c)* captura a existência de um padrão de sazonalidade *intraday* para a volatilidade (em U) nos dois mercados. Estimamos o modelo com retornos hora-a-hora, utilizando os contratos de Futuros com a maturidade mais próxima.

² Este período permite a análise, ao longo de toda a maturidade, de seis contractos futuros.

II. MISPRICING DOS CONTRATOS DE FUTUROS PSI-20: DESVIOS DO MODELO COST-OF-CARRY

Os dados para o período compreendido entre 03 de Junho de 2002 e 31 de Dezembro de 2002, relativos ao PSI-20 e aos Futuros PSI-20, foram obtidos junto da Euronext Lisbon³.

Uma das fontes de enviesamento na estimação da variância condicional dos retornos do mercado à Vista e do mercado de Futuros pode ser a utilização de dados não sincronizados temporalmente. Para eliminar esta possibilidade, combinamos duas bases de dados, uma respeitante ao preço de cada contrato de Futuros PSI-20 e outra referente à cotação do PSI-20, minuto a minuto.^{4 5}

Uma vez que o preço de abertura do índice PSI-20 pode reflectir os preços de fecho à Vista do dia anterior, eliminamos a primeira hora de negociação (8:00h-8:59h) para o mercado à Vista e seleccionamos os preços de mercado hora-a-hora entre as 9:00h e as 16:00h, ou seja, obtivemos oito observações em cada dia. Com base nesta selecção gerámos as séries dos retornos percentuais para cada mercado, tomando as primeiras diferenças do logaritmo natural dos preços (multiplicado por 100).

Uma vez que os contratos com a maturidade mais próxima são sistematicamente os mais transaccionados, só utilizamos dados de contratos com a maturidade mais próxima. A mudança para o próximo contrato com a maturidade mais próxima é executada na terceira sexta-feira de cada mês, quando o contrato de Futuros atinge a maturidade. Consequentemente, incluímos 7 contratos de Futuros na amostra, 144 dias e 1152 observações de retorno em cada mercado.

³ Delegação do Porto.

⁴ O tratamento dos dados foi efectuado com recurso ao software econométrico Stata (versão 8.0).

⁵ Dado que a base de dados, minuto a minuto, do preço do contrato de Futuros PSI-20 relativamente à base de dados da cotação do PSI-20 era incompleta, gerámos os valores em falta através de interpolação linear com base na série das cotações do PSI-20. Este procedimento não afectou a correlação entre as duas séries de retornos, que permaneceu inalterada em relação às séries originais (aproximadamente 0.999).

Assim, calculamos o preço futuro teórico $F_{t,T}^*$ para cada contrato de Futuros com maturidade no momento T , para cada momento t ⁶, com base na seguinte especificação (à semelhança da equação 1):

$$3) F_{t,T}^* = S_t (1 + r_{t,T}) - \sum_i \sum_{j \geq t}^T \frac{d_{ij}}{P_{ij}} \omega_{ij} S_j (1 + r_{j,T}),$$

onde S_j é a cotação do PSI-20 no momento t , $r_{j,T}$ é a taxa de juro sem risco entre o momento t e o momento T , d_{ij} é o dividendo bruto da componente i do PSI-20 remunerado no período j , P_{ij} é o preço de mercado da acção i no momento j e ω_{ij} é a ponderação da acção i no índice PSI-20 no momento j .

Em ordem a calcular o preço futuro teórico $F_{t,T}^*$ procedemos de trás para a frente, começando na maturidade de cada contrato. Utilizamos como taxa de juro sem risco as taxas de juro dos certificados de aforro portugueses, entre 06/2002 e 12/2002, e os dividendos cujo anúncio e pagamento foi realizado em 2003, mas referentes ao exercício de 2002. Os dividendos incorporados no modelo correspondem a $\frac{1}{12}$ dos dividendos anuais de cada acção i . Por conseguinte, tomamos em consideração a variação do modelo *cost-of-carry* de acordo com as condições de mercado.

O *mispricing* dos contratos de Futuros PSI-20, no momento t , é a diferença absoluta entre o preço futuro observado $F_{t,T}$ e o preço futuro teórico $F_{t,T}^*$, de acordo com o modelo *cost-of-carry* descrito anteriormente, $M_t = |F_{t,T} - F_{t,T}^*|$.

Desvios relativos ao preço futuro teórico podem estar positivamente associados com a maturidade do contrato, devido ao maior risco de não antecipação de alterações de dividendos, não antecipação de ganhos ou custos de financiamento ou do não seguimento directo do índice do mercado à Vista.

⁶ Para efeitos de cálculo o momento t corresponde às 16:00h de cada dia.

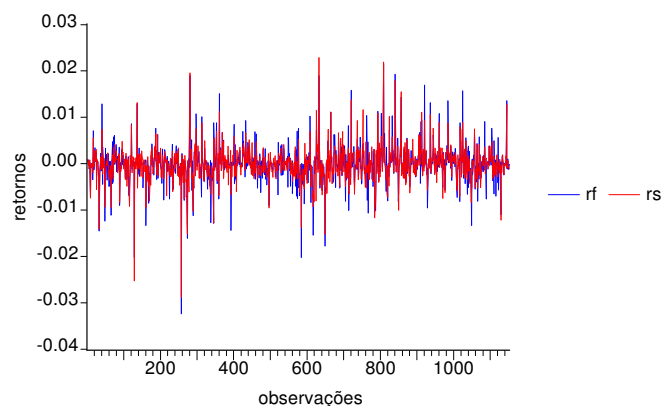
A regressão do *mispricing* médio, para os períodos compreendidos entre t e T , detém pouco poder explicativo, R^2 é de 0,18. No entanto, o coeficiente é de 1,45 e estatisticamente significativo. Tal facto, evidência que o aumento de incerteza conduz a maiores desvios do preço teórico, por maior longevidade do prazo de maturidade.

III. ESTIMAÇÃO DA DINÂMICA DOS RETORNOS DO ÍNDICE PSI-20 E DOS FUTUROS PSI-20 PARA A MÉDIA E VARIÂNCIA CONDICIONAL

III.1 Características Estatísticas

Os gráficos n.º 1-2 e as tabelas n.º 1-4 apresentam as estatísticas descritivas para os retornos hora-a-hora *intraday* para o PSI-20 e para os Futuros PSI-20. A tabela n.º 1 mostra a média, o desvio padrão, a estatística *Skewness*, a estatística *Kurtosis* e as funções de autocorrelação para os retornos simples. A média dos retornos simples é suficientemente pequena nos dois mercados, pelo que a hipótese nula de média zero não é rejeitada. De acordo com a tabela n.º 1, resulta claro que as distribuições empíricas de r_s e de r_f são fortemente leptocúrticas⁷ (têm “caudas pesadas”) e assimétricas negativas⁸. Contudo, a distribuição r_f é mais assimétrica e a distribuição r_s é mais leptocúrtica. As séries dos retornos simples exibem autocorrelação positiva para $k = 1$, sugerindo que o retorno observado antecipa um retorno do mesmo sinal na hora seguinte. Ambos os coeficientes de autocorrelação são estatisticamente significativos a um nível de 5%. A estatística *Ljung-Box* rejeita a hipótese nula de ruído branco para as séries dos retornos simples.

Gráfico n.º 1: Retornos simples do índice PSI-20 (r_s) e dos Futuros PSI-20 (r_f).



⁷ Sob a hipótese $H_0 : Kurtosis = 3$; a estatística tem distribuição $N(0,1)$.

⁸ Sob a hipótese $H_0 : Skewness = 0$; a estatística tem distribuição $N(0,1)$.

Tabela n.º 1: Estatísticas e autocorrelação dos retornos simples do índice PSI-20 (r_s) e dos Futuros PSI-20 (r_f).

	Mercado à Vista	Mercado futuro
Média	-0.0002	-0.0002
Desvio Padrão	0.0036	0.0040
Skewness	-0.0474	-0.2172
Kurtosis	13.3173	11.9784
$\rho(r_t r_{t-k})^a$		
k= 1	0.216*	0.119*
k= 2	0.075	0.051
k= 3	0.058	0.054
k= 4	0.075	0.046
k= 5	0.089	0.043
k= 6	0.000	0.018
k= 7	-0.021	0.013
k= 8	-0.050	-0.064
k= 9	-0.032	-0.038
k= 10	-0.051	-0.017
k= 11	-0.007	-0.003
k= 12	0.000	-0.029
k= 13	0.019	0.013
k= 14	0.007	0.002
k= 15	-0.002	0.016
k= 16	0.034	-0.001
k= 17	0.016	0.018
k= 18	-0.003	0.037
k= 19	0.007	0.005
k= 20	0.007	0.017
k= 21	0.007	0.012
k= 22	-0.032	-0.037
k= 23	-0.035	-0.039
k= 24	-0.025	-0.046
k= 25	-0.036	-0.035
k= 26	-0.017	-0.002
k= 27	0.019	0.016
k= 28	-0.025	-0.025
k= 29	0.021	0.032
k= 30	-0.011	0.008
k= 31	0.008	0.007
k= 32	0.147*	0.117*
k= 33	0.036	0.052
k= 34	0.034	0.017
k= 35	0.015	-0.009
k= 36	-0.003	0.010
k= 37	-0.006	0.005
k= 38	0.004	0.017
k= 30	0.038	0.018
k= 40	0.019	-0.005
<i>Ljung-Box</i> ^b	127.88 (0.000)	69.083 (0.003)

^a Função de autocorrelação. Os desvios padrões para os coeficientes de autocorrelação podem ser aproximados por $2 / \sqrt{1151} = 0.059$. * Denota um nível de significância de 5%.

^b A estatística *Ljung-Box* utiliza 40 coeficientes de autocorrelação. Entre parêntesis encontra-se o *p-value*.

Os coeficientes de autocorrelação para os retornos quadrados *intraday* são descritos na tabela n° 2. Os coeficientes estimados decrescem ligeiramente para zero, revelando uma dependência não-linear nas séries dos retornos nos dois mercados. Por conseguinte, para analisar a relação causal *intraday* entre o mercado à Vista e o mercado futuro, a metodologia representativa da dinâmica dos retornos de mercado deve considerar uma ordem de dependência superior, possivelmente como resultado de alterações de volatilidade ao longo do tempo. Os coeficientes de autocorrelação estimados para os *lags* múltiplos de oito são sistematicamente positivos e significativos, sendo maiores do que os restantes. Esta estrutura é motivada por um padrão sazonal *intraday* na volatilidade dos dois mercados, uma vez que analisamos oito retornos diários. Esta conclusão é consistente com outros estudos que evidenciam um padrão em U da volatilidade ao longo do dia.

A tabela n.º 3 mostra a função correlação cruzada entre os retornos *intraday* simples do mercado à Vista e do mercado de Futuros. A estimação da correlação contemporânea é 0.86 ($k=0$), contudo ainda distante de um, valor implicado pelo modelo *cost-of-carry*. O retorno do primeiro *lag* em cada mercado parece possuir algum poder de previsão em relação ao retorno do outro mercado, sendo que esta previsibilidade é similar nos dois mercados. Ambos os coeficientes estimados são positivos mostrando que, no curto prazo, os movimentos de preços ocorrem no mesmo sentido.

Gráfico n.º 2: Retornos quadrados do índice PSI-20 (r_s^2) e dos Futuros PSI-20 (r_f^2).

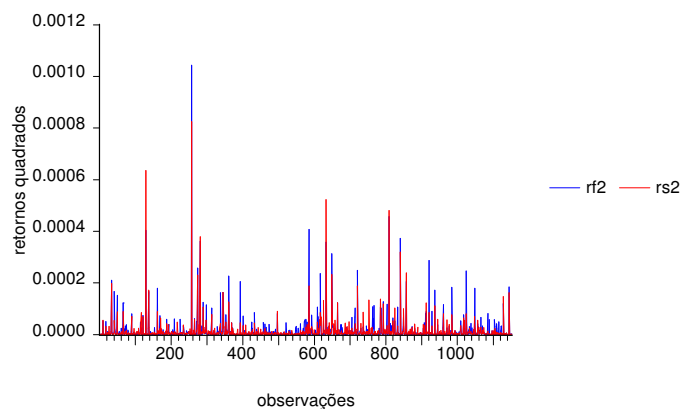


Tabela n.º 2: Autocorrelação dos retornos quadrados do índice PSI-20 (r_s^2) e dos Futuros PSI-20 (r_f^2).

	Mercado à Vista	Mercado futuro
$\rho(r_t^2, r_{t-k}^2)^a$		
k= 1	0.039	0.013
k= 2	-0.021	-0.033
k= 3	-0.025	-0.039
k= 4	-0.032	-0.042
k= 5	-0.022	-0.043
k= 6	-0.005	-0.014
k= 7	0.081	0.040
k= 8	0.163*	0.173*
k= 9	0.029	-0.006
k= 10	-0.019	-0.027
k= 11	-0.019	-0.033
k= 12	-0.044	-0.047
k= 13	-0.009	-0.032
k= 14	0.002	-0.021
k= 15	0.006	0.017
k= 16	0.263*	0.220*
k= 17	0.079	0.079
k= 18	-0.017	-0.034
k= 19	-0.032	-0.041
k= 20	-0.033	-0.048
k= 21	-0.014	-0.039
k= 22	0.000	-0.006
k= 23	0.068	0.023
k= 24	0.206*	0.246*
k= 25	-0.002	-0.008
k= 26	-0.028	-0.020
k= 27	-0.028	-0.044
k= 28	-0.041	-0.043
k= 29	-0.029	-0.026
k= 30	-0.027	-0.041
k= 31	-0.021	-0.013
k= 32	0.208*	0.242*
k= 33	0.012	0.004
k= 34	-0.009	-0.032
k= 35	-0.030	-0.047
k= 36	-0.038	-0.045
k= 37	-0.026	-0.040
k= 38	-0.015	-0.012
k= 30	0.002	-0.009
k= 40	0.097	0.101
<i>Ljung-Box</i> ^b	267.31 (0.000)	292.62 (0.000)

^a Função de autocorrelação. Os desvios padrões para os coeficientes de autocorrelação podem ser aproximados por $2 / \sqrt{1151} = 0.059$. * Denota um nível de significância de 5%.

^b A estatística *Ljung-Box* utiliza 40 coeficientes de autocorrelação. Entre parêntesis encontra-se o *p-value*.

Tabela n.º 3: Funções de correlações cruzadas dos retornos simples do índice PSI-20 (r_s) e dos Futuros PSI-20 (r_f).

	Mercado à Vista	Mercado futuro
	$\rho(r_{s,t}, r_{f,t-k})^a$	$\rho(r_{s,t}, r_{f,t+k})^a$
k= 0	0.8614*	0.8614*
k= 1	0.2076*	0.1966*
k= 2	0.0825	0.0730
k= 3	0.0554	0.0627
k= 4	0.0687	0.0589
k= 5	0.0669	0.0687
k= 6	0.0107	0.0065
k= 7	-0.0003	-0.0042
k= 8	-0.0401	-0.0632
k= 9	-0.0482	-0.0159
k= 10	-0.0471	-0.0301
k= 11	-0.0037	-0.0181
k= 12	-0.0009	-0.0092
k= 13	0.0114	0.0069
k= 14	0.0153	-0.0008
k= 15	0.0109	0.0087
k= 16	0.0027	0.0417
k= 17	0.0094	0.0002
k= 18	0.0254	0.0121
k= 19	0.0178	0.0035
k= 20	0.0141	0.0155
k= 21	0.0121	-0.0003
k= 22	-0.0265	-0.0305
k= 23	-0.0571	-0.0238
k= 24	-0.0402	-0.0425
k= 25	-0.0313	-0.0256
k= 26	-0.0039	-0.0102
k= 27	0.0019	0.0195
k= 28	-0.0174	-0.0329
k= 29	0.0354	0.0330
k= 30	0.0024	-0.0120
k= 31	0.0069	0.0156
k= 32	0.1503*	0.1170*
k= 33	0.0504	0.0303
k= 34	0.0167	0.0266
k= 35	0.0130	-0.0022
k= 36	-0.0106	0.0251
k= 37	-0.0094	-0.0070
k= 38	0.0042	0.0196
k= 39	0.0267	0.0368
k= 40	0.0023	0.0035

^a Função de autocorrelação. Os desvios padrões para os coeficientes de autocorrelação podem ser aproximados por $2 / \sqrt{1151} = 0.059$. * Denota um nível de significância de 5%.

Tabela n.º 4: Funções de correlações cruzadas dos retornos quadrados do índice PSI-20 (r_s^2) e dos Futuros PSI-20 (r_f^2) .

	Mercado à Vista	Mercado futuro
	$\rho(r_{s,t}^2, r_{f,t-k}^2)^a$	$\rho(r_{s,t}^2, r_{f,t+k}^2)^a$
k= 0	0.8879*	0.8879*
k= 1	0.0168	0.0343
k= 2	-0.0217	-0.0284
k= 3	-0.0382	-0.0286
k= 4	-0.0410	-0.0374
k= 5	-0.0334	-0.0304
k= 6	0.0050	-0.0241
k= 7	0.0543	0.0477
k= 8	0.1538*	0.1718*
k= 9	0.0288	0.0036
k= 10	-0.0208	-0.0240
k= 11	-0.0327	-0.0242
k= 12	-0.0438	-0.0457
k= 13	-0.0266	-0.0247
k= 14	-0.0249	-0.0021
k= 15	0.0236	0.0028
k= 16	0.2682*	0.2235*
k= 17	0.0813	0.0802
k= 18	-0.0343	-0.0204
k= 19	-0.0373	-0.0379
k= 20	-0.0385	-0.0442
k= 21	-0.0222	-0.0331
k= 22	0.0170	-0.0209
k= 23	0.0701	0.0279
k= 24	0.2268*	0.2230*
k= 25	-0.0050	-0.0075
k= 26	-0.0269	-0.0276
k= 27	-0.0368	-0.0404
k= 28	-0.0438	-0.0376
k= 29	-0.0320	-0.0256
k= 30	-0.0284	-0.0371
k= 31	-0.0171	-0.0172
k= 32	0.2029*	0.2331*
k= 33	-0.0002	0.0062
k= 34	-0.0121	-0.0233
k= 35	-0.0331	-0.0411
k= 36	-0.0441	-0.0496
k= 37	-0.0291	-0.0387
k= 38	-0.0035	-0.0264
k= 30	-0.0094	0.0092
k= 40	0.1017	0.0906

^a Função de autocorrelação. Os desvios padrões para os coeficientes de autocorrelação podem ser aproximados por $2 / \sqrt{1151} = 0.059$. * Denota um nível de significância de 5%.

Uma vez que não existe uma estrutura dinâmica muito relevante dos retornos simples, os retornos quadrados são uma boa aproximação para a variância condicional. A tabela

n.º 4 apresenta a função autocorrelação cruzada dos retornos quadrados, não sugerindo a existência de volatilidades cruzadas entre os mercados (além do padrão de sazonalidade, já mencionado). Estes resultados preliminares indicam que existe uma relação *lead-lag*, para $k=1$, nos retornos dos mercados, mas não para as suas volatilidades.

III.2 Modelização dos Retornos e Volatilidades nos Mercados à Vista e de Futuros

Em ordem a avaliar formalmente a presença de heteroscedasticidade na variância das séries dos retornos efectuámos o teste *ARCH LM (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Lagrange Multiplier)*⁹. Os resultados indicam que até ao lag $k=7$ não se rejeita a hipótese nula da homoscedasticidade. No entanto, para $k \geq 8$ devido ao padrão de sazonalidade existe variância condicional significativa e persistente.

A correlação contemporânea menor do que um (para $k=0$, 0.86) sugere que mais do que um factor comum ARCH pode ser necessário para explicar as flutuações na volatilidade ao longo do tempo nos dois mercados. A tabela n.º 5 apresenta os resultados do teste de Engle e Kozicki (1993) para a hipótese nula de um factor comum ARCH, não rejeitando esta hipótese.

Tabela n.º 5: Teste de Engle e Kozicki¹⁰

k	1	2	3
df	2	5	8
$\min TR^2$	4.65	6.35	8.57
<i>Valores críticos</i>			
$\alpha = 0.05$	6.0	11.1	15.5
$\alpha = 0.10$	9.2	15.1	20.1

Adicionalmente, o teste Aumentado de Dickey-Fuller (1979) suporta a presença de uma raiz comum unitária entre o logaritmo natural dos preços dos dois mercados, indicando que a introdução de um termo de correcção na modelização dos retornos é adequada.

⁹ O teste *ARCH LM* estima por OLS os coeficientes da regressão de Y sobre X, obtendo-se os resíduos. Seguidamente, estimam-se os resíduos quadrados por OLS em função do seu próprio desfasamento até á ordem $t-p$ e testa-se a significância conjunta dos coeficientes (hipótese nula de homoscedasticidade).

¹⁰ A estatística $\min TR^2$ indica o n.º de observações N vezes o menor coeficiente R^2 de $r_{s,t}^2$, $r_{f,t}^2$ e $r_{s,t}r_{f,t}$ sobre $(r_{s,t} - \varphi_{f,t})^2$, para os k lags. df denota os graus de liberdade para cada valor de k . As últimas duas linhas mostram os valores críticos para os níveis de significância α .

Com base nas conclusões anteriores a dinâmica dos retornos *intraday* do PSI-20 e dos Futuros PSI-20 deve capturar: a) a dependência cruzada entre os retornos e b) a presença de um padrão sazonal *intraday* nas volatilidades. Assim, utilizamos um modelo ARCH com termo de correcção.

A média condicional dos retornos *intraday* pode ser modelizada como:

$$4) \begin{pmatrix} r_{s,t} \\ r_{f,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{s,t-1} \\ r_{f,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_s \\ \beta_f \end{pmatrix} (s_{t-1} - (\gamma_1 + \gamma_2 f_{t-1})) + \begin{pmatrix} \varepsilon_{s,t} \\ \varepsilon_{f,t} \end{pmatrix},$$

onde $r_{s,t}$ e $r_{f,t}$ são os retornos do mercado à Vista e do mercado de Futuros, ou seja, $r_{s,t} = s_t - s_{t-1}$ e $r_{f,t} = f_t - f_{t-1}$, onde s_t e f_t são o logaritmo natural do PSI-20 e dos Futuros PSI-20, respectivamente, e ε_t é o vector de inovações. $\varepsilon_t = (\varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{f,t}) | \Omega_{t-1} \sim N(0, \Sigma_t)$, onde Ω_{t-1} é o conjunto de informação avaliada em $t-1$ e Σ_t é a matriz de covariâncias condicionada dos retornos. Incluímos como variável explicativa o termo de correcção $(s_{t-1} - (\gamma_1 + \gamma_2 f_{t-1}))$, por forma a incorporar um mecanismo de ajustamento de curto prazo em relação aos desvios do equilíbrio de longo prazo.

A variância condicional dos retornos *intraday* pode ser representada por um processo de médias móveis:

$$5) \text{vec}(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \text{vec} \bar{\Sigma} + \underbrace{(\phi_1 B + \phi_2 B^8 + \phi_3 B^{16} + \phi_4 B^{24} + \phi_5 B^{32})}_{\Theta_q(B)} \text{vec}(\varepsilon_t \varepsilon_t')^{11},$$

¹¹ *vec* significa vector.

onde $\text{vec}(\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t') = (\boldsymbol{\varepsilon}_{s,t}^2, \boldsymbol{\varepsilon}_{s,t} \boldsymbol{\varepsilon}_{f,t}, \boldsymbol{\varepsilon}_{f,t}^2)'$, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ é o vector de inovações, $\text{vec}\Sigma = (\sigma_{s,t}^2, \sigma_{s,t} \sigma_{f,t}, \sigma_{f,t}^2)'$, σ^2 é a variância e B é o operador atraso. As matrizes ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4 e ϕ_5 são matrizes diagonais. A sazonalidade *intraday* na volatilidade é capturada pelos elementos da diagonal da matriz ϕ_j ($j = 2, 3, 4$ e 5) que relaciona a volatilidade condicional numa determinada hora do dia com a mesma hora nos dias anteriores. Se o polinómio de médias móveis $\Theta_q(B)$ não tem raízes unitárias, esta representação captura a dependência entre os quadrados das inovações potencialmente até quatro dias.

Sob a hipótese de uma distribuição bivariada condicional Gaussiana para o vector das inovações o logaritmo da função verosimilhança para o modelo ARCH bivariado é não linear nos parâmetros a estimar o que requer técnicas de maximização numérica.¹²

III.3 Resultados de Estimação¹³

A tabela n.º 6 apresenta os resultados de estimação para o sistema de equações dos retornos hora-a-hora do PSI-20 e dos Futuros PSI-20.

Tabela n.º 6: Resultados de Estimação.

Variável Dependente: r_s e r_f							
Método Mínimos Quadrados Ordinários							
1150 Observações Incluídas							
Coefficientes	Estimativas	Desvios Padrões	<i>P-value</i>	Coefficientes	Estimativas	Desvios Padrões	<i>P-value</i>
α_{11}	0.209368	0.033282	0.000	α_{21}	0.470286	0.033766	0.000
α_{12}	-0.128973	0.030786	0.000	α_{22}	-0.426144	0.031233	0.000
β_s	-0.006724	0.000144	0.000	β_f	-0.007596	0.000146	0.000
R_s^2	0.67			R_f^2	0.72		

¹² Estas técnicas exigem a construção de um algoritmo de optimização em software tipo *MatLab*. No *EViews* não é possível modelizar um *ARCH* com sazonalidade. Estamos neste momento a construir esse algoritmo no *MatLab*, apresentando aqui apenas os resultados da estimação do sistema de equações da *média condicional* pelo método OLS, com as necessárias limitações daí decorrentes.

¹³ As estimativas do modelo foram obtidas utilizando o software econométrico *EViews* (versão 3.1).

Como esperado, os coeficientes $\hat{\beta}$ estimados do termo de correção são estatisticamente significativos. O termo de correção estimado é $s_t = 0.007315 + 0.999015f_t$, sendo que a diferença entre $s_{t-1} - (\gamma_1 + \gamma_2 * f_{t-1})$ pode ser interpretada como a diferença entre a cotação do PSI-20 e o preço do Futuro PSI-20.

Relativamente ao desfasamento do retorno do PSI-20 e do retorno dos Futuros PSI-20, os resultados sugerem uma influência quer no mercado à Vista, quer no mercado de Futuros.

No primeiro caso, os coeficientes são positivos e estatística e economicamente significativos. Contudo, o efeito nos Futuros PSI-20 é aproximadamente o dobro do efeito no PSI-20. Assim, por cada acréscimo de 1% na rentabilidade do índice PSI-20 são esperados ganhos de rentabilidade de 0,47% e 0,21% nos Futuros PSI-20 e no índice PSI-20, respectivamente, na hora seguinte.

No segundo caso, os coeficientes são negativos e estatística e economicamente significativos. Mas, mais uma vez, o efeito nos Futuros PSI-20 é mais relevante, aproximadamente 3 vezes maior (em termos absolutos) do que o efeito no PSI-20. Neste caso, por cada acréscimo de 1% na rentabilidade do índice PSI-20 são esperados perdas de rentabilidade de 0,43% e 0,13% nos Futuros PSI-20 e no índice PSI-20, respectivamente, na hora seguinte.

Adicionalmente, constata-se que os investidores têm expectativas de evolução das rentabilidades, na hora seguinte, em sentidos opostos. Um investidor do índice PSI-20 perante aumentos de rentabilidade espera que a rentabilidade continue a aumentar, na hora seguinte. Já o mesmo não se verifica para um investidor em Futuros PSI-20, que confrontado com aumentos de rentabilidade, espera que esta diminua na hora seguinte. Comparativamente, o segundo efeito é aproximadamente o dobro do primeiro, em termos absolutos

IV. CONCLUSÃO

A conclusão mais importante deste trabalho é de o comportamento do índice PSI-20 e do Futuro PSI-20 se afectarem mutuamente. Esta afectação mutua apenas se verifica nas rentabilidades.

A rentabilidade do Futuro PSI-20 influencia, no curto prazo, negativamente os retornos dos dois mercados. O contrário verifica-se para a rentabilidade do índice PSI-20. Este exerce um efeito positivo na rentabilidade do mercado á Vista e do mercado Futuro. É de salientar, que tais influências se verificam apenas no muito curto prazo. O efeito do retorno PSI-20 ou do Futuro PSI-20 é maior expressão na rentabilidade do Futuro e, por outro lado, estes efeitos têm sinais contrários, o que revela a diferencialidade de expectativas, por parte dos investidores, sobre a evolução dos dois mercados.

No que respeita à volatilidade, a sua influência restringe-se ao próprio mercado e há hora seguinte. Os retornos cruzados quadrados não evidenciam a presença de transmissão de volatilidade entre os dois mercados. Pelo que a variabilidade dos retornos está dependente do variabilidade do próprio mercado e da variabilidade decorrente da sazonalidade *intraday*.

BIBLIOGRAFIA

Lafuente, Juan A. e Alfonso Novales (2003), “Optimal hedging under departures from the cost of carry valuation: Evidence from the Spanish stock index futures market”, *Journal of Banking & Finance*, 27, pp. 1053-1078.

Cardoso, José António Almeida e Silva (2001). “A relação temporal entre o mercado de Futuros e o mercado de activos subjacente. Um estudo empírico do índice PSI-20.” Tese de Mestrado, Faculdade de Economia do Porto.

Nicolau, João C. H. C. (1999), “Modelo GARCH Multivariado para o PSI20 e o Dow Jones (Uma Aplicação ao PSI20)”, ISEG-UTL.

Nicolau, João C. H. C., “Definição, Identificação e Estimação do Modelo ARCH e Comparação com Outros Modelos de Volatilidade”, ISEG-UTL.

O Mercado de Derivados (2001), BVLP – Sociedade Gestora de Mercados Regulamentados, S.A..