

Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio

DURACION EFECTIVA DE BONOS PREPAGABLES
Analizando el Modelo de Valoración de Opciones Basado en la Estructura de
Tasas de Interés de Salomon Brothers
Una nota técnica

FERNANDO RUBIO F.¹
ferncapital@yahoo.com
Director FERNCAPITAL S.A.
and
Invited Professor
International Graduate Business School
Universidad de Valparaiso, Chile.
Pasaje La Paz 1302, Viña del Mar, Chile.
Phone Fax (56) (32) 507543

EXTRACTO

Este documento de trabajo analiza el Modelo de Valoración de Opciones Basado en la Estructura de Tasas de Interés de Salomon Brothers. Con ello se calcula la duración efectiva de bonos prepagables.

JEL Classification: G10, G12

Keywords: España, duración, bonos prepago, opciones, Salomon Brothers.

Marzo, 1999

¹ This paper was made while I was assisting to the Doctoral Programme in Financial Economics, Universidad Autónoma de Madrid. Comments and suggestions will be appreciated. Please, send them by e-mail to ferncapital@yahoo.com

1 INTRODUCCION

1.1 ANALISIS DE UN BONO NORMAL (NO PREPAGABLE)

Como cualquier valor financiero, los bonos son medidos por los inversionistas en términos de retorno y riesgo. Tradicionalmente, el riesgo de los bonos había sido medido por el tiempo al vencimiento de los flujos de caja implicados. Sin embargo, una medida más precisa y adecuada es: la duración.

La duración provee una estimación de la sensibilidad del valor de mercado de los bonos a los cambios en la tasa de interés.

Para bonos normales (no prepagables y con flujos de caja definidos), la duración se define como el promedio ponderado de los vencimientos de cada uno de los flujos de caja del bono, donde las ponderaciones son los valores presentes de los mismos flujos de caja.

Debido a que el tiempo al vencimiento del bono no considera ni el valor del dinero en el tiempo ni la velocidad con que los flujos de caja son pagados a los inversionistas, y puesto que ambas son fáciles de calcular, claramente la duración es una mejor medida de riesgo.

Supóngase que un inversionista tiene la posibilidad de invertir en un bono que vence en 5 años, que tiene un capital de \$100 y paga 10% anual. El precio del bono y su duración en tres posibles escenarios de tasas de interés son los siguientes:

año	Flujo	Interés de mercado (%)		5 va de flujos por años
		Descuento	va de flujos	
1	10	0,952	9,524	9,524
2	10	0,907	9,070	18,141
3	10	0,864	8,638	25,915
4	10	0,823	8,227	32,908
5	110	0,784	86,188	430,939
		Total	121,647	517,427
		DUR	4,253	años
		DUR MODIF	4,051	años

Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio

Año	flujo	Interés de mercado (%)		6 va de flujos por años
		descuento	va de flujos	
1	10	0,943	9,434	9,434
2	10	0,890	8,900	17,800
3	10	0,840	8,396	25,189
4	10	0,792	7,921	31,684
5	110	0,747	82,198	410,992
		Total	116,849	495,098
		DUR	4,237	años
		DUR MODIF	3,997	años

Año	flujo	Interés de mercado (%)		4 va de flujos por años
		descuento	va de flujos	
1	10	0,962	9,615	9,615
2	10	0,925	9,246	18,491
3	10	0,889	8,890	26,670
4	10	0,855	8,548	34,192
5	110	0,822	90,412	452,060
		Total	126,711	541,028
		DUR	4,270	años
		DUR MODIF	4,106	años

Para cambios pequeños de rendimiento, la relación precio rendimiento podría ser aproximada por una línea recta, esto es, la línea recta daría una razonable indicación de los cambios en el precio del bono. De hecho esto es lo que hace la duración modificada.

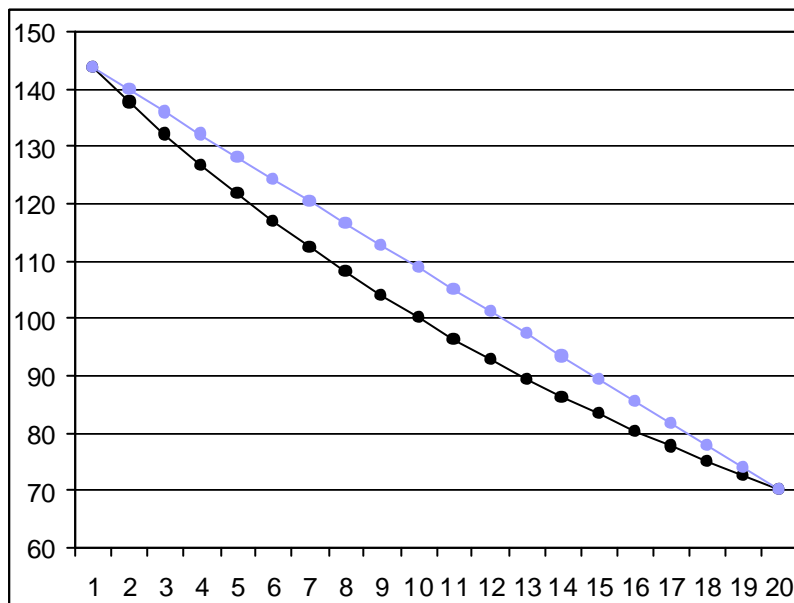
Pero para cambios más grandes en el rendimiento, el precio actual diferirá del predicho usando la duración modificada.

Sin embargo, como se aprecia la relación precio rendimiento actual siempre es convexa y está por encima de la línea recta para los bonos sin opciones asociadas. Esta característica se denomina normalmente Convexidad Positiva.

Para diferentes escenarios de tasas de interés, se puede apreciar que el precio del bono sigue un comportamiento convexo:

Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio

TASA	VA
0,01	143,68
0,02	137,71
0,03	132,06
0,04	126,71
0,05	121,65
0,06	116,85
0,07	112,30
0,08	107,99
0,09	103,89
0,1	100,00
0,11	96,30
0,12	92,79
0,13	89,45
0,14	86,27
0,15	83,24
0,16	80,35
0,17	77,60
0,18	74,98
0,19	72,48
0,2	70,09



1.2 DIFERENCIAS CON UN BONO PREPAGABLE

Los bonos normales emitidos por las empresas son en general en la actualidad una excepción, dado que ahora la mayoría de estos incluyen cláusulas de diverso tipo que permiten a las empresas alterar los flujos de caja a pagar, bajo ciertas circunstancias. Entre ellos están los bonos que tienen insertos la opción de prepago por parte del emisor (lo que claramente está relacionado al nivel de las tasas de interés).

La opción más común es una opción de prepago temprano que permite al emisor pagar los bonos antes del vencimiento y reemplazarlos con otros que impliquen intereses más bajos.

Hay numerosas razones por las que un emisor desea prepagar su deuda prematuramente (algunas voluntarias otras obligatorias) pero la principal es aquella de que las tasas de interés declinantes hacen económico para el emisor sustituir nueva y más barata deuda por vieja deuda con más altas tasas de interés. Otras razones incluyen el deseo del emisor de eliminar cláusulas restrictivas o cambiar la estructura de financiamiento de la empresa.

Desde el punto de vista del inversionista claramente este prepago es perjudicial porque el inversionista pierde su inversión a alta tasa de interés y debe reinvertir el dinero obtenido antes de su horizonte de inversión a tasas de interés más bajas.

Por lo anterior, los bonos prepagables deben ofrecer una tasa de interés más alta (un premio) respecto a un bono similar no prepagable.

Entonces, surge la necesidad de valorar dichos bonos y modificar la fórmula de duración para que incluya tales características.

En este trabajo se examina el primer caso, es decir, aquel respecto a aquellos bonos para los cuales el emisor tiene la opción de manipular los flujos de caja del bono a objeto de maximizar su beneficio cuando las tasas de interés cambian, lo que repercute directamente en el retorno que obtendrá el inversionista.

1.3 VALORANDO UN BONO PREPAGABLE

Un bono prepagable puede ser visto como una posición larga en un bono no prepagable y una posición corta en una opción call sobre el bono subyacente.

La opción call es emitida por el inversionista al emisor del bono sobre los flujos de caja contractuales del bono no prepagable que ocurren después de la primera fecha de prepago. Así, la opción call de prepago da al tenedor el derecho a recomprar el bono a un precio especificado sobre un determinado período.

El precio de un bono prepagable es la diferencia entre el precio del bono no prepagable y el premio (o prima) de la opción.

En definitiva, el precio de un bono prepagable es calculado como el precio de un bono no prepagable equivalente y de similar estructura menos el valor de la opción call adosada. El valor de la opción call es restado porque el inversionista esta implícitamente vendiendo la opción al emisor del bono.

Un bono no prepagable es mas caro que un bono prepagable porque el inversionista valora la posibilidad de mantener el bono hasta el vencimiento sin temer un temprano prepago (y una tasa de interés desconocida para reinvertir) en un escenario de bajas tasas de interés. En términos de rendimiento, un bono no prepagable se transa a un mas bajo rendimiento que un bono prepagable de similar vencimiento. Un inversionista esta esperando conceder algunos puntos de rendimiento en orden de tener la protección contra un prematuro retiro de los bonos.

En la práctica, la opción call limita la apreciación del precio del bono en un mercado alcista. Pero en un mercado bajista, limita las depreciaciones del precio del bono dado que la probabilidad de temprana recompra disminuye.

A medida que el rendimiento de mercado cambia, el valor tanto del componente no prepagable y de la componente opción call cambian:

- ✍ Cuando el rendimiento de mercado aumenta, el valor del componente no prepagable del bono cae.
- ✍ Cuando el rendimiento de mercado disminuye, el valor del componente no prepagable del bono sube.

El valor de la opción cae cuando las tasas de interés suben (y el refinanciamiento llega a ser menos atractivo) y aumenta cuando las tasas de interés declinan (y el refinanciamiento llega a ser mas atractivo)

Tradicionalmente, los inversionistas ignoraban la característica de prepago (callable feature) de los bonos con esta particularidad sobretudo por la dificultad de valuarla adecuadamente. Sin embargo, la volatilidad actual de los mercados hace fundamental tener una referencia al respecto.

2 THE SALOMON BROTHERS TERM STRUCTURE-BASED OPTION PRICING MODEL (EL MODELO)

2.1 PROBLEMAS CON LOS MODELOS DE VALORACION

Para modelar adecuadamente un bono prepagable y en consecuencia, el valor de la opción asociada al bono, las fluctuaciones del precio de este (a medida que las tasas de interés cambian) deben ser tomadas en cuenta.

- ? Para opciones de corto plazo, esto es, para opciones en que el tiempo al vencimiento de la opción es mucho más corto que el tiempo al vencimiento del bono, el modelo Black-Scholes puede proveer una razonable aproximación al valor de esas opciones.
- ? Para opciones de largo plazo, esto es, para opciones en que el tiempo al vencimiento de la opción se acerca al tiempo al vencimiento del bono, el modelo Black-Scholes no es el adecuado para valorar estas opciones porque asume:
 - ✍ Tasas de interés constantes: lo que en la realidad es claramente inadecuado.
 - ✍ Distribuciones lognormales de precios: lo que para acciones es adecuado porque permite al precio caer cercano a cero o subir infinitamente en el tiempo. Sin embargo, el comportamiento de los bonos es muy diferente considerando que tienen un pago conocido al vencimiento.
 - ✍ Volatilidad constante de los precios en el período de análisis: lo que para los bonos es inadecuado porque su precio tiende a tener alta volatilidad de acuerdo a la respectiva volatilidad de la tasa de interés, pero esta volatilidad tiende a decrecer a medida que el vencimiento del bono se aproxima.

Entonces, en vez de modelar la evolución del precio directamente, es preferible modelar la evolución de la estructura de las tasas de interés a través del tiempo y computar el precio de los bonos basándose en esa evolución.

Sin embargo, el proceso de evolución de la tasa de interés, que genera las tasas de rendimiento futuras, debe ser definido en una manera consistente y libre de arbitraje.

El modelo descrito en este reporte, usado para valorar activos prepagables, es desarrollado dentro de un esquema de árbol binomial de tasa de interés libre de arbitraje.

2.2 OBJETIVOS DEL PROCESO DE MODELIZACION

2.2.1 Realismo de mercado

Los movimientos de la tasa de interés resultante del modelo deben reeditar aquellos observados en el mercado. Es decir:

- ? Las tasas de interés deben fluctuar a través del espectro de vencimientos y
- ? La curva de rendimientos debiera poder tener pendiente plana, positiva o negativa.

Consecuentemente, el proceso de tasa de interés debe:

- ? No mantener rígidamente la tasa de interés de corto plazo fija mientras deja la tasa de interés de largo plazo variando.

- ? Tampoco la evolución de la tasa de interés debería tener cambios meramente paralelos de la inicial curva de rendimientos.

2.2.2 No deberían existir condiciones de arbitraje de la curva de rendimientos:

Un modelo consistente de estructura de tasas de interés no debiera permitir alguna posibilidad de arbitraje entre bonos no prepagables dentro de una cierta clase de riesgo de bonos. En otras palabras, a un bono particular no se le debiera permitir siempre superar en retorno a otro bono.

Si esto fuera posible, un inversionista podría establecer una posición larga en el bono con más alto retorno, financiado con una posición corta en el bono de bajo retorno, lo cual garantizaría una ganancia libre de riesgo.

Así, la dinámica de la curva de rendimientos implicada debe ser restringida para evitar posibilidades de arbitraje. Si una particular curva de rendimientos es impuesta en el árbol (por ejemplo, cambios paralelos en la curva de rendimiento sobre la curva de rendimientos inicial), surgirían posibilidades de arbitraje entre bonos de diferentes vencimientos.

2.2.3 Paridad Put-Call para opciones europeas de tasa de interés:

Una característica importante de un modelo de valoración de opciones es que los valores put y call para opciones europeas sean consistentes, esto es, que se satisfaga la paridad put-call.

La paridad put-call establece que:

- ? Una posición en el activo subyacente, más
- ? Una opción put sobre el activo subyacente

Es equivalente a:

- ? Una opción call (mismo precio de ejercicio y mismo vencimiento) sobre el activo subyacente, más
- ? Un bono term con vencimiento en la fecha de ejercicio de la opción (con valor de redemption igual al precio de ejercicio y con el mismo cupón que el activo subyacente).

Esta relación debe ser válida, independiente del modelo usado para estimar la volatilidad del rendimiento.

El modelo descrito en este reporte satisface la paridad put-call para opciones en todas las fechas de expiración.

2.3 DESCRIPCION DEL MODELO

2.3.1 PRESENTACION

El modelo genera la estructura temporal de las tasas de interés a través de un proceso binomial. Usando un árbol binomial, una distribución de probabilidades log-normal de los caminos futuros para la tasa de interés de bonos del Tesoro se crea usando una volatilidad de la tasa de interés especificada.

Cada nodo del árbol representa un punto específico del tiempo y una específica transformación de la entera estructura temporal (esto es, los rendimientos al vencimiento de todos los bonos de cupón cero). Algunos nodos representan la curva de vencimientos elevándose mientras otros la representan disminuyendo.

Relacionando los precios actuales de aquellos bonos del Tesoro, que normalmente son considerados para definir la curva de rendimientos del Tesoro, a sus esperados precios forward, es posible propagar las tasas de interés de corto plazo de manera que la estructura temporal entera es descrita en una manera consistente. Esta construcción del árbol evita las dificultades de arbitraje mencionadas más arriba.

Cada nodo en un árbol es etiquetado por la tasa de interés para el período de un año que empieza en ese nodo. En cada nodo, los precios de los instrumentos de largo plazo que comprisen la estructura temporal son una función de la tasa spot de un año del bono del Tesoro en ese nodo y la futura distribución de las tasas spot de un año de los bonos del Tesoro.

Debido a la relación funcional entre las tasas de interés de corto y largo plazo, el modelo tiene la propiedad de que la volatilidad de las tasas de interés de largo plazo es más pequeña que la volatilidad de la tasa de interés de corto plazo.

Para valorar un bono en cualquier nodo del árbol, cada flujo de caja en el futuro es descontado atrás al nodo correspondiente al camino específico de las tasas de interés de corto plazo y promediado sobre todos los caminos posibles.

Esto es equivalente a secuencialmente promediar y descontar los precios de los bonos a cada par adyacente de nodos para determinar el precio de los bonos en el nodo previo.

El árbol es construido de tal manera que el proceso de promediar y descontar está basado en establecer un hedge de cero riesgo en cada nodo. Cuando esto es hecho para el árbol entero, ninguna cartera de bonos dominará a cualquier otra cartera de bonos dentro de una porción del árbol. Esto significa que el arbitraje de la curva de rendimientos no es posible dentro de la estructura temporal. Una vez que el árbol ha sido construido en esta manera consistente, es posible determinar el valor de cualquier flujo dependiente de la tasa de interés. Este método es

consistente con literatura académica reciente sobre la modelización moderna de la estructura de la tasa de interés y la valuación de opciones.

En el ejemplo, el modelo es consistente con la curva de rendimientos actual de bonos del Tesoro en el nodo de partida, debido a que los bonos sobre la curva de rendimientos, cuando se valoran de la manera antes mencionada, serán valuados a sus precios de mercado actual. La evolución de la estructura de tasas de interés es modelada en esta manera en orden a construir un modelo de valoración de opciones consistente.

2.3.2 INCORPORANDO UN SPREAD

La valuación de cualquier bono, excepto por los bonos del Tesoro que calibran el árbol, requieren un ajuste a las tasas de interés de corto plazo futuras para reflejar consideraciones de riesgo y liquidez.

Para valorar un bono correctamente, las tasas de interés en el nodo para todo el árbol son movidas ya sea arriba o abajo hasta que el precio del bono del modelo iguale al precio de mercado. El número de puntos base que es sumado o restado es conocido como el "spread efectivo". Este spread efectivo (para bonos no prepagables) es similar al más común spread de rendimiento (premio por riesgo) que mide la diferencia entre el rendimiento al vencimiento del activo y un bono del Tesoro con vencimiento similar.

El spread convencional de rendimiento es una constante sumada al rendimiento al vencimiento del bono del Tesoro, la cual es una tasa usada para descontar todos los futuros flujos de caja. En el árbol, el spread efectivo es sumado a las futuras tasas de interés de los bonos del Tesoro. Sin embargo, como con los convencionales spread de los rendimientos al vencimiento, el spread efectivo de los bonos de corto plazo tiende a ser más bajo que el de aquellos bonos de largo plazo de la misma calidad de crédito.

2.3.3 VALORANDO UN BONO PREPAGABLE

El modelo es usado como la base sobre la cual se valúan los bonos prepagables.

Un bono prepagable es valorado en una manera similar a la previamente descrita para los bonos no prepagables. En cada nodo (punto de evaluación), el valor del bono no prepagable es calculado. El valor de la opción call es calculado usando el método de descuento idéntico para los bonos no prepagables.

El método usado para descontar la opción está basado en establecer un hedge libre de riesgo en cada nodo. El hedge libre de riesgo implica replicar el pago de la opción con una cartera conteniendo el bono no prepagable subyacente y un bono de un período. Debido a que el árbol es construido de una manera libre de

arbitraje, la paridad put-call es mantenida en cada nodo para las opciones europeas de todas las fechas de expiración.

Cuando la call es ejercible, su valor no es permitido a caer bajo la diferencia entre el valor del bono no prepagable y el precio de ejercicio de la call. Esto refleja la naturaleza americana de la opción.

El proceso de valuación de la opción empieza al vencimiento de la opción y trabaja hacia atrás al nodo de partida. El valor del bono prepagable en el nodo de partida (y en todos los nodos) es la diferencia entre el precio del bono no prepagable y el valor de la opción call.

Instrumentos dependientes de la tasa de interés que son más complicados que una opción de refunding pueden también ser evaluados usando el método general discutido en este reporte. La regla de evaluación en cada nodo en el árbol depende de las características específicas de la opción implícita en el bono.

El spread usado en el árbol es variado hasta que el precio del modelo del bono prepagable calza con su precio de mercado.

El spread es simultáneamente usado para valorar la opción call y el subyacente bono no prepagable. El spread que correctamente valoriza el bono prepagable en el árbol es conocido como el “efectivo” u “opción ajustada” spread. Cuando el bono no es prepagable, se utilizará sólo el término spread efectivo.

De manera importante, el spread “opción ajustada” para bonos prepagables puede ser bastante diferente del spread del rendimiento al vencimiento versus un benchmark Tesoro. Esto es porque la opción call hace el spread del rendimiento al vencimiento más grande, mientras que la spread “opción ajustada” específicamente remueve el componente del spread rendimiento al vencimiento que es debido a la opción call.

El spread efectivo permite comparaciones entre bonos prepagables con diferentes características call y entre bonos no prepagables. Este provee al inversionista con una ventaja neta en puntos base de un bono prepagable o no sobre un bono del Tesoro no prepagable.

La valuación de opciones americanas difiere de las europeas en un punto crucial en el sentido de que es necesario incorporar la posibilidad de ejercicio temprano. Para entender como esto trabaja es útil definir dos valores para una opción en cada nodo:

- ? El valor de mantenimiento: es el valor de la opción asumiendo que la opción no es ejercida en este nodo, pero ejercida óptimamente de ahí en adelante.
- ? El valor de ejercicio: es el valor de la opción en este nodo asumiendo que la opción es ejercida inmediatamente.

Claramente, el valor de la opción es el más alto del valor de mantenimiento y el valor de ejercicio. El valor de mantenimiento es simplemente el promedio descontado de los valores en los dos nodos en el próximo nivel. Para opciones call, el valor de ejercicio es el exceso, si lo hay, del precio del bono sobre el precio de ejercicio. Si el precio de ejercicio es más alto, el tenedor debería ejercer la opción; si el valor de mantenimiento es más alto, la opción no debería ser ejercida.

2.3.4 INTERPRETANDO LOS VALORES DE LOS SPREAD

El valor del spread efectivo o “opción ajustada” es la clave para la valoración de los bonos Tesoro o corporativos.

La construcción del árbol garantiza que el bono del Tesoro sobre la curva de rendimiento valorado por el modelo a cualquiera especificada volatilidad producirá un spread efectivo de cero puntos bases. Esto simplemente indica que este bono está correctamente valorado.

Si un bono del Tesoro es valorado por el modelo, el spread “opción ajustada” sería cero puntos base si este es correctamente valorado por el mercado.

Un spread “opción ajustada” de cero significa que el bono no prepagable subyacente al bono prepagable necesita ser descontado a exactamente las tasas futuras de corto plazo del Tesoro en el árbol de manera que el modelo valoriza el bono prepagable (contabilizando por el valor de la opción call) igual al precio de mercado del bono prepagable.

Sin embargo, el bono prepagable del Tesoro tendrá un tradicional spread rendimiento al vencimiento sobre similares bonos del Tesoro no prepagables. Esto debido a que la opción call baja el valor del bono.

Para ilustrar el concepto de spread efectivo, consideremos dos bonos del Tesoro con idénticos vencimientos y tasas de cupón, uno prepagable y otro no prepagable.

- ? Si la opción call implícita en el bono prepagable fuera adecuadamente valuada, ambos bonos tendrían un spread efectivo de cero puntos base.
- ? Si la spread opción ajustada del bono prepagable es diferente de este benchmark spread efectivo de cero puntos base, podemos hacer juicios de valor respecto al bono del Tesoro prepagable:
 - ✍ Si el modelo produce un spread opción ajustada a una volatilidad del rendimiento específica, el bono del Tesoro prepagable está barato.
 - ✍ Si este produce un spread opción ajustada negativo, el bono del Tesoro prepagable está caro.

El spread efectivo para bonos corporativos no prepagables es normalmente positivo, reflejando el riesgo de crédito adicional y consideraciones de liquidez inherentes en los activos no Tesoro.

El spread opción ajustada de un bono corporativo prepagable debe ser comparado con el spread efectivo de un bono no prepagable de cupón idéntico con la misma sensibilidad a la tasa de interés del bono prepagable.

La fecha de vencimiento de este bono no prepagable precedería la fecha final de vencimiento del bono prepagable.

Si el spread opción ajustada es más alto que el spread efectivo de este benchmark no prepagable, el bono corporativo prepagable está barato.

Si el spread opción ajustado es más bajo que el spread efectivo de este benchmark no prepagable, el bono corporativo prepagable está caro.

El spread efectivo de un bono corporativo no prepagable será similar a su spread rendimiento al vencimiento sobre el Tesoro benchmark.

Dado el que spread efectivo es calculado usando un árbol binomial y que el spread tiempo al vencimiento no, los dos spread serán por lo general numéricamente diferentes, a pesar de que cercanos. La diferencia refleja el hecho de que el spread es sumado a la futura tasa spot del Tesoro de corto plazo, más que a los rendimientos al vencimiento en sí mismos.

Nuevamente, como es verdad para los bonos del Tesoro prepagable, el spread opción ajustado para un bono corporativo prepagable será menos que su spread rendimiento al vencimiento.

El modelo puede también ser usado para resolver para una implicada volatilidad del rendimiento, asumiendo un spread opción ajustado particular. En esta aplicación, el bono no prepagable subyacente puede ser visto como transándose a su valor correcto. El modelo puede entonces ser usado para resolver para la volatilidad del rendimiento que valuaría el bono prepagable a su precio de mercado actual. A un particular precio de mercado, elevando la volatilidad del rendimiento seleccionada tiene el efecto de disminuir el spread opción ajustado y viceversa.

3 ANALIZANDO EL MODELO: UN EJEMPLO

BONO NO PREPAGABLE

Tasa en el período inicial de cero riesgo	5,00
Premio por riesgo (Spread Efectivo)	100,00 puntos base
Volatilidad %	10,00 1,11
Probabilidad al alza y a la baja de las tasas	0,50
El precio en cada nodo es calculado	[Probabilidad alza * Precio Alza + Probabilidad Baja * Precio Baja] / (1 + interés)

AÑOS	TASAS								
0					6,00				
1				5,43		6,63			
2			4,91		6,00		7,33		
3		4,44		5,43		6,63		8,10	
4	4,02		4,91		6,00		7,33		8,95

CAPITAL									
0					74,56				
1				80,84		77,24			
2			86,55		83,90		80,81		
3		91,65		89,95		87,93		85,55	
4	96,13		95,32		94,34		93,17		91,78
5	100,00	100,00		100,00		100,00		100,00	100,00

FLUJOS DE CAJA									
0					42,09				
1				45,09		44,14			
2			37,27		36,72		36,08		
3		28,74		28,48		28,17		27,81	
4	19,61		19,53		19,43		19,32		19,18
5	10,00	10,00		10,00		10,00		10,00	10,00

PRECIO DEL BONO NO PREPAGABLE									
0					116,65				
1				125,93		121,37			
2			123,82		120,62		116,89		
3		120,39		118,43		116,10		113,36	
4	115,75		114,85		113,77		112,49		110,96
5	110,00	110,00		110,00		110,00		110,00	110,00

Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio

BONO PREPAGABLE

Tasa en el período inicial de cero riesgo	5,00
Premio por riesgo (Spread Efectivo)	100,00 puntos base
Volatilidad %	10,00 1,11
Probabilidad al alza y a la baja de las tasas	0,50
El precio en cada nodo es calculado	[Prob alza * Precio Alza + Prob Baja * Precio Baja] / (1+interés)
Bono prepagable a	125,00

AÑOS	TASAS								
0					6,00				
1				5,43		6,63			
2			4,91		6,00		7,33		
3		4,44		5,43		6,63		8,10	
4	4,02		4,91		6,00		7,33		8,95

CAPITAL

0					74,56				
1				80,84		77,24			
2			86,55		83,90		80,81		
3		91,65		89,95		87,93		85,55	
4	96,13		95,32		94,34		93,17		91,78
5	100,00	100,00		100,00		100,00		100,00	100,00

FLUJOS DE CAJA

0					42,09				
1				45,09		44,14			
2			37,27		36,72		36,08		
3		28,74		28,48		28,17		27,81	
4	19,61		19,53		19,43		19,32		19,18
5	10,00	10,00		10,00		10,00		10,00	10,00

PRECIO DEL BONO NO PREPAGABLE

0					116,65				
1				125,93		121,37			
2			123,82		120,62		116,89		
3		120,39		118,43		116,10		113,36	
4	115,75		114,85		113,77		112,49		110,96
5	110,00	110,00		110,00		110,00		110,00	110,00

PRECIO DE LA CALL

0					0,07				
1				0,93		0,00			
2			0,00		0,00		0,00		
3		0,00		0,00		0,00		0,00	

Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio

4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

PRECIO DEL BONO PREPAGABLE

0										116,58
1									125,00	121,37
2								123,82	120,62	116,89
3							120,39	118,43	116,10	113,36
4						115,75	114,85	113,77	112,49	110,96
5	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	

BONO PREPAGABLE

Tasa en el período inicial de cero riesgo	5,00
Premio por riesgo (Spread Efectivo)	100,00 puntos base
Volatilidad %	10,00 1,11
Probabilidad al alza y a la baja de las tasas	0,50
El precio en cada nodo es calculado	$[\text{Prob alza} * \text{Precio Alza} + \text{Prob Baja} * \text{Precio Baja}] / (1 + \text{interés})$
Bono prepagable a	115,00

AÑOS TASAS

0										6,00
1									5,43	6,63
2								4,91	6,00	7,33
3							4,44	5,43	6,63	8,10
4						4,02	4,91	6,00	7,33	8,95

CAPITAL

0										74,56
1									80,84	77,24
2								86,55	83,90	80,81
3							91,65	89,95	87,93	85,55
4						96,13	95,32	94,34	93,17	91,78
5	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	

FLUJOS DE CAJA

0										42,09
1									45,09	44,14
2								37,27	36,72	36,08
3							28,74	28,48	28,17	27,81
4						19,61	19,53	19,43	19,32	19,18
5	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	

PRECIO DEL BONO NO PREPAGABLE

0										116,65
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--------

Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio

1				125,93		121,37			
2				123,82		120,62		116,89	
3			120,39		118,43		116,10		113,36
4		115,75		114,85		113,77		112,49	110,96
5	110,00		110,00		110,00		110,00		110,00

PRECIO DE LA CALL

0						1,65			
1					10,93		6,37		
2				8,82		5,62		1,89	
3			5,39		3,43		1,10		0,00
4		0,75		0,00		0,00		0,00	0,00
5	0,00		0,00		0,00		0,00		0,00

PRECIO DEL BONO PREPAGABLE

0						115,00			
1					115,00		115,00		
2				115,00		115,00		115,00	
3			115,00		115,00		115,00		113,36
4		115,00		114,85		113,77		112,49	110,96
5	110,00		110,00		110,00		110,00		110,00

BONO PREPAGABLE

Tasa en el período inicial de cero riesgo						5,00			
Premio por riesgo (Spread Efectivo)						100,00 puntos base			
Volatilidad %						10,00	1,11		
Probabilidad al alza y a la baja de las tasas						0,50			
El precio en cada nodo es calculado					[Prob alza * Precio Alza + Prob Baja * Precio Baja] /				
					(1+interés)				
Bono prepagable a						105,00			

AÑOS	TASAS								
0						6,00			
1					5,43		6,63		
2				4,91		6,00		7,33	
3			4,44		5,43		6,63		8,10
4		4,02		4,91		6,00		7,33	8,95

CAPITAL

0						74,56			
1					80,84		77,24		
2				86,55		83,90		80,81	
3			91,65		89,95		87,93		85,55
4		96,13		95,32		94,34		93,17	91,78

Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio

5	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

FLUJOS DE CAJA

0				42,09				
1			45,09	44,14				
2		37,27	36,72	36,08				
3		28,74	28,48	28,17	27,81			
4	19,61	19,53	19,43	19,32	19,18			
5	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00

PRECIO DEL BONO NO PREPAGABLE

0				116,65				
1			125,93	121,37				
2		123,82	120,62	116,89				
3		120,39	118,43	116,10	113,36			
4	115,75	114,85	113,77	112,49	110,96			
5	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00

PRECIO DE LA CALL

0				11,65				
1			20,93	16,37				
2		18,82	15,62	11,89				
3		15,39	13,43	11,10	8,36			
4	10,75	9,85	8,77	7,49	5,96			
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

PRECIO DEL BONO PREPAGABLE

0				105,00				
1			105,00	105,00				
2		105,00	105,00	105,00	105,00			
3		105,00	105,00	105,00	105,00	105,00		
4	105,00	105,00	105,00	105,00	105,00	105,00	105,00	
5	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00	110,00

4 CONCLUSION

4.1 INTRODUCCION: DURACION EFECTIVA Y RENDIMIENTO EFECTIVO

La duración efectiva y el rendimiento efectivo se refieren a los bonos prepagables. Los bonos prepagables no responden a los cambios en la tasa de interés en la misma manera o magnitud como los bonos no prepagables.

En el cálculo estándar para la duración modificada, ninguna provisión es hecha para la posibilidad de que el pago del principal final pueda ocurrir antes del

vencimiento establecido. Así, la duración modificada puede no ser una buena guía a la respuesta del precio de un bono prepagable a cambios en el nivel general de las tasas de interés.

Sin embargo, la duración modificada basada en el rendimiento al vencimiento es tan ampliamente conocida y útil que es ventajoso comenzar a trabajar sobre esta base.

Esto puede ser realizado construyendo un bono no prepagable que es calzado tan cercanamente posible al bono prepagable. La duración modificada y el rendimiento al vencimiento de este calzado bono no prepagable son entonces definidas como la duración efectiva y el rendimiento efectivo, respectivamente, del bono prepagable.

Cuando se define así, la respuesta al precio del bono prepagable estará relacionada a la duración efectiva y al rendimiento efectivo en la misma manera como lo hace la respuesta en el precio de un bono no prepagable que está relacionada a la duración modificada y al rendimiento al vencimiento.

4.2 DURACION EFECTIVA

Una vez que el spread opción ajustada es determinado, un spread duración es calculado para que exprese la sensibilidad del precio del bono prepagable a los cambios en el spread opción ajustada.

El spread duración es usado para identificar un particular bono no prepagable, al cual se referirá aquí como el bono de referencia.

El bono de referencia tiene el mismo cupón que el bono prepagable, y un spread efectivo igual al spread opción ajustada del bono prepagable. En suma, el valor de recuperación al vencimiento del bono de referencia es determinado por el calendario del call del bono prepagable.

El bono de referencia es valorado descontando todos sus flujos de caja por la futura tasa de interés de corto plazo spot implícita en el árbol binomial. Las tasas de descuento usadas son las tasas de corto plazo futuras del Tesoro más el spread efectivo.

El punto clave de este bono de referencia es que la fecha de vencimiento particular es elegida de tal manera que su spread duración calza la spread duración del bono prepagable.

La spread duración del bono no prepagable expresa la sensibilidad del precio del bono no prepagable a los cambios en el spread efectivo.

El bono de referencia seleccionado tiene una secuencia de flujos de caja que podría actualmente ser recibido por un inversionista que mantiene el bono prepagable.

Para bonos no prepagables, la duración efectiva es idéntica a la normalmente calculada duración modificada, dado que un bono no prepagable es su propio bono de referencia.

Para bonos prepagables, la sensibilidad al precio del bono de referencia es mas baja que aquella de un bono prepagable subyaciendo el bono prepagable.

En la figura, la duración efectiva de un bono prepagable es comparada con la duración modificada de un bono no prepagable de 28 años al vencimiento y la duración modificada de un bono no prepagable 3 años primer prepago bono. A medida que las tasas de interés se elevan, la duración de ambos bonos no prepagables decrece. Sin embargo, la duración efectiva de un bono prepagable primero se eleva y entonces cae. Esta diferencia en el comportamiento refleja la cambiante sensibilidad al precio de la opción call implícita en el bono prepagable.

Dado que una inversión en un bono prepagable es equivalente a una posición larga en el bono no prepagable subyacente y una posición corta en la opción call, la sensibilidad neta del precio de la inversión es igual a la sensibilidad del precio de un bono no prepagable menos la sensibilidad del precio de una opción call. El modelo es usado para determinar la sensibilidad al precio de la opción call respecto a los cambios en las tasas de interés de mercado.

A rendimientos bajos, la duración efectiva de un bono prepagable es mucho más baja que la duración del bono no prepagable subyacente. Esto es porque hay una fuerte probabilidad de que el bono sea prepagado antes de su vencimiento original.

A medida que la tasa de interés se incrementa, la duración del bono no prepagable cae, pero la duración efectiva del bono prepagable aumenta. Esto es porque la reducida probabilidad de inmediato prepago tiende a alargar el vencimiento del bono prepagable mas allá de la primera fecha de prepago. Esta es la región de convexidad negativa.

Para aun más altas tasas de interés, el efecto de la opción call llega a ser suficientemente pequeña para que la Convexidad del bono prepagable llegue a ser positiva y su duración efectiva nuevamente decrece en posteriores aumentos de tasas de interés.

Para bajos rendimientos, el bono prepagable es a menudo visto como transándose a prepago y para altos rendimientos, el bono prepagable es visto como transándose al vencimiento.

Para rendimiento intermedio sin embargo, el bono se transará ni en la fecha de prepago ni al vencimiento. La duración efectiva cae en algún lugar entre la duración a la primera fecha de prepago y la duración al vencimiento. Es por exactamente que el modelo debe ser usado para ascertain la duración efectiva o la sensibilidad del precio del bono. EL modelo debe consistentemente modelar la evolución de la curva de rendimiento, dado que la decisión del emisor del prepago depende del actual perfil de la curva de rendimientos de todas las fechas futuras de prepago.

Elevando el nivel de volatilidad siempre incrementa el valor de la opción call implícita en el bono prepagable. Sin embargo, el efecto de elevar el nivel de volatilidad de la duración efectiva depende del nivel actual de las tasas de interés y el perfil de la curva de rendimientos.

Considérese un bono prepagable que se está transando en un escenario de baja tasas de interés con alta probabilidad de prepago a la fecha más cercana posible. Este bono tendrá una duración efectiva baja.

A medida que un especificado nivel de volatilidad es elevado, la probabilidad de que el bono sea prepagado a la primera fecha de prepago es reducida, lo cual incrementa la duración efectiva del bono. Si el nivel de rendimiento es tal que el bono prepagable tiene una duración efectiva alta, hay una relativamente pequeña posibilidad de que el bono sea prepagado más temprano. Elevando la volatilidad específica incrementa la posibilidad de que el bono sea llamado mas pronto. En este caso, la volatilidad incrementada reduce la duración efectiva del bono.

4.3 RENDIMIENTO EFECTIVO

La determinación de la spread efectiva o de la spread opción ajustada provee la estimación de la riqueza o baratura relativa a la curva de rendimientos del Tesoro benchmark.

Pero muchos inversionistas quieren o necesitan saber el rendimiento de sus inversiones. Para bonos prepagables, es claro que el rendimiento al vencimiento no es apropiado. Sin embargo, no es aparente que el rendimiento a lo peor (mas baja entre el rendimiento al vencimiento y el rendimiento al prepago) sea tampoco apropiado, y de hecho sobrestima el rendimiento probable.

Considérese un bono transándose tal que, si los rendimientos no cambian mucho, un prepago es probable más temprano en la restante vida del bono. Si ambos, el rendimiento al prepago y el rendimiento al vencimiento son calculados, el rendimiento al prepago será mas bajo. Si los rendimientos no cambian y el bono es prepagado, el inversionista habrá ganado el rendimiento al prepago sobre el horizonte más corto (al prepago).

Pero si el rendimiento aumenta y el bono no es prepago en la esperada fecha de prepago, será probablemente porque el bono se está transando más bajo que el precio de prepago. Si el bono fuera vendido en la originalmente esperada fecha de prepago, el rendimiento sobre ese periodo de tenerlo sería más bajo que el original rendimiento "peor".

En el otro extremo, considérese un bono de descuento que no parece ser un probable candidato al prepago, transándose a un particular rendimiento al vencimiento (más bajo que el rendimiento al prepago).

Si se mantiene hasta el vencimiento, el rendimiento del bono sería igual al rendimiento al vencimiento sobre todo el periodo. Esto no significa que implique que el rendimiento compuesto realizado del inversionista sea igual al rendimiento al vencimiento.

Pero si las tasas declinan dramáticamente y el bono es prepago, lo que se obtiene en dinero debería ser reinvertido a la nueva más baja tasa al horizonte original al vencimiento. El rendimiento de esta combinada inversión sobre el periodo entero sería más bajo que el original rendimiento al vencimiento, el cual fue pensado ser más o menos el rendimiento a lo peor.

Se ha calculado una medida de rendimiento que llamaremos rendimiento efectivo, el cual está relacionado a la duración efectiva y al spread ajustado opción del bono prepago. Nos referiremos nuevamente al bono de referencia, el cual provee un buen parámetro para el bono prepago porque tiene el mismo cupón, spread efectivo y duración efectiva que el bono prepago (su fecha de vencimiento es más temprana). Definimos el rendimiento al vencimiento de este bono de referencia (al precio calculado anteriormente) a ser el rendimiento efectivo del bono prepago.

Un inversionista podría ser indiferente entre el bono prepago y el bono de referencia. Sin embargo, dos factores deberían ser considerados. Ellos son: la estimación del inversionista de la volatilidad futura de la tasa de interés y los posibles cambios y reperfilamientos de la curva de rendimiento.

A pesar de que el bono prepago y el bono de referencia tienen el mismo cupón, duración efectiva, spread efectivo y rendimiento efectivo, ellos reaccionarían diferentemente a los cambios de mercados relativos porque ellos tienen diferente Convexidad.

Si las tasas de interés no cambian sustancialmente desde su punto de partida, el tenedor del bono prepago logrará un mejor retorno sobre un horizonte específico que lo que podría proveer el bono de referencia. Esto es porque el tenedor del bono prepago tiene una ventaja tradicional del rendimiento al vencimiento sobre el bono de referencia.

En esencia, el tenedor gana un rendimiento sobre el bono subyacente mas el premio sobre la opción call vendida. Si los niveles de tasas de interés cambian sustancialmente, el tenedor de un bono prepagable tendrá un mas bajo retorno sobre el periodo de horizonte que el tenedor de un bono de referencia.

El rendimiento efectivo no es una guía no ambigua al valor. De la misma forma que ocurre con el rendimiento al vencimiento, bonos con diferente cupón podrían transarse a rendimientos efectivos levemente diferentes, debido a efectos de impuestos y al perfil de la curva de rendimientos. Así, el valor spread producido por el modelo es una mejor guía para valorar bonos con duraciones efectivas similares.

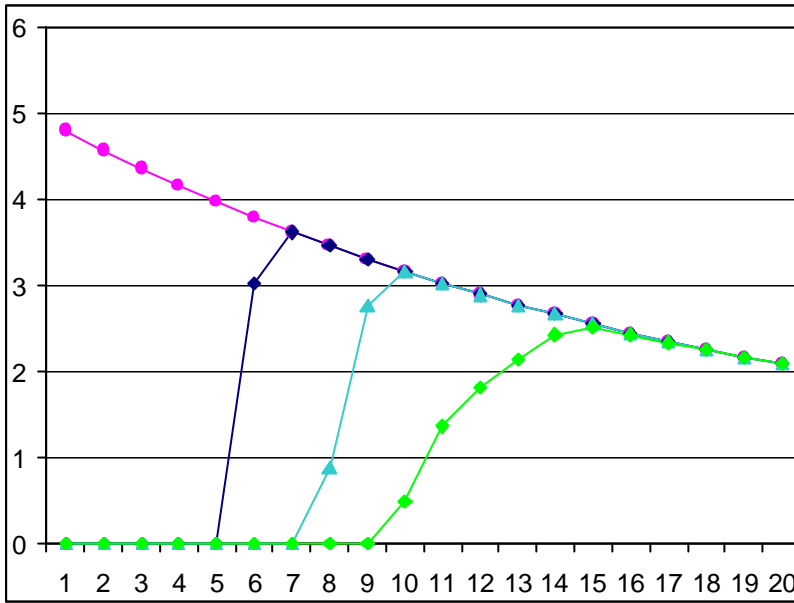
Las spread ajustadas por opción producidas por el modelo son directamente comparables con un modelo de hipotecas de Salomon Brothers (ambas requieren una volatilidad de bonos del Tesoro de corto plazo). Así, los bonos del Tesoro prepagables, los bonos corporativos prepagables y los bonos hipotecarios pueden ahora ser evaluados de una manera consistente.

4.4 UN EJEMPLO GRAFICO

DURACION

TASA	VA	C=125	C=115	C=105
0,01	4,80	0,00	0,00	0,00
0,02	4,57	0,00	0,00	0,00
0,03	4,36	0,00	0,00	0,00
0,04	4,16	0,00	0,00	0,00
0,05	3,97	0,00	0,00	0,00
0,06	3,79	3,02	0,00	0,00
0,07	3,62	3,62	0,00	0,00
0,08	3,46	3,46	0,89	0,00
0,09	3,31	3,31	2,76	0,00
0,1	3,17	3,17	3,17	0,49
0,11	3,03	3,03	3,03	1,36
0,12	2,90	2,90	2,90	1,81
0,13	2,78	2,78	2,78	2,15
0,14	2,67	2,67	2,67	2,43
0,15	2,56	2,56	2,56	2,52
0,16	2,45	2,45	2,45	2,43
0,17	2,35	2,35	2,35	2,34
0,18	2,26	2,26	2,26	2,25
0,19	2,17	2,17	2,17	2,17
0,2	2,09	2,09	2,09	2,09

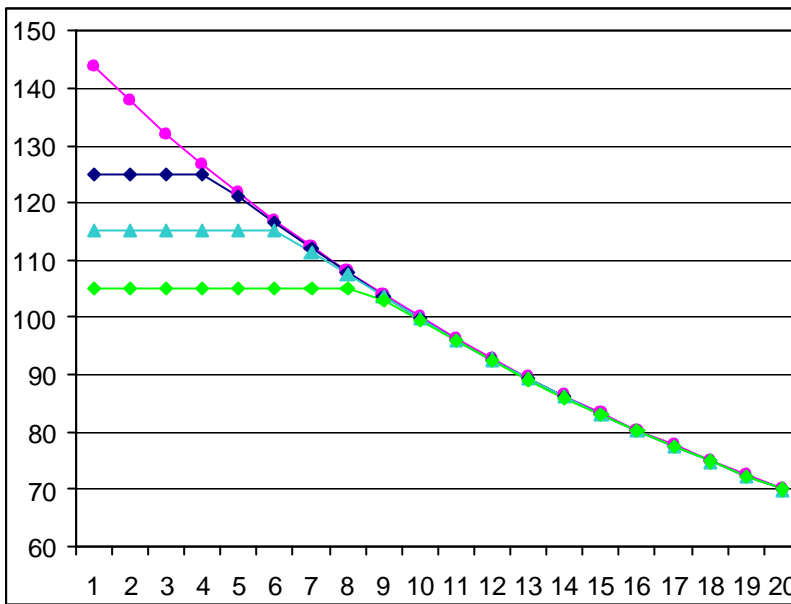
Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio



CONVEXIDAD

TASA	VA	C=125	C=115	C=105
0,01	143,68	125,00	115,00	105,00
0,02	137,71	125,00	115,00	105,00
0,03	132,06	125,00	115,00	105,00
0,04	126,71	125,00	115,00	105,00
0,05	121,65	121,04	115,00	105,00
0,06	116,85	116,58	115,00	105,00
0,07	112,30	112,09	111,47	105,00
0,08	107,99	107,77	107,54	105,00
0,09	103,89	103,67	103,62	102,87
0,1	100,00	99,78	99,78	99,30
0,11	96,30	96,09	96,09	95,82
0,12	92,79	92,58	92,58	92,46
0,13	89,45	89,24	89,24	89,17
0,14	86,27	86,07	86,07	86,04
0,15	83,24	83,05	83,05	83,04
0,16	80,35	80,17	80,17	80,17
0,17	77,60	77,43	77,43	77,43
0,18	74,98	74,82	74,82	74,82
0,19	72,48	72,33	72,33	72,33
0,2	70,09	69,95	69,95	69,95

Duración Efectiva de Bonos Prepagables
Fernando Rubio



BIBLIOGRAFIA

Kopprasch, Robert; Boyce, William; Koenigsberg, Mark; Tatevossian, Armand; Yampol, Michael (1987): Effective Duration Of Callable Bonds: The Salomon Brothers Term Structure-Based Option Pricing Model. Salomon Brothers Inc. Bond Portfolio Analysis Group. Abril de 1987