

CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM) Y
ARBITRAGE PRICING THEORY (APT)
UNA NOTA TÉCNICA

FERNANDO RUBIO F.¹
ferncapital@yahoo.com
Director FERNCAPITAL S.A.
and
Invited Professor
International Graduate Business School
Universidad de Valparaíso, Chile.
Pasaje La Paz 1302, Viña del Mar, Chile.
Phone Fax (56) (32) 507543

EXTRACTO

En el campo de las Finanzas, uno de los tópicos de investigación más importantes en los últimos años, ha sido la Valuación de Activos de Capital. Esta pretende determinar los factores que explican la tasa de retorno de tales activos. El Capital Asset Pricing Model (CAPM) y el Arbitrage Pricing Theory (APT), los dos modelos de valuación de activos de capital desarrollados hasta ahora, son presentados aquí. Las características principales de ambos modelos que se explican aquí son los supuestos necesarios para desarrollarlos, sus planteamientos y los test empíricos llevados a cabo para contrastarlos con la realidad. Además, se presentan aplicaciones prácticas del CAPM y un análisis de las principales diferencias entre ambos modelos.

JEL Classification: G10, G12

Keywords: CAPM, APT, modelos, valuación, activos, capital.

Septiembre, 1987

¹ Este documento de trabajo está basado en la Tesis sin publicar para optar al Grado de Licenciado en Ciencias Económicas y Empresariales y al Título de Ingeniero Comercial, por la Escuela de Ingeniería Comercial de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los puntos importantes de la teoría de finanzas, y uno en los cuales los investigadores del área están ahora abocados, es la explicación de los retornos de los valores financieros, también llamada la valuación de los activos de capital².

Un factor clave en la valoración de cualquier instrumento financiero es la relación positiva implícita entre el riesgo y el retorno esperado. Se ha demostrado que a los inversionistas, por sobre todo, no les gusta el riesgo. Como resultado, debe ofrecérseles un retorno esperado adicional mientras mayor sea el riesgo esperado de los valores en cuestión.

El riesgo se define como la diferencia entre el retorno esperado y el retorno efectivamente logrado por un activo en el tiempo. Esta diferencia puede deberse a dos causas. Parte de esta diferencia puede deberse a factores que afectan al activo particular, pero no a los demás activos. La otra parte puede deberse a factores que afectan a todos los activos en general.

Diversos estudios empíricos de estos dos tipos de riesgo llevaron a Sharpe (1970) a plantear el concepto de diversificación y el enfoque de portafolios. En síntesis, la idea de tal enfoque es que los valores negociables pueden combinarse de una manera tal que se reduzca el riesgo relativo, es decir, si se considera los patrones de flujos de caja esperados sobre el tiempo de varios valores, y se combina tales valores en un portafolio, la dispersión del flujo total de caja se reduce y la dispersión del retorno sobre la inversión se reduce aun mas³. La combinación de valores negociables en un portafolio de manera que se reduzca el riesgo se conoce como diversificación.

Sin embargo, tal como Fama (1976) lo ha comprobado, no se puede eliminar, ni aun por medio de la diversificación, la totalidad del riesgo de los valores incluidos en el portafolio.

Van Horne (1979) explica "Debido a que no se puede tener un portafolio mas diversificado que el portafolio de mercado, este ultimo representa el máximo posible de diversificación. Entonces, el riesgo asociado con el portafolio de mercado es inevitable, o sistemático. Dicho en otras palabras, el único riesgo que queda después de una diversificación eficiente es sistemático en el sentido de que afecta todos los valores negociables. En esencia, este es el riesgo de los cambios en el mercado causados por aspectos tales como cambios en la economía o en la situación política. Afecta, este riesgo, a todas las acciones, independientemente de la eficiencia obtenida en su diversificación".

Esta tendencia del activo individual a desplazarse con el mercado constituye un riesgo, porque el mercado fluctúa y estas fluctuaciones no pueden ser eliminadas por diversificación. Esta componente del riesgo total es el riesgo sistemático o no diversificable del activo, y esta es la clase de riesgo a la que

² Es conveniente hacer notar que la mayor parte del trabajo práctico sobre modelos de valuación de activos de capital se circunscribe a acciones ordinarias.

³ Para una ilustración ver Van Horne (1979, capítulo 14)

se refiere aquí. El riesgo que se elimina es el riesgo no sistemático o diversificable, es decir, por medio de la diversificación eficiente se logra eliminar la influencia de los factores particulares que afectan al activo en cuestión.

En resumen, más que intentar explicar tanto el riesgo sistemático como el no sistemático que afecta a los activos, la tendencia de los modelos de valuación de activos de capital es asumir que el riesgo no sistemático ha sido eliminado construyendo un portfolio mediante diversificación eficiente. Por lo tanto, la tarea de tales modelos es tratar de individualizar cuales son los factores generales que explican la tasa de retorno de este portfolio así construido, es decir, tratar de explicar solamente el riesgo sistemático de este. A consecuencia de esto es que tales modelos trabajan con portfolios más que con activos individuales.

El primer modelo usado para resolver este problema fue el desarrollado casi simultáneamente por Sharpe (1963,1964) y Treynor (1961), y posteriormente ampliado por Mossin (1966), Lintner (1965,1969) y Black (1972).

Este modelo, llamado Capital Asset Pricing Model (CAPM), muestra que en un mercado eficiente la tasa de retorno de cualquier activo riesgoso es una función de su covarianza o correlación con la tasa de retorno del portfolio de mercado es decir, aquel portfolio que contiene a todos y a cada uno de los activos de la economía, en cierta proporción. La hipótesis de mercado eficiente, dice que los precios de las acciones, o de los activos financieros en general, siempre tienden a reflejar todo lo conocido sobre la actuación y las perspectivas de las empresas, individualmente y como un todo en la economía.

Ross (1976) desarrolló un modelo alternativo para este propósito, llamado Arbitrage Pricing Theory (APT). El APT es similar al CAPM en que también es un modelo de valuación de activos en equilibrio, es decir en un mercado eficiente. El retorno de cualquier activo riesgoso es visto como una combinación lineal de varios factores, y no tan solo de la tasa de retorno del portfolio de mercado.

El riesgo sistemático constituye la base teórica para desarrollar los modelos de valuación de activos de capital. Sin embargo, lo que diferencia a un modelo de otro es como ellos representan y cuantifican este riesgo sistemático. Para el CAPM, el riesgo sistemático está representado por la tasa de retorno del portfolio de mercado. El APT, con una visión más amplia, plantea que existen otros factores, además del ya mencionado, que explican este riesgo sistemático. Cabe hacer notar que el estado de la teoría del APT, todavía no permite determinar cuales son estos factores. En cualquier caso, el APT es más general que el CAPM, y de hecho este último puede ser visto como un caso especial del primero.

2 EL CAPM: CAPITAL ASSET PRICING MODEL

2.1. SUPUESTOS PARA DESARROLLAR EL CAPM

El CAPM es desarrollado en un mundo hipotético donde se hacen los siguientes supuestos sobre los inversionistas y el conjunto de oportunidades:

(1) Los inversionistas son individuos adversos al riesgo y maximizan la utilidad esperada de su riqueza al final del periodo, que ellos consideran su horizonte de planeación. Ellos escogen entre carteras alternativas en base a la media o valor esperado y la varianza de las utilidades.

(2) Los inversionistas son tomadores de precios, es decir, ningún inversionista es lo suficientemente poderoso como para afectar el precio de los activos en el mercado. Además, los inversionistas tienen expectativas homogéneas sobre los retornos de los activos, es decir, pueden tomar decisiones basadas en un conjunto de oportunidades idénticos. Todos tienen la misma información al mismo tiempo.

También se supone que la tasa de retorno de los activos tiene una distribución normal conjunta.

Si la tasa de retorno de los activos tiene una distribución normal conjunta, el inversionista puede maximizar la utilidad esperada simplemente seleccionando las mejores combinaciones de media varianza. Distribución normal conjunta se refiere al hecho de que todos los activos están, en forma individual, normalmente distribuidos y, además, sus interrelaciones (covarianzas) obedecen leyes de probabilidad normal.

Por lo tanto, todos los inversionistas tienen idénticas estimaciones subjetivas de las medias, varianzas y covarianzas de utilidad entre todos los activos. Es decir, se supone que los inversionistas están todos de acuerdo sobre el desempeño más probable de los valores, de manera individual, y que sus expectativas se basan en un periodo común, por ejemplo un año.

(3) Existe un activo de cero riesgo tal que los inversionistas pueden endeudarse o prestar cantidades ilimitadas a esa tasa de cero riesgo.

(4) Las cantidades de activos son fijas. Además, todos los activos son comerciables en cualquier momento, es decir, son perfectamente líquidos y perfectamente divisibles.

(5) Los mercados de activos son friccionales (es decir, la tasa de endeudamiento iguala a la tasa de préstamo) y la información tiene costo cero, a la vez que esta simultáneamente disponible para todos los inversionistas.

(6) No hay imperfecciones de mercado tales como impuestos, regulaciones o restricciones a ventas de corto plazo, ni costos de transacción, o cualquier restricción para operar. Van Horne (1976) acota que una condición suficiente es que estas pueden ser muy pocas y/o los costos muy bajos.

Aunque estos supuestos parecen ser sumamente limitantes, son similares a los hechos en teoría económica corriente de la firma y en los modelos básicos de Modigliani y Miller, y otros. En todo caso, cuando estos supuestos se relajan los resultados son generalmente compatibles con la teoría básica, como se apreciara mas adelante.

2.2. PLANTEAMIENTOS DEL CAPM

Seligman (1983) explicó, "El punto central del CAPM es que no todos los tipos de riesgo afectan a los retornos. El mercado no compensa al inversionista por sobrellevar un riesgo asociado a una compañía dada el riesgo de una huelga, por ejemplo, o el riesgo por el fracaso de un producto debido a que él puede eliminar efectivamente tales riesgos mediante diversificación. Lo que el inversionista no puede eliminar es el riesgo sistemático, es decir, aquel riesgo del cual todos los inversionistas participan a causa del hecho de que los precios de las acciones tienden a subir y a caer juntos en un bull y en un bear market, respectivamente".

Bull market es, en lenguaje bursátil estadounidense, un mercado en el cual las tendencias de los precios de la acciones en general, son al alza, considerando un periodo largo, por ejemplo, dos a tres años. Bear market, es lo contrario.

Concluye Seligman (1983): "El Beta, por lo tanto, expresa solamente el riesgo sistemático de un activo dado, midiendo la extensión en la cual la tasa de retorno de un activo ha sido mas, o menos, variable con respecto a la tasa de retorno del mercado como un todo." Tal como acota Van Horne (1976): " Beta es simplemente la pendiente de la línea característica." Es decir, aquella línea que nos muestra la relación entre la tasa de retorno de un activo y el factor que explica esta.

En términos algebraicos,

$$\text{TRE activo } i = \text{alfa} + \text{beta} * \text{TRE portfolio mercado} + E_i$$

Donde:

TRE activo i: Tasa de retorno en exceso, a la tasa de retorno de cero riesgo, del activo i.

TRE portfolio mercado: Tasa de retorno en exceso, a la tasa de retorno de cero riesgo, del portfolio de mercado.

Alfa: Parámetro de posición.

Beta: Pendiente.

E_i :Riesgo no sistemático.

La tasa de retorno en exceso, a la tasa de retorno de cero riesgo, es la tasa de retorno esperada del activo en cuestión menos la tasa de retorno del activo de cero riesgo.

Explica Van Horne (1979): "Alfa es simplemente la intersección de la línea característica con el eje vertical. Si se espera que el retorno en exceso del portfolio de mercado sea igual a cero, el alfa para un activo en particular, en teoría debería ser cero...", puesto que, "...El alfa para el portfolio de mercado es simplemente un promedio ponderado de las alfas de todos los activos que conforman tal portfolio. Con la existencia de mercados eficientes y el arbitraje que resulta allí, se asegura que ningún alfa será negativa, y cada alfa debe ser igual a cero para que el promedio ponderado sea cero... Usando datos del pasado para obtener la línea característica aproximada, sin embargo, podría observarse que los alfas difieren de cero si el mercado no esta en equilibrio o tiene imperfecciones."

Con respecto al riesgo no sistemático, Van Horne (1979) plantea: "Mientras mas bajo sea el coeficiente de determinación de la línea característica estimada, mayor será el riesgo no sistemático del activo en cuestión. Sin embargo, haciendo uso de la diversificación eficiente, puede reducirse este riesgo. Si la pendiente es igual a uno, la tasa de retorno del activo varia proporcionalmente con la tasa de retorno del portfolio de mercado... Si la pendiente es mayor que uno, el activo tiene más riesgo sistemático que el mercado como un todo. Esta clase de activos se conoce a menudo como una inversión agresiva... Una pendiente menor que uno indica que el activo tiene un menor riesgo sistemático que el mercado como un todo. Esta clase de activos se conoce a menudo como una inversión defensiva. Mientras mayor sea la pendiente de la línea característica de un activo, identificada por su beta, mayor será su riesgo sistemático. Esto significa que para movimientos hacia arriba o hacia abajo en la tasa de retorno del portfolio de mercado, los cambios en la tasa de retorno del activo en particular será mayor o menor, dependiendo de su beta. Entonces beta es una medida del riesgo sistemático o inevitable de los activos."

Se establecerá esto más formalmente. La tasa de retorno de todos los activos riesgosos es una función de su covarianza o correlación con la tasa de retorno del portfolio de mercado. La relación puede ser establecida como sigue:

$$E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f) * \text{Cov}(R_i, R_m) / V(R_m)$$

Donde,

$E(R_i)$: tasa de retorno requerida para el activo.

R_f : tasa de retorno del activo de cero riesgo.

$(E(R_m) - R_f)$: premio del riesgo.

$\text{Cov}(R_i, R_m) / V(R_m)$: cantidad de riesgo.

Esta ecuación es conocida como la Línea del Mercado de Valores según el CAPM, o simplemente el CAPM. La tasa de retorno requerida por los inversionistas a cualquier activo $E(R_i)$ es igual a la tasa de retorno del activo

de cero riesgo existente en la economía más un premio por riesgo. El premio por riesgo es el precio del riesgo multiplicado por la cantidad de riesgo. En la terminología del CAPM, el precio del riesgo es la pendiente de la Línea de Mercado de Valores (LMV). En resumen, la LMV es aquella línea que muestra la relación entre la tasa de retorno de un activo y el riesgo sistemático. Es decir, la diferencia entre la tasa de retorno esperada del portfolio de mercado y la tasa de retorno de cero riesgo.

La cantidad de riesgo es llamada beta B_i y es :

$$B_i = \text{Cov}(R_i, R_m) / V(R_m)$$

Es decir, B_i es la covarianza entre los retornos del activo riesgoso y el portfolio de mercado, dividido por la varianza del portfolio de mercado.

2.3. APLICACIONES PRÁCTICAS DEL CAPM

El CAPM ha llegado a ser un concepto que tiene amplias aplicaciones, entre ellas se puede mencionar que es útil para determinar el costo del capital patrimonial y para evaluar activos riesgosos.

A continuación, se explicara brevemente estas dos aplicaciones del CAPM.

2.3.1. VALUACION DE ACTIVOS RIESGOSOS.

Considérese un modelo de un periodo. Supóngase que P_o es el precio del activo al inicio del periodo, y que P_e es el precio del activo al fin del periodo. P_e será el valor final de todos los flujos de caja generados por el activo y descontados este a dinero del mismo valor. Así, el retorno esperado de una inversión en un activo riesgoso es determinado por el precio que se esta dispuesto a pagar al principio del periodo por los derechos a recibir el equivalente al valor final al fin del periodo. Por lo tanto, el retorno del activo riesgoso j es :

$$E(R_j) = (E(P_e) - P_o) / P_o \quad (1)$$

De acuerdo al CAPM :

$$E(R_j) = R_f + (E(R_m) - R_f) * \text{Cov}(R_i, R_m) / V(R_m)$$

y se sabe que B_j , es :

$$B_j = \text{Cov}(R_i, R_m) / V(R_m)$$

por lo tanto,

$$E(R_j) = R_f + (E(R_m) - R_f) * B_j \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) :

$$(E(P_e) - P_o)/P_o = R_f + (E(R_m) - R_f) \cdot \beta_j$$

Finalmente :

$$P_o = E(p_e)/(1 + R_f + (E(R_m) - R_f) \cdot \beta_j)$$

Esta es llamada a menudo la formula de valuación de la tasa de retorno ajustada por riesgo. El numerador es el precio esperado al fin del periodo para el activo riesgoso y el denominador puede ser visto como una tasa de descuento. Si el activo no tiene riesgo, entonces su covarianza con el mercado será cero y la tasa de descuento apropiada para un periodo es 1 mas la tasa de cero riesgo. Para los activos riesgosos, un premio de riesgo $\beta_j \cdot \text{Cov}(R_j, R_m)$ es sumado a la tasa de cero riesgo para conformar la así llamada tasa de descuento ajustada por riesgo.

2.3.2. DETERMINACION DEL COSTO DEL CAPITAL PATRIMONIAL

Otra aplicación del CAPM puede encontrarse en Van Horne (1979, capítulo 16) y es el aplicar el CAPM para determinar el costo del patrimonio de una empresa. "En vez de estimar la corriente de dividendos de la firma en el futuro y encontrar luego el costo del capital patrimonial, es decir:"

$$P_o = \text{SUM} (D_t / ((1 + K_e)^t))$$

Donde, SUM es la sumatoria desde $t=1$ a $t=\text{infinito}$.

Además,

D_t : es el dividendo por acción que se espera pagar en el periodo t

P_o : es el valor de la acción en el momento actual

K_e : es la tasa apropiada de descuento, que puede considerarse como el costo del capital patrimonial.

Continúa Van Horne, "... se puede enfocar el problema directamente estimando la tasa requerida de retorno sobre el patrimonio de la sociedad,..." lo que implica que K_e se obtiene de :

$$E(R_j) = R_f + (R_m - R_f) \cdot \beta_j$$

En donde, $E(R_j)$ será la estimación de K_e .

Y concluye, "Si la relación histórica entre los retornos del valor negociable y los del portfolio de mercado se consideran razonablemente buenos como para aproximar el futuro, se puede usar retornos pasados para calcular el beta de las acciones."

2.4. VIOLACIONES A LOS SUPUESTOS DEL CAPM⁴

Posterior a la presentación del CAPM, se ha desarrollado una serie de investigaciones que tienen como objetivo probar y/o profundizar aspectos de esta teoría.

Entre los tópicos principales de estas investigaciones esta el estudio del cumplimiento de los supuestos que sustentan el desarrollo de esta teoría. Estos estudios pretenden analizar como se afecta el CAPM (su ecuación, es decir, la ecuación de la Línea del Mercado de Valores según el CAPM) cuando uno de estos supuestos falla o no se cumple.

A continuación se presentan brevemente las conclusiones principales de algunos estudios sobre este tema.

(1) ¿Qué pasa si los inversionistas no pueden endeudarse y prestar a la misma tasa de cero riesgo? En otras palabras, ¿Cómo se afecta el CAPM si no hay una tasa de cero riesgo?

Este problema fue resuelto por Black (1972). Su estudio concluye con que al violar este supuesto resulta la misma forma del CAPM, solo que la tasa de cero riesgo es reemplazada por una tasa de retorno de un portfolio de cero beta.

Un portfolio de cero beta es aquel que sus retornos tienen correlación cero con el portfolio de mercado, pero que tiene el mismo riesgo sistemático.

Sus resultados muestran que el CAPM no requiere la existencia de activos de cero riesgo puro, sino que solamente exista un activo a cuya tasa los inversionistas pueden prestar y endeudarse indefinidamente. En resumen, el beta es aun una medida apropiada del riesgo (sistemático) para un activo y la linealidad del modelo aun se mantiene.

(2) ¿Qué pasa si los retornos no tienen una distribución normal conjunta?

Obviamente, los retornos de los activos no pueden estar distribuidos normalmente, ya que lo que mas pueden perder sus inversionistas es 100%. Pero, en términos prácticos, la probabilidad de observar retornos tan bajos como -100% y tan altos como 100% es muy pequeña. En resumen, se puede concluir satisfactoriamente que la violación de este supuesto no tiene efecto en la validez empírica del CAPM. Además, se puede aceptar que un inversionista medio tendrá retornos ni muy altos ni muy bajos, sino, con mayor probabilidad, centrados en torno a la media, y, a medida, que la varianza aumente, es decir, que la tasa de retorno se aleje de esta media, la probabilidad de ocurrencia de esta tasa disminuirá.

Otra implicación del supuesto de normalidad es que solo dos parámetros son necesarios para describir completamente la distribución: la media y la varianza.

⁴ Esta sección esta basada en Copeland y Weston (1983, capítulo 7).

Fama en 1965 demostró que basta que la distribución de los retornos sea simétrica para que esto ocurra, situación que, como ya se explico, es altamente probable.

(3) ¿Qué pasa si existen activos no transables o no comerciables?

Mayers en 1972 mostró que cuando los inversionistas son obligados a mantener activos no transables (por ley u otra restricción) los cuales tienen tasas de retorno riesgosas, el CAPM toma la siguiente forma :

$$E(R_j) = R_f + h \cdot (V_M \cdot \text{Cov}(R_j; R_M) + \text{Cov}(R_j; R_h))$$

Donde:

$$h = (E(R_M) - R_f) / (V_M \cdot V(R_M) + \text{Cov}(R_M; R_h))$$

V_M : el valor de mercado corriente de todos los activos transables

R_h : el retorno total en dinero de todos los activos no transables.

En esta versión del modelo, h puede interpretarse como el precio de mercado por unidad de riesgo (vale decir, el beta), cuando el riesgo contiene no solo la varianza del mercado, sino también la covarianza entre la tasa de retorno de los activos transables y el retorno total en pesos de todos los activos no transables.

La medida apropiada de riesgo es aun la covarianza, pero ahora se debe considerar la covarianza entre el activo riesgoso j ésimo y dos portafolios, uno compuesto de activos transables y un segundo compuesto de activos no transables.

(4) ¿Qué pasa si los inversionistas tienen expectativas y supuestos heterogéneos?

Si los inversionistas no tienen la misma información sobre la distribución de retornos futuros, ellos percibirían diferentes conjuntos de oportunidades y obviamente elegirían portafolios diferentes. Lintner (1969) mostró que la existencia de expectativas heterogéneas no altera críticamente el CAPM excepto que los retornos esperados y las covarianzas son expresados como promedios ponderados de las expectativas de los inversionistas. Sin embargo, si los inversionistas tienen expectativas heterogéneas, entonces el portafolio de mercado no es necesariamente eficiente. Esto hace al CAPM no testeable. Por lo tanto, la única prueba legítima del CAPM es una prueba conjunta para determinar si el portafolio de mercado es eficiente o no⁵.

⁵ Ver sección: "Crítica de Roll".

(5) ¿Qué pasa si existen en la economía imperfecciones del tipo de los impuestos ?

Nadie ha investigado el modelo de equilibrio en un mundo con impuestos personales y a las empresas. Sin embargo, Brennan (1970), estudio el efecto de tasas de impuesto diferenciales sobre ganancias de capital y dividendos. A pesar de que concluye que el beta es la medida apropiada del riesgo, su modelo incluye un término adicional que causa que el retorno esperado de un activo dependa tanto de su riesgo sistemático como de su rendimiento de dividendos :

$$E(R_j) = y_1 \cdot R_f + y_2 \cdot B_j + y_3 \cdot D_j$$

Donde D_j es el rendimiento de los dividendos del activo j .

El modelo de Brennan concluye que los inversionistas requerirán tasas de retorno mas altas (que aquellas del CAPM original) a los activos con rendimientos mas altos de dividendos. En otras palabras, los inversionistas no desean dividendos debido a que deben pagar tasas más altas de impuestos sobre sus ingresos. En vez de dividendos, ellos prefieren aumentos de precios de las acciones.

2.5 TEST EMPIRICOS DEL CAPM

2.5.1. PROBLEMAS PREVIOS A RESOLVER

El CAPM, o la Línea del Mercado de Valores según el CAPM, es un modelo lineal simple el cual esta expresado en términos de su retorno esperado y su riesgo esperado. En su forma ex ante, se tiene, como ya se dedujo :

$$E(R_j) = R_f + (E(R_m) - R_f) \cdot B_j$$

Hay muchos problemas econométricos serios y difíciles para testear el modelo. El principal de ellos es que el modelo esta expresado en términos de sus valores esperados o forma ex ante, y considerando que las expectativas no pueden ser medidas, es necesario plantear el modelo en términos de sus valores observados, es decir, en su forma ex post, para probarlo empíricamente.

Esto puede hacerse asumiendo que la tasa de retorno sobre cualquier activo es un FAIR GAME. En otras palabras, en promedio, la tasa esperada de retorno sobre un activo es igual a la tasa de retorno realizada. Podemos describir un FAIR GAME como sigue :

$$R_j = E(R_j) + B_j \cdot A_m + E_j \quad (*)$$

donde:

$$A_m = R_m - E(R_m)$$

$$E(A_m)=0$$

E_j = un termino de error aleatorio

$$E(E_j)=0$$

$$\text{Cov}(E_j; A_m)=0$$

$$\text{Cov}(E_j; E_j 1)=0$$

$$B_j = \text{Cov}(R_j; R_m) / V(R_m)$$

A_m : es la diferencia entre la tasa de retorno efectivamente producida y la tasa de retorno esperada del portfolio de mercado. Se espera, dado que el mercado es eficiente, que esta diferencia sea cero. Por esta misma razón, se espera que el valor del termino de error aleatorio sea cero, es decir, el riesgo sistemático sea cero; y que no haya relación entre el valor de este error y A_m , así como entre valores sucesivos de los términos de error aleatorio⁶.

La ecuación (*) es vista como un FAIR GAME porque si se toman expectativas de ambos lados de esta ecuación, el retorno promedio realizado es igual a su retorno esperado. En otras palabras, en promedio, el inversionista obtiene el retorno que espera:

$$E(R_j) = E(R_j)$$

Si se usa el supuesto del CAPM de que los retornos de los activos es conjunta normal, entonces B_j en el modelo FAIR GAME es definida en exactamente la misma manera como B_j en el CAPM.

Sustituyendo $E(R_j)$ del CAPM en la ecuación (*) se obtiene :

$$R_j = R_f + (E(R_m) - R_f) * B_j + B_j * (R_m - E(R_m)) + E_j$$

Lo que implica :

$$R_j = R_f + (R_m - R_f) * B_j + E_j$$

Por tanto :

$$R_j - R_f = (R_m - R_f) * B_j + E_j$$

La cual es la forma ex post del CAPM.

Vale decir, que al desarrollar un test empírico del CAPM, la tasa de retorno del activo individual, del portfolio eficiente, o del portfolio de mercado debe ser una

⁶ Estos supuestos son explicados en detalle más adelante, en las secciones “Supuestos Econométricos” y “Supuestos para desarrollar el APT”.

tasa por sobre el cero riesgo, es decir, debe ser la tasa de retorno que se obtiene en exceso a la que se obtiene al invertir en el activo de cero riesgo.

Una importante diferencia entre el modelo empírico ex post y el modelo teórico ex ante es que el primero puede tener una pendiente negativa mientras que el último no. Esto se explica porque ex ante, los inversionistas solo pueden concebir una relación positiva entre el retorno y el riesgo. Sin embargo, ex post, existe la posibilidad de que los inversionistas reciban un retorno menor, e incluso negativo, en relación al que ellos deberían haber recibido considerando que asumieron riesgo. Esto puede deberse a fluctuaciones del mercado, es decir, al riesgo sistemático o riesgo no diversificable.

Cuando el CAPM, o la Línea del mercado de Valores según el CAPM, es empíricamente testeado, es usualmente escrito en la siguiente forma:

$$R'_p = y_0 + y_1 \cdot B_p + E_p$$

Donde

$$y_1 = R_m - R_f$$

R'_p = el retorno en exceso sobre el portfolio p, R_p , R_f

2.5.2. RESULTADOS DE LOS TEST EMPIRICOS

En teoría, dados los planteamientos teóricos del CAPM y considerando la forma ex post de este, los resultados deberían mostrar:

- (1) El término del intercepto y_0 debería no ser significativamente diferente de cero.
- (2) El beta debería ser el único factor que explica la tasa de retorno de un activo riesgoso. Si otros términos (tales como el rendimiento de los dividendos, la razón precio/ganancias, el tamaño de la firma) son incluidos en un intento de explicar el retorno, ellos no deberían tener poder explicatorio.
- (3) La relación debería ser lineal en beta.
- (4) El coeficiente de beta, y_1 , debería ser igual a $R_m - R_f$.
- (5) Cuando la ecuación es estimada para periodos muy largos de tiempo, la tasa de retorno sobre el portfolio de mercado debería ser más grande que la tasa de cero riesgo. Considerando que el portfolio de mercado es más riesgoso, en promedio este debería tener una tasa de retorno más alta. En periodos cortos de tiempo esto ocurriría solo si el mercado es perfectamente eficiente.

Los principales estudios empíricos han sido realizados para el mercado bursátil estadounidense por Blume y Friend (1970,1973), Black, Jensen y Scholes (1972), Miller y Scholes (1972), Blume y Husick (1973), Fama y Macbeth (1973), Basu (1977), Reinganum (1981), Litzenberger y Ramaswamy (1979) y Banz (1981)

Contrario a la teoría, con pocas excepciones, los estudios empíricos están de acuerdo en obtener las siguientes conclusiones

(1) El termino del intercepto y_0 es significativamente diferente de cero, y la pendiente de y_1 es menor que la diferencia entre el retorno sobre el portfolio de mercado menos la tasa de cero riesgo. Lo que implica que los valores con bajos betas ganan más que lo que el CAPM podría predecir y los valores con betas altos ganan menos.

(2) Las versiones del modelo que incluyen un término de riesgo no sistemático, tal como tamaño de la firma, encuentran que en el mejor de los casos esos factores explicativos son útiles solo en un pequeño número de periodos de tiempo de la muestra. El beta los domina como medida de riesgo.

(3) El modelo empírico lineal simple se ajusta mejor a los datos correspondientes a las observaciones utilizadas en los estudios. Es lineal en beta. También, en periodos de tiempo largos la tasa de retorno sobre el portfolio de mercado es mas grande que la tasa de cero riesgo, esto es, $y_1 > 0$. En cambio en periodos cortos de tiempo esto no siempre ocurre.

(4) Otros factores además del beta son útiles en explicar la porción de los retornos del valor que no son explicados por el beta. Es decir, la ecuación de la Línea del Mercado de Valores según el CAPM, en términos esquemáticos, es:

$$R_i = y_0 + y_1 \cdot F_i + E_i$$

Donde:

R_i : retorno por sobre el cero riesgo

F_i : el riesgo del mercado medido por beta

y_0, y_1 : parámetros de posición

E_i : termino de error

Sin embargo, los estudios⁷ han mostrado que tal ecuación debería ser :

$$R_i = y_0 + y_1 \cdot F_1 + y_2 \cdot F_2 + \dots + E_i$$

Donde $F_2, F_3, \dots$ otros factores explicativos de R_i .

⁷ En este punto, el trabajo de Ross y Roll (1980) ha sido especialmente interesante.

En resumen, la evidencia empírica ha llevado a concluir que la forma pura teórica del CAPM no esta bien de acuerdo con la realidad. Además, críticas al modelo, tales como las efectuadas por Ross (cuyos planteamientos se presentan brevemente más adelante) han llevado a la necesidad de continuar en la búsqueda de teorías que expliquen en forma más perfecta la realidad.

Sin embargo, la forma empírica del CAPM, la cual viene a ser la Línea de Mercado de Valores Empírica:

$$R_i = y_0 + y_1 \cdot B_i + E_i$$

Provee hasta ahora uno de los mejores modelos que explican los retornos de los valores. Esto se debe principalmente a que no ha sido posible determinar cuales son los factores, además de la tasa de retorno del portfolio de mercado, que representan el riesgo sistemático.

2.6. CRITICAS AL MODELO

2.6.1. CRITICA DE ROLL

El punto principal de la critica de Roll (1977) al CAPM es que se debería tener siempre en mente el hecho de que el CAPM y la eficiencia del mercado de capitales son hipótesis conjuntas e inseparables, pues para desarrollar el CAPM se requiere que el portfolio de mercado sea eficiente, es decir, se requiere un mercado de capitales eficiente.

En consecuencia, se subentiende que el portfolio de mercado ya ha sido empíricamente testado y se ha concluido que este es en si eficiente, y es en base a esto que se ha podido desarrollar el CAPM. Sin embargo, Roll establece que paradójicamente, la forma de testear la eficiencia del mercado, es a través del CAPM. Por lo tanto, se concluye que la eficiencia del portfolio de mercado y la validez del CAPM son hipótesis conjuntas a testear.

Si los mercados de capitales son ineficientes, entonces los supuestos del CAPM son inválidos y el modelo no es apropiado para explicar la realidad. Si el CAPM es inapropiado, aun cuanto los mercados de capitales son eficientes, entonces el CAPM no es una herramienta adecuada para testear la eficiencia del mercado.

A causa de que el CAPM asume eficiencia del mercado, cualquier resultado empírico que muestre que en promedio no hay desviaciones significativas entre el modelo y la realidad solo posiblemente será consistente con la eficiencia del mercado. Los resultados no necesariamente probaran la eficiencia del mercado debido a que el modelo podría estar equivocado.

Además, Roll (1977) argumenta que, desafortunadamente, considerando que el portfolio de mercado contiene a todos los activos de la economía (vendibles y no vendibles, es decir, capital humano, casas, bonos, acciones, tierras, etc.) es imposible cuantificarlo y, en consecuencia, es imposible utilizarlo. Sin embargo,

este problema ha sido resuelto, en cierto modo, en los estudios empíricos utilizando un índice general de precios de acciones como sustituto del verdadero portfolio de mercado.

La crítica de Roll (1977) no implica que el CAPM es una teoría inválida, sino que es necesario considerar que los resultados del CAPM deben ser interpretados con gran precaución.

2.6.2. OTRAS CRÍTICAS

Seligman (1983) planteó que "Si el beta trabaja como se postula, y si los mercados son eficientes, como se cree, debería ser imposible que los estudios empíricos se encontraran resultados distintos o no concordantes con los que la teoría predice. Sin embargo, esto ha sucedido. Lo anterior, no obstante, no es la única razón para que el beta del CAPM parezca algo bamboleante hoy en día. La medida de riesgo no esta en problemas solamente, o principalmente, debido a estas anomalías. Esta también ha sido atacada, y alcanzada porque:

1. Hay evidencias de que los betas no son estables en el tiempo.
2. Hay evidencia de que cualquier beta variara considerablemente, dependiendo de cual índice se va a usar como una aproximación para el portfolio de mercado.
3. Hay evidencia de que en un periodo extremadamente largo (1931 - 1965) la relación riesgo-retorno no fue la mas acertada: los actuales retornos fueron algo mas altos que los que predichos para activos con bajos betas, y mas bajos para los predichos para activos con altos betas."

3 EL APT: ARBITRAGE PRICING THEORY

3.1. SUPUESTOS PARA DESARROLLAR EL APT

El APT es derivado bajo los supuestos usuales de:

- (1) Competitividad perfecta y mercados de capitales friccionales.
- (2) Los individuos tienen creencias homogéneas con respecto a que los retornos para el conjunto de activos que están siendo considerados son gobernados por un modelo lineal de k factores.

La teoría requiere que el numero de activos bajo consideración sea mucho mas grande que el numero de factores, k . Tales factores comunes, capturan los componentes de riesgo sistemático en el modelo. El término de error E_i , es el componente de riesgo no sistemático para el activo i . Se asume que este refleja la influencia aleatoria de información que no esta relacionada con los otros activos. Este debe ser independiente de todos los factores y todos los

términos de error para otros activos. Una dependencia demasiado fuerte de los E_i 's estará diciendo que hay mas de los k hipotéticos factores comunes.

El termino de error en el APT, como en el CAPM, puede ser consecuencia de la interacción de varias fuerzas:

(i) El modelo es una simplificación de la realidad. Se supone que R_i , la variable dependiente, es explicada en la realidad, por un numero muy grande de variables independientes, pero en su lugar, se opta por representar a R_i como una función explícita de solo un pequeño numero de las variables independientes que se considera son las mas importantes, y se admite en consecuencia que el efecto neto de las variables excluidas esta representado por E_i .

(ii) Pueden existir errores de observación de medida de las variables del modelo.

(iii) Existe un elemento imprevisible de aleatoriedad en las respuestas humanas, el cual puede caracterizarse debidamente solo mediante la inclusión de un término de error aleatorio.

3.2. PLANTEAMIENTOS DEL APT

Formulada por Ross (1976) y más tarde ampliada y desarrollada junto a Roll (Roll y Ross, 1980), el APT ofrece una alternativa testeable al CAPM. El CAPM predice que, en la Línea del Mercado de Valores, las tasas de retorno de un valor estarán linealmente correlacionadas a un simple factor común, la tasa de retorno del portfolio de mercado. El APT esta basado en una construcción similar, pero es mucho mas general.

Como el CAPM, el APT asume que solo el riesgo sistemático, el tipo de riesgo que no puede ser diversificado, necesita ser medido. Sin embargo, este también asume que el riesgo sistemático no puede ser capturado adecuadamente en una medida unitaria como el beta. Sus investigaciones han llevado a Ross y Roll (1980) a plantear que el riesgo sistemático necesita ser reflejado por varios factores separados. Los tres mencionados más a menudo: cambios no anticipados en la inflación, en la producción industrial y en las tasas de interés. En cualquier caso, el APT claramente envía mensajes sobre varios activos cuyo grado de riesgo es bastante distinto a lo que el beta predice. El beta, por ejemplo, señala algunos activos como defensivos, es decir, de bajo riesgo, mientras el APT los muestra como extremadamente riesgosos en periodos de inflación inesperada.

Se establecerá esto más formalmente. El APT asume que la línea característica de un activo i debe mostrar que la tasa de retorno de un valor es una función lineal de K factores:

$$R_i = E(R_i) + B_{i1} * F_1 + \dots + B_{ik} * F_k + E_i$$

Donde:

R_i = tasa de retorno del activo i

$E(R_i)$ = tasa de retorno esperada del activo i

B_{ik} = sensibilidad del retorno del activo i al k esimo factor

F_k = el factor común de media cero a los retornos de todos los activos bajo consideración.

E_i = un término de error de media cero

Por tanto, según el APT la Línea del Mercado de Valores puede ser escrito como:

$$E(R_i) - R_f = (E(w_1) - R_f) * B_{i1} + \dots + (E(w_k) - R_f) * B_{ik}$$

Donde:

$E(w_i)$: valor esperado de la transformación lineal del factor i , con tal de que los factores sean ortogonales⁸ entre si.

Si la ecuación es interpretada como una ecuación de regresión lineal (asumiendo que los vectores de retornos tienen una distribución normal conjunta y que los factores han sido linealmente transformados de manera de ser ortogonales), Si los vectores son ortogonales, entonces $E(w_i)$ es el retorno esperado sobre un portfolio con sensibilidad única al i esimo factor y con cero sensibilidad a todos los otros factores. En el fondo lo que se pretende es que los factores sean linealmente independientes entre si.

Entonces los coeficientes betas k esimo, son definidos en exactamente la misma manera como el beta en el CAPM, vale decir, cada beta k esimo, cuantifica la tendencia de un activo individual a desplazarse con el factor k esimo. Estas condiciones permiten deducir la definición del beta k esimo planteada aquí, a partir del proceso de minimización de la suma de los cuadrados de los errores en el procedimiento de regresión, Mínimos Cuadrados Ordinarios. Si estas condiciones no se cumplieran, el beta k esimo obtenido no seria igual a $Cov(R_i; w_k) / V(w_k)$ (Ross y Roll, 1980). Tal como se precisó antes, esta tendencia constituye un riesgo, ya que tales fluctuaciones no pueden ser eliminadas por diversificación.

Resulta entonces que tales elementos constituirían parte del riesgo total y específicamente parte del riesgo sistemático del activo. Así:

$$B_{ik} = Cov(R_i; w_k) / V(w_k)$$

⁸ Sean x e y dos vectores. Los vectores x e y son ortogonales si : $x(\text{traspuesto}) * y = 0$

Donde:

$Cov(R_i, w_k)$ = es la covarianza entre el retorno del activo i y la transformación lineal del factor k esimo.

$V(w_k)$ = la varianza de la transformación lineal del factor k esimo

Aquí, el CAPM es visto por ser un caso especial del APT (donde los retornos de los activos se asume que tienen una distribución normal conjunta) ya que si se considera a R_m el único factor y w_k su transformación lineal, la ecuación de la Línea del Mercado de Valores según el APT es:

$$E(R_i) = R_f + (E(w_1) - R_f) \cdot \beta_{i1}$$

Que viene a ser la ecuación de la LMV del CAPM.

3.3. DIFERENCIAS ENTRE EL CAPM Y EL APT

(1) El APT no hace supuestos respecto a la distribución empírica de los retornos de los activos, en cambio el CAPM, asume que esta es una distribución normal conjunta.

(2) El APT no hace supuestos fuertes respecto a las funciones de utilidad de los individuos (a lo menos nada más fuerte que la "codicia" y la aversión al riesgo). En cambio, el CAPM se basa en la teoría de la utilidad, que a su vez hace unos precisos supuestos sobre el comportamiento del individuo, entre estos supuestos están aquellos conocidos con el nombre de utilidad cardinal.

Para desarrollar la teoría de toma de decisiones racionales es necesario hacer precisos supuestos sobre el comportamiento del individuo. Conocidos como los axiomas de la utilidad cardinal, esos supuestos proveen el conjunto mínimo de condiciones necesarias para un comportamiento racional y consistente. Una vez que estos supuestos son formalizados, se puede continuar desarrollando la teoría de la utilidad. Estos cinco axiomas dicen relación con las preferencias de los individuos, por ejemplo, algunos pueden preferir una manzana a una pera, o viceversa. Se utiliza el concepto de utilidad cardinal, más que ordinal, porque se quiere indicar que un individuo, siguiendo con el ejemplo, prefiere una manzana a una pera, y además puede especificar cuantas peras serian equivalentes a una manzana.

(3) El APT admite que el retorno de equilibrio de los activos es dependiente de muchos factores, no solo uno, como plantea el CAPM.

(4) El APT no necesita medir el universo de los activos, vale decir, el APT no necesita individualizar el portfolio de mercado para testear la teoría, en cambio, el CAPM si lo necesita como plantea el profesor Ross.

(5) No hay un rol especial para el portfolio de mercado en el APT, mientras que el CAPM requiere que el portfolio de mercado sea eficiente.

(6) El APT puede ser fácilmente extendido a una estructura multiperiodo, si se hacen los supuestos necesarios. En cambio, para que esto sea posible en el CAPM, se necesita de supuestos mucho más restrictivos lo que hace el procedimiento mucho más difícil.

3.4. TEST EMPIRICOS DEL APT.

3.4.1. PROCEDIMIENTO EMPIRICO USUAL PARA TESTEAR EL APT.

El procedimiento empírico usual para testear el APT es el Análisis de Factores, el cual tiene los siguientes pasos:

(1) Coleccionar series de tiempo con datos de los retornos diarios o mensuales de un grupo de activos para un periodo de cinco años generalmente. Cinco años es el periodo generalmente utilizado por empresas de investigadores del mercado bursátil de USA, tales como Value Line Inc., aunque al parecer no existe una razón sólida de base teórica.

(2) Calcular la matriz de varianza covarianza empírica de los retornos.

(3) Usar un procedimiento de análisis de factores (de máxima probabilidad) para identificar el numero de factores y sus ponderaciones, B_{ik} .

(4) Usar las ponderaciones estimadas de los factores, B_{ik} , para explicar la variación de corte transversal de los retornos esperados individuales, y para medir el tamaño y la significación estadística del premio por riesgo estimado, asociado con cada factor.

Una de las cosas frustrantes en relación al método de análisis de factores, para testear el APT, es que este procedimiento no puede identificar los factores individualizados, razón por la cual dicho método no se emplea en este estudio. Por lo tanto, es necesario encontrar un método adecuado para testear el APT, que si individualice los factores que inciden en la generación de la tasa de retorno de los activos riesgosos.

3.4.2. OBTENCION DEL MODELO EMPIRICO A TESTEAR.

Para testear la Línea del Mercado de Valores según el APT se debe considerar que el modelo de factores en su forma ex ante puede ser escrito en forma de un FAIR GAME como:

$$E(R_j) = R_f + (E(w_1) - R_f) * B_{1j} + \dots + (E(w_k) - R_f) * B_{kj} \quad (1)$$

Además, utilizando la definicion de FAIR GAME:

$$R_j = E(R_j) + B_{1j} * A_{1j} + \dots + B_{kj} * A_{kj} + E_j \quad (2)$$

Donde:

$$A_i = w_i E(w_i) \quad i=1, \dots, k$$

$$E(A_i) = 0 \quad i=1, \dots, k$$

E_j = término de error aleatorio.

$$E(E_j) = 0$$

$$\text{Cov}(E_j, A_i) = 0 \quad i=1, \dots, k$$

$$\text{Cov}(E_j, E_{j1}) = 0$$

$$B_i = \text{Cov}(R_j, w_i) / V(w_i) \quad i=1, \dots, k$$

Sustituyendo $E(r_j)$ del APT, es decir, la ecuación (1) en la ecuación (2) se obtiene:

$$R_j = R_f + (E(w_1) - R_f) * B_1 + \dots + (E(w_k) - R_f) * B_k + \dots + B_1 * A_1 + \dots + B_k * A_k + E_j.$$

Reemplazando la definición de A_i , queda:

$$R_j = R_f + (E(w_1) - R_f) * B_1 + \dots + (E(w_k) - R_f) * B_k + \dots + B_1 * (w_1 - E(w_1)) + \dots + B_k * (w_k - E(w_k)) + E_j$$

Lo que implica:

$$R_j = R_f + (w_1 - R_f) * B_1 + \dots + (w_k - R_f) * B_k + E_j$$

Por tanto:

$$R_j - R_f = (w_1 - R_f) * B_1 + \dots + (w_k - R_f) * B_k + E_j$$

Donde, $R_j - R_f$ es la tasa por sobre el cero riesgo del activo.

De esta manera, entonces se logra la forma ex post de la LMV según el APT.

Sin embargo, para testear esta Línea se utiliza la siguiente forma, por conveniencia:

$$R'_p = y_0 + y_1 * B_1 + \dots + y_k * B_k + E_p$$

Donde:

$$R'_p: R_j - R_f$$

$$y_i: w_i - R_f \quad i=1 \dots k$$

4 DESCRIPCION DEL DISEÑO METODOLOGICO

4.1 DETERMINACION DE LAS VARIABLES EXPLICATIVAS DEL MODELO

Ross y Roll (1980, pagina 1077) plantean: "Si hay solo unos pocos componentes de riesgo, se podría esperar que estos estuvieran relacionados a agregados económicos fundamentales, tales como el GNP o las tasas de interés u otros, a pesar de que no se implique causalidad de estas relaciones".

4.2 PRECISIONES ACERCA DE LA OPERATORIA CON PORTFOLIOS

Los modelos de valuación de activos de capital trabajan más bien con portfolios que con activos individuales, pues se pretende eliminar el riesgo no sistemático. Además, con este procedimiento es posible eliminar distorsiones en la estimación de la ecuación explicativa de la tasa de retorno de cada activo individual.

Fama (1976) plantea: "Agrupando los activos individuales en grandes portfolios elegidos para proveer la máxima dispersión del riesgo sistemático, es posible eliminar buena parte del error de medida en la estimación de los betas de los activos individuales." Fama (1976) hace notar que en resultados por él obtenidos, el error de medida correspondiente al utilizar portfolios es del orden de un tercio a un séptimo del error obtenido al utilizar los activos individuales.

Dice Fama (1976): "Este procedimiento con portfolios, sin embargo, trae problemas que se centran en gran parte en como se elegirán los portfolios usados en el análisis. Cuando los activos son combinados en portfolios, alguna de la información en los datos sobre la relación entre riesgo y retorno esperados se pierde. Por ejemplo, si se estuviera testeando el CAPM y si la elección de los activos para portfolios es aleatorio, y si los portfolios formados contienen muchos activos, los portfolios tendrán el beta mucho mas centrado alrededor de la unidad que los activos individuales, lo cual significa que se puede esperar observar solo un rango estrecho de la relación retornos esperados riesgo. En el caso extremo donde todas las medidas del riesgo del portfolio cambian para concentrarse alrededor del mismo valor, la formación de portfolios destruye toda la información sobre la relación retorno esperado riesgo que esta potencialmente contenido en los datos de retorno de los activos. Para reducir la perdida de información causada al trabajar con portfolios, se debe formar portfolios de tal manera de garantizar que se obtenga un amplio rango de los beta. Esto se hace localizando activos en portfolios sobre la base de valores rankeados de los beta. Si se sigue este procedimiento, sin embargo, podría resultar lo que es llamado un "fenómeno de regresión". Cuando se rankean los beta de todos los activos, en alguna extensión se esta rankeando los errores de estimación de los beta. Un error de estimación positivo muy grande es probable que de como resultado un alto beta, mientras que un error de estimación negativo grande es probable que de como resultado lo contrario. Formando portfolios sobre la base de los betas rankeados se alcanza un conjunto de errores de muestra positivos y negativos dentro de los portfolios, especialmente en los extremos de los rangos de los betas. El resultado es que

los valores mas grandes de beta tenderían a sobreestimar los verdaderos beta, mientras que los mas bajos tenderían a ser subestimados."

Fama y Macbeth (1973) plantean un procedimiento específico para solucionar este problema.

4.3 SUPUESTOS ECONOMETRICOS

Formalmente, los supuestos del modelo en términos econométricos y su implicación financiera son:

(1) Existe una relación causal entre la variable dependiente R_i y las variables independientes X_i 's (variables económicas). Además, tal relación es lineal.

Este supuesto se ve respaldado por la teoría de los arbitrajes. En un mercado eficiente, el arbitraje nos llevaría a una situación en la cual los retornos esperados de un activo o portfolio será una función lineal de sus volatividades a toda importante fuente de riesgo común.

(2.1) Las X_i 's son variables estocásticas o no aleatorias, cuyos valores vienen fijados. Esto es equivalente al supuesto de que las variables independientes están completamente controladas por el investigador, es decir, el puede cambiar sus valores de acuerdo con los objetivos del experimento.

Tal supuesto es sumamente irreal en los problemas empresariales o económicos, particularmente los relacionados con el campo de las finanzas. Además, la mayoría de los resultados de análisis de regresión de MCO se mantienen bajo condiciones menos estrictas. Este supuesto se expone aquí solamente en términos de formalidad econométrica.

(2.2) Para cada valor de la variables X_i , existe una distribución de probabilidad del termino de error aleatorio E_i , y, por lo tanto, una distribución de probabilidad de Y .

Además, la varianza de las X_i 's es distinta de cero y finita para cualquier tamaño de muestra, esto se justifica porque en determinado momento de la derivación de los Mínimos Cuadrados Ordinarios, se debe dividir por esta varianza.

(3.1) El valor esperado del término de error E_i es igual a cero y su varianza es constante para todas las observaciones, es decir:

$$E(e_i)=0 \text{ y } V(e_i)=E(e_i^2)=V(e)$$

El termino E_i mide el riesgo no sistemático del activo. Se supone que $E(e_i)$ es 0 y, que por lo tanto, es eliminable por diversificación.

Cualquier firma también se enfrenta a hechos peculiares a ella e independientes del clima económico general, tales hechos tienden a hacer que

las utilidades por acción de la firma en cuestión se desplace independientemente, dentro de cierto rango, de este clima. Sin embargo, puesto que estos hechos son al azar, y no es mas probable que sean negativos que positivos, el efecto esperado de estos se supone cero. Por diversificación, el efecto de hechos al azar para todas las acciones de la cartera puede hacerse que se aproxime a cero, los más y los menos de las firmas individuales, si la muestra es lo suficientemente grande, se compensaran, y los cambios de la cartera simplemente reflejaran los movimientos generales del clima económico. Así, la dispersión de la línea de regresión se denomina "riesgo no sistemático" o diversificable.

(3.2) Las variables aleatorias E_i están incorrelacionadas en sentido estadístico, es decir, la correlación de los errores correspondientes a observaciones distintas es igual a cero. Además, los términos de error para dos activos cualquiera se supone también que son independientes.

$$\text{Cov}(E_i; E_j) = E(E_i; E_j) = 0 \quad \text{Para todo } i, j$$

$$\text{Cov}(E_{ik}; E_{jl}) = E(E_{ik}; E_{jl}) = 0 \quad \text{Para todo } i, j \text{ y para todo } k, l$$

El termino de riesgo no sistemático del activo i , esta no correlacionado consigo mismo en los distintos periodos de tiempo. Además, el término de riesgo sistemático del activo i esta no correlacionado con el del activo j , en cualquier periodo de tiempo.

(3.3) El término de error E_i sigue una distribución normal.

Si se esta dispuesto a creer que los errores individuales debidos a la medición y a las omisiones son pequeños e independientes entre si, la suposición de normalidad es aceptable. Dado el supuesto que E_i se distribuye normal, Y_i también es normal (puesto que Y_i es una combinación lineal de los E_i todos los cuales son normales)

(4) Se supone explícitamente además que, en base a (2) y (3.1), el término de error aleatorio esta incorrelacionado con la X_i 's.

$$E(X_i; E_i) = X_i * E(E_i) = 0 \quad \text{ya que se supone que } X_i \text{ es constante}$$

Puesto que, el termino de un error aleatorio E_i mide el riesgo no sistemático o diversificable, y puesto que las variables económicas X_i 's miden el riesgo sistemático, es decir, el relacionado con el clima económico general, este supuesto de hecho es claro y directo.

(5) No existe relación lineal entre dos o más variables independientes.

$$E(X_i; X_j) = 0 \quad \text{Para todo } i, j$$

Se pretende establecer aquí que una variable independiente no explica, en términos lineales, a otra variable independiente. Por lo tanto, cada una de las variables que se introducen en el modelo en un intento de representar y

cuantificar al clima económico general, debe ser linealmente independiente de las otras.

5 BIBLIOGRAFIA

Christ, Carl. "Modelos y Métodos Econométricos". Primera edición, ciudad de México, Ed. Limusa S.A. 1974.

Copeland, Thomas y Weston, Fred. "Financial Theory and Corporate Policy". Second edition, Addison Wesley Publishing Company Inc. 1983, USA.

D'Ambrosio, Charles. "Principles of Modern Investments". Chicago, S.R.A. 1976.

Dhrymes, Phoebus. "Econometrics". Second edition, New York, USA, Ed. Harper and Row Inc. 1974

Fama, Eugene. "Foundations of Finance". Basic Books Inc. 1976, New York, USA.

Fama, Eugene, and James MacBeth. "Risk, return, and equilibrium". Journal of Political Economy, 1973, 81, p607

Goldberger, Arthur. "Econometric Theory". Second edition. New York. USA. Ed. John Wiley and Sons Inc. 1965.

Johnston, J. "Métodos de Econometria". Tercera edición. Barcelona, España. Ed. Vicens Vives, 1975.

Pindyck, Robert y Rubinfeld, Daniel. "Modelos Econométricos". Ed. Labor S.A. Barcelona, España, 1980.

Roll, R. (1977), "A Critique Of The Asset Pricing Theory's Tests, Part I: On The Past And Potential Testability Of The Theory," Journal Of Financial Economics 4, 129-76. 25

Roll, Richard y Ross, Stephen. "An Empirical Investigation of The Arbitrage Pricing Theory". Journal of Finance. December 1980. pp 1073.

Seligman, Daniel. "Can you beat the Stock Market". Fortune. December 26, 1983.

Sharpe, William. "Portfolio Theory and Capital Market". MacGraw Hill, 1970 USA.

Sharpe, William. "Investments". Segunda edición. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1981.

Van Horne, James. "Fundamentos de Administración Financiera". Ed. Dossat, S.A. Madrid, España, 1979.