Modelos de regresión espacio temporales en la estimación de la renta municipal. Estimación de la renta en los municipios de la Región de Murcia.

CHASCO, C. (*) y F.A. LÓPEZ, (**)
(*) *Departamento de Economía Aplicada. Universidad Autónoma de Madrid*. Campus de Cantoblanco. Carretera de Colmenar Viejo Km. 15.500 28049 MADRID Tlfno.: 4 91 397 4266 e-mail: coro.chasco@uam.es; (**) *Departamento de Métodos Cuantitativos e Informáticos. Universidad Politécnica de Cartagena*. e-mail: Fernando.Lopez@upct.es

RESUMEN

Recientemente se han realizado nuevas estimaciones de la renta a nivel municipal haciendo uso de técnicas de econometría espacial. Estas estimaciones han eliminando los problemas de autocorrelación espacial que presentaban los modelos anteriores. El propósito de este artículo es plantear una alternativa a la estimación de la renta mediante modelos SUR espacio temporales que incluyan retardos espaciales tanto contemporáneos como no contemporáneos. Estos modelos corrigen los efectos espaciales a la vez que introducen la dimensión temporal. Los modelos desarrollados se aplican a la estimación de la Renta en los municipios de la Región de Murcia.

Palabras clave: Econometría espacial, Modelos SUR, Renta bruta disponible, Región de Murcia.

ABSTRACT

Recently municipal household income has been estimated with spatial econometrics techniques explicitly including spatial autocorrelation in the econometric models. Spatial econometric tools have highly improved the explicative and predictive capacity of the models and more effort must be done in this direction. The purpose of this article is to state an alternative way to estimate household income in small areas with a space-time model, which both correct spatial effects and introduce time dimension, borrowing strength to estimate the municipal distribution of disposable income. We have selected a spatial SUR model, which includes both spatial and space-time autocorrelation effects. Finally, this model is applied to the estimation of municipal household income in the Region of Murcia.

Key words: Spatial Econometric, SUR Models, Household Income, Región de Murcia.

Clasificación JEL: **C33; C51**; **C21, C53, D14, O18**.

1. INTRODUCCIÓN.

En la actualidad, existe un interés creciente por las especificaciones y estimaciones de relaciones econométricas basadas en datos de panel. Este interés puede explicarse, en parte, por el hecho de que los datos de panel ofrecen al investigador mas información, mayor variabilidad, menos colinealidad, mas grados de libertad y mas eficiencia (Hsiao 1986; Baltagi 1995) que los datos puramente espaciales o puramente temporales. Otro de los factores que indudablemente han ayudado a fomentar el interés por este tipo de modelos es la creciente disponibilidad de bases de datos que ofrecen la información en la doble dimensión espacial y temporal.

Los modelos habituales de datos de panel suelen ignorar los efectos espaciales de dependencia y heterogeneidad espacial. Son escasas las contribuciones que ofrecen aportaciones metodológicas en esta línea. Anselin (1988), en su conocido libro sobre econometría espacial, presenta varios modelos en los que introduce estructuras autorregresivas, bien en los errores o mediante la inclusión de retardos de la variable endógena.

Más recientemente, este autor (Anselin, 2001) presenta una breve taxonomía de modelos espaciales de datos de panel en los que especifica la triple dependencia: espacial, temporal y espacio-temporal, en forma de retardo espacial de la variable endógena. También, otros autores como Baltagi *et al.* (2003) y Pace *et. al.* (2000) han planteado diversas alternativas en esta línea. Pueden también citarse algunos trabajos de carácter empírico en los que se especifica el efecto de dependencia espacial en los modelos de datos de panel, como Case (1991), Elhorst (2001), Yilmaz *et al.* (2002), Baltagi y Li (2003) y Mobley (2003).

Una de las dificultades que se plantean cuando se pretende extrapolar los modelos clásicos de la econometría espacial al ámbito de los modelos de datos de panel con el fin de introducir estructuras de dependencia espacio-temporal, es el relacionado con el concepto de vecindad. El problema a la hora de definir un concepto de vecindad global, tiene su origen en la dificultad de conciliar las dos escalas: la espacial y la temporal, debido a las distintas métricas que se utilizan en cada dimensión.

La matriz de contactos, W, a través de la cual se introduce la estructura de vecindades en un modelo espacial, puede ser también la clave para la introducción de una estructura de vecindades de tipo espacio-temporal. En el caso de Anselin (1988) la extensión de la matriz de pesos espaciales W se reduce a una matriz bloque-diagonal en la que únicamente se contemplan las relaciones de vecindad contemporánea entre regiones, pero no otras relaciones de interacción espacial muy frecuentes en la realidad de tipo espacio-temporal. Algunos autores (Pace *et al*., 2000) han definido la matriz W diferenciando entre vecinos espaciales y vecinos temporales. En concreto, construyen una matriz W como suma de ambas contribuciones[1] y cuantifican mediante parámetros distintos los efectos espaciales, los temporales y los espacio-temporales.

En este artículo se plantea un modelo basado en un concepto de vecindad global en el que se tendrá en cuenta las relaciones de vecindad espacio-temporales, sin establecer diferencias entre ambas a pesar de que se trata de métricas distintas.

Este concepto general de vecindad enlaza con la discusión sobre la necesidad de introducir retardos espaciales y retardos espacio-temporales en los modelos de regresión. Es habitual en econometría espacial considerar que la presencia de dependencia espacial es instantánea. Aunque esta situación ha sido aceptada de forma natural, también es cierto que debería contemplarse la posibilidad de dependencia espacial retardada en el tiempo. Así, en este artículo, sirviéndose de este concepto global de vecindad, se plantea un modelo de regresión espacio temporal en el que se contemplan tanto estructuras autorregresivas instantáneas (contemporáneas) como retardadas.

La influencia en ambas dimensiones se estimará mediante un mismo parámetro y, por tanto, con un mismo signo y con la misma intensidad intervendrán los vecinos tanto en un instante de tiempo como en instantes anteriores.

El modelo desarrollado en este artículo se utiliza para la estimación de la Renta municipal. La renta es una variable económica cuyo comportamiento recibe un buen tratamiento mediante modelos de regresión espaciales. Sin embargo, su estimación presenta importantes dificultades cuando la escala territorial del análisis es inferior a la provincial. El método que con más frecuencia se ha utilizado para su estimación ha sido el método indirecto basado en un modelo econométrico. Básicamente esta metodología consiste en la realización de una estimación

[1] $W = \phi_S S + \phi_T T + \phi_{ST} ST + \phi_{TS} TS$, donde S determina una estructura de vecindades en el espacio y T en el tiempo.

econométrica en un nivel geográfico superior, el provincial, que posteriormente se extrapola a un ámbito geográfico inferior, el municipal.

En la realización de estas estimaciones, nunca se había prestado atención a los problemas que los efectos espaciales previsiblemente presentan en la estimación mínimo cuadrática del modelo econométrico. Con la intención de solventar este problema, han aparecido diversos estudios en los que, haciendo uso de técnicas de econometría espacial, se han realizado nuevas estimaciones de la renta municipal (Alañón A. 2002, Chasco C. 2003, "La Caixa" 2003). Con la introducción de estos nuevos modelos de regresión se eliminan los problemas de autocorrelación y heterogeneidad espacial que efectivamente se presentan en la estimación de la renta provincial. En este artículo plantearemos un modelo mas general en el que se tendrán en cuenta, no sólo la dependencia espacial, sino también la dependencia espacio-temporal.

La estructura de este artículo es la siguiente. En la Sección 2 se exponen las características más importantes de los modelos SUR, presentando nuevas especificaciones que incluyen, bajo ciertos supuestos, no sólo retardos espaciales, sino también retardos espacio-temporales. La Sección 3 está dedicada a presentar algunos detalles del proceso de inferencia de los modelos propuestos. En la Sección 4 se realiza un ejercicio de predicción-extrapolación de la renta bruta disponible de los hogares a los municipios de la Región de Murcia, basado en un modelo SUR espacial con variable endógena espacial y espacio-temporalmente retardada. Finalmente, la Sección 5 resume las principales conclusiones de este trabajo.

2. MODELOS DE REGRESIÓN SUR ESPACIO TEMPORALES.

A continuación se describen diferentes especificaciones de los modelos de regresión SUR espacio temporales. En la sección 2.1 se presenta una breve introducción del modelo SUR como base para los posteriores apartados. En la sección 2.2 se describe el modelo SUR espacial que introduce estructuras de autocorrelación espacial en su especificación. En la sección 2.3 se presenta la innovación de este artículo: el modelo SUR espacial con retardo espacio-temporal en la variable endógena o en el término de error.

2.1. Formulación general del modelo SUR espacial.

Como punto de partida de este artículo, se considerará la especificación de un modelo de regresión que expresa la totalidad de potenciales dependencias espacio-temporales y formas de heterogeneidad:

$$y_{it} = X_{it}\,\beta_{it} + \varepsilon_{it} \quad ; \quad E[\varepsilon_{it}] = 0 \quad ; \quad E[\varepsilon_{it}\,\varepsilon_{js}] \neq 0 \; ; \quad i = 1,\ldots,N \; ; \; t = 1,\ldots,T. \qquad (1)$$

donde $y_{it:}$ observación de la variable endógena en la unidad espacial i y el periodo temporal t.

X_{it}: vector fila de k variables explicativas en la unidad i e instante t

β_{it}: vector columna de k parámetros espacio-temporales

ε_{it}: término de error correspondiente.

La varianza residual $E[\varepsilon_{it}\ \varepsilon_{js}] \neq 0$ expresa todas las posibles especificaciones de dependencia espacio-temporal y estructuras de heterogeneidad espacial.

Este modelo (1) es claramente inviable debido a la ausencia de grados de libertad necesarios para estimar el total de los parámetros β_{it}. Por eso, será necesario imponer a este parámetro general β_{it} ciertas restricciones de no variabilidad en una de sus dimensiones.

Así, cuando el vector de coeficientes varía sobre el espacio pero es constante en el tiempo (β_i) se obtiene el siguiente modelo:

$$y_{it} = X_{it}\,\beta_i + \varepsilon_{it} \quad ; \quad E[\varepsilon_{it}] = 0 \quad ; \quad E[\varepsilon_{it}\ \varepsilon_{js}] = \sigma_{ij}\ ; \quad i = 1,\dots,N\ ;\ t = 1,\dots,T. \qquad (2)$$

El modelo (2) es conocido como modelo SUR ("Seemingly Unrelated Regression" o modelo de ecuaciones aparentemente no relacionadas) y fue originalmente propuesto por Zellner (1962) con la idea inicial de especificar un sistema de ecuaciones, definido en un contexto espacio temporal, en el que se recogiera el fenómeno de dependencia espacial contemporánea entre los términos de error.

En segundo lugar, cuando en el modelo (1) se impone sobre el vector de coeficientes (β_{it}) la restricción de no variabilidad espacial, se obtiene una nueva especificación SUR.

$$y_{it} = X_{it}\,\beta_t + \varepsilon_{it} \quad ; \quad E[\varepsilon_{it}] = 0 \ \ ; \ E[\varepsilon_{it}\ \varepsilon_{is}] = \sigma_{ts}; \quad i = 1,\dots,N\ ;\ t = 1,\dots,T \qquad (3)$$

El modelo (3) es conocido como modelo SUR espacial (en adelante, SSUR). Como puede observarse, en este modelo los términos del error están correlacionados en el tiempo. En forma matricial, la ecuación para cada periodo de tiempo se expresa como:

$$Y_t = X_t\,\beta_t + \varepsilon_t \qquad (4)$$

donde Y_t y ε_t son N por 1 vectores y X_t es una matriz N por K_t de variables explicativas. El número de variables independientes, K_t puede ser diferente para cada ecuación (periodo de tiempo). Este modelo es fundamentalmente operativo cuando se dispongan de más observaciones sobre la dimensión espacial que sobre la temporal (N>T) como suele ser habitual en Ciencia Regional.

La estimación de este modelo se realizará de forma simultánea para todos los instantes de tiempo t. Las ecuaciones se apilan para cada periodo de tiempo como se muestra en la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{bmatrix} \qquad (5)$$

o de forma compacta

$$Y = X\beta + \varepsilon \qquad (6)$$

donde Y es un vector NT por 1 de variables dependientes, X es una matriz diagonal por bloques de dimensión NT por K ($K=\Sigma K_t$ número total de variables independientes), β es un vector K por 1 de coeficientes y ε es un vector NT por 1 de términos de la perturbación aleatoria.

Esta especificación genera una matriz de varianzas y covarianzas del término de errores Ω de la forma:

$$E[\varepsilon\, \varepsilon'] = \Omega = \Sigma \otimes I \qquad (7)$$

donde $\Sigma = \{\sigma_{ts}\}$ es una matriz T por T, y $\otimes$ es el producto de Kronecker.

2.2 Especificación de los modelos SSUR-ERR y SSUR-LAG.

En econometría espacial el modelo (2) SUR no espacial ha sido sugerido como una alternativa al uso de la matriz de ponderaciones espaciales (Arora y Brown 1977), ya que permite incorporar el fenómeno de autocorrelación espacial de los términos del error en diversos periodos de tiempo.

Por su parte, en el modelo (3) SSUR, es posible considerar el fenómeno de autocorrelación serial entre ecuaciones, pero no la existencia más que probable de autocorrelación espacial dentro de cada ecuación de tiempo. Por eso, los efectos espaciales pueden incorporarse a este modelo a través de alguna de las formas conocidas de dependencia espacial de tipo residual o mediante la introducción de algún retardo espacial de la variable endógena, dando lugar así a dos nuevas especificaciones.

2.2.1. <u>Modelo SSUR-ERR</u>

En el primer caso, la dependencia espacial residual se especifica mediante un esquema autorregresivo de primer orden en cada ecuación:

$$\begin{aligned} Y_t &= X_t\, \beta_t + u_t \\ u_t &= \lambda_t\, W_t\, u_t + \varepsilon_t \end{aligned} \qquad (8)$$

con

$$E[\varepsilon_t\, \varepsilon_s'] = \sigma_{ts}\, I \qquad (9)$$

Aquí, la matriz de varianzas y covarianzas del sistema completo resulta:

$$E[u\, u'] = \Omega = B(\Sigma \otimes I)B' \qquad (10)$$

donde u es un vector apilado NT por 1, B es una matriz bloque-diagonal de orden NT por NT en la que cada elemento de la diagonal principal se expresa como $B_t = (I-\lambda_t W_t)^{-1}$. Este modelo se conoce como SUR espacial con autocorrelación espacial residual (SSUR-ERR).

2.2.2. <u>Modelo SSUR-LAG</u>

El segundo tipo de dependencia espacial que podría especificarse en el modelo SSUR consiste en introducir como una variable exógena, retardos espaciales de la endógena en cada periodo de tiempo, tal y como se muestra el la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} Y_t &= \rho_t\, W_t Y_t + X_t\, \beta_t + \varepsilon_t \\ A_t\, Y_t &= X_t\, \beta_t + \varepsilon_t \\ E[\varepsilon_t\, \varepsilon_s'] &= \sigma_{ts}\, I \end{aligned} \qquad (11)$$

con $A_t = I - \rho_t W_t$. El sistema expresado en forma compacta se escribe como:

$$AY - X\beta = \varepsilon \qquad (12)$$

con

$$A = I - \Gamma \otimes W \qquad (13)$$

donde Γ es una matriz T por T diagonal siendo ρ_t el valor diagonal y la matriz I es una matriz identidad de orden NT. Este modelo se denomina SUR espacial con variables dependientes espacialmente retardadas (SSUR-LAG).

2.3. Un modelo SUR espacial con retardos espacio-temporales

La idea de que la dependencia espacial, sea cual sea su tipo, se introduce en los modelos de regresión de forma instantánea es aceptada de forma natural en econometría espacial. No obstante, es posible encontrar algunos autores (Upton y Fingleton 1985, Elhorst 2001) que consideran problemática la idea de un efecto espacial instantáneo, sobre todo cuando el tiempo t se interpreta en su sentido más estricto. Upton y Fingleton (1985 pág 369) sugieren la inclusión de un retardo temporal en el efecto espacial, proponiendo modelos del tipo $Y_t=\rho WY_{t-1}$. Más recientemente, Elhorst J.P. (2001), considerando también esta cuestión, plantea modelos uniecuacionales en los que se presenta una amplia variedad de retardos espaciales no contemporáneos, tanto de la variable endógena como de las exógenas, *dando libertad a los datos* para que adopten una especificación instantánea, retardada o ambos efectos a la vez.

No cabe duda de que este debate sobre la instantaneidad o no de la dependencia espacial debe estar relacionado con la razón por la que se origina la autocorrelación espacial en un proceso estocástico. Dos son las causas principales que producen dependencia espacial en una variable: de un lado, la existencia de errores de medida y de otro, los fenómenos de interacción espacial (Anselin 1988, pág. 11).

La primera de estas causas (los errores de medida) no plantea problemas considerarla una cuestión “instantánea”, aun interpretando el instante t en su sentido más estricto. Pero en los fenómenos de interacción espacial, pierde sentido la instantaneidad en la dependencia espacial y sería por tanto razonable incluir cierto retardo temporal en el efecto espacial. Sin duda, los fenómenos de difusión espacial en un proceso y los efectos de desbordamiento o “spillover” suelen requerir de un periodo de tiempo para su constatación.

En el caso de los procesos económicos sería difícil atribuir a una causa o a la otra el resultado de la dependencia espacial. En ocasiones habrá contribuciones de ambos tipos sin que sea posible cuantificar el grado en que está presente cada uno. Por tanto, los modelos que únicamente plantean dependencia espacial instantánea no son capaces de identificar, por sí mismos, los mecanismos subyacentes en un proceso económico. Puesto que el objetivo debe ser compatibilizar el modelo econométrico con la teoría económica creemos que deberían plantearse modelos que recojan, no sólo las estructuras espaciales contemporáneas, sino también retardadas en el tiempo.

Aceptada la idea de introducir dependencia espacial retardada, lo más adecuado será incluir dichas estructuras, no tanto en modelos uniecuacionales como hasta ahora se ha venido haciendo, sino mediante modelos multiecuacionales que recojan de forma simultánea la dependencia espacial contemporánea y/o inter-temporal. Es con esta idea con la que surgen dos tipos de modelos SSUR: uno de ellos incorpora la dependencia espacio-temporal en los términos del error ($SSUR\text{-}ERR_*$) y el otro en forma de variable endógena explicativa ($SSUR\text{-}LAG_*$).

2.3.1. Modelo SSUR-ERR*

Este primer modelo SSUR con retardos espacio-temporales en el término del error se basa únicamente en la matriz de conexiones espaciales, W, para introducir la estructura autorregresiva espacio-temporal en el modelo. La especificación que proponemos es la siguiente:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= X_t \beta_t + u_t \\
u_t &= \lambda \sum_{k=1}^{t} W_{tk} u_k + \varepsilon_t \qquad (14)\\
E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] &= \sigma^2 I \;\; ; \;\; E[\varepsilon_t \varepsilon_s'] = 0 \;\text{ si } t \neq s
\end{aligned}
$$

donde W_{tK} es una matriz de ponderaciones mediante la cual se establece la estructura de vecindades sobre las unidades espaciales en dos periodos de tiempo.

El modelo (14) se puede expresar en forma compacta si definimos una matriz de ponderaciones espacio temporal W_* como una matriz bloque-triangular inferior, del modo siguiente:

$$
W_* = \begin{bmatrix} W_{11} & & \cdots & \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ W_{T1} & W_{T2} & \cdots & W_{TT} \end{bmatrix} \qquad (15)
$$

la ecuación (14) puede ahora expresarse de forma compacta como:

$$
\begin{aligned}
Y &= X\beta + u \\
u &= \lambda W_* u + \varepsilon \qquad (16)\\
E[\varepsilon \varepsilon'] &= \sigma^2 I_{NT}
\end{aligned}
$$

En este caso la matriz de varianzas y covarianzas del término de error para la especificación espacio temporal es de la forma:

$$
E[u u'] = \Omega = \sigma^2 [(I - \lambda W_*)(I - \lambda W_*)']^{-1} \qquad (17)
$$

2.3.2. Modelo SSUR-LAG*

El segundo de los modelos introduce el efecto espacial mediante retardos espaciales y temporales como factores exógenos de un modelo SSUR:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= \rho \sum_{k=1}^{t} W_{tk} Y_k + X_t \beta_t + \varepsilon_t \;\; ; \;\; \text{con } t = 1,\dots,T \qquad (18)\\
E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] &= \sigma^2 I \;\; ; \;\; E[\varepsilon_t \varepsilon_s'] = 0 \;\text{ si } t \neq s
\end{aligned}
$$

El modelo (18) también se puede escribir de forma compacta:

$$
A_* Y - X\beta = \varepsilon \qquad (19)
$$

donde $A_* = I - \rho W_*$

Cualquiera de los dos modelos descritos puede ser considerado como un caso particular del modelo espacio-temporal general (1) descrito en el apartado 2.1. Ambos modelos se han construido bajo las siguientes dos hipótesis:

***Hipótesis 1*:** En ambos modelos se supone que el coeficiente de dependencia espacial (λ ó ρ) es constante en el tiempo. Tanto el signo como la intensidad de la dependencia espacial no varían en esta dimensión. Es decir, $\lambda_i = \lambda$ y $\rho_i = \rho$ ($\forall$i=1,…,T).

Esta hipótesis de estabilidad temporal de la dependencia espacial es clave en este modelo y permite simplificar el complejo proceso de inferencia.

Hipótesis 2 Se considerará homoscedasticidad, $E\left[\varepsilon_t^2\right] = \sigma^2 I_N$, y ausencia de correlación temporal en los errores del modelo, $E[\varepsilon_t\ \varepsilon_s']=0$, $\forall t \neq s$, de tal forma que los errores, de ambos modelos, siguen una distribución normal multivariante de media cero y varianza constante.

En las expresiones (11) y (14) jugará un papel determinante la forma en que se especifique W_*. Mientras que en los modelos de un único corte transversal, la matriz de conexiones W toma valores distintos de cero si dos unidades son próximas (en el espacio), en los modelos espacio temporales descritos en esta sección se extiende el habitual concepto de vecindad, considerando vecinos a todas aquellas unidades que estén próximas a la vez en el espacio y en el tiempo. Así, en los procesos espacio-temporales, la matriz W_* de pesos espaciales será una extensión de la matriz W.

Aunque la especificación de W_* es muy general, destacaremos en este artículo tres casos específicos:

(i) $W_{ts} = 0 \ \ \forall s \neq t$; $W_{tt} \neq 0$. (20)

(ii) $W_{ts} = 0 \ \ \forall s \neq t-1$, $s \neq t$; $W_{tt} \neq 0$; $W_{tt-1} \neq 0$. (21)

(iii) $W_{ts} = 0$ si $s \neq t-1$, $\forall$ t > 2 ; $W_{tt-1} \neq 0$. (22)

La primera de las especificaciones de W_* sólo contempla una dependencia espacial instantánea; es decir, no hay interacción temporal. En cada periodo de tiempo t se estima la estructura autorregresiva espacial bajo el supuesto de que el coeficiente de dependencia espacial debe ser el mismo en cada instante de tiempo t. Bajo las restricciones de las Hipótesis 1 y 2, este primer modelo coincidiría con los modelos SSUR-ERR (8) o SSUR-LAG (11).

Con este primer caso sólo se recogería la dependencia espacial fruto del error de medida y no se tendrá en cuenta la dependencia espacial fruto de procesos de interacción espacial.

La segunda especificación de la matriz W_* (21) plantea la autocorrelación espacial en dos instantes de tiempo consecutivos salvo para el primer periodo o periodo inicial. La intensidad y el signo de estas dos interacciones se considerará constante en todos los periodos y se estimará mediante el mismo coeficiente (λ ó ρ). La especificación en este segundo caso será la siguiente:

a) Modelo SSUR-ERR$_*$:

$$\begin{aligned} &\text{Para } t = 1: \quad Y_1 = X_1 \beta_1 + u_1 \ ; \ u_1 = \lambda W_{11} u_1 + \varepsilon_1 \\ &\text{Para } t>1: \quad Y_t = X_t \beta_t + u_t \ ; \ u_t = \lambda W_{tt-1} u_{t-1} + \lambda W_{tt} u_t + \varepsilon_t \end{aligned} \tag{23}$$

b) Modelo SSUR-LAG$_*$:

$$\text{Para } t = 1: \quad Y_1 = \gamma W_{11} Y_1 + X_1 \beta_1 + \varepsilon_1$$
$$\text{Para } t>1: \quad Y_t = \rho W_{tt-1} Y_{t-1} + \rho W_{tt} Y_t + X_t \beta_t + \varepsilon_t \qquad (24)$$

Como puede observarse, en las expresiones (23) y (24) se especifican las dos causas de la dependencia espacial, la instantánea o contemporánea y la no contemporánea o temporalmente retardada.

El tercero de los casos destacados (22) no contempla la posibilidad de dependencia contemporánea (excepto en el primer periodo). La dependencia espacial siempre se considera temporalmente retardada un periodo (t -1). En este último caso, y a partir del segundo periodo, el valor observado en una localización para un instante de tiempo t es el resultado de los factores exógenos en esa localización y en ese instante de tiempo, rectificado por los resultados del entorno retardados un instante de tiempo, más el término de error. La expresión es la siguiente:

a) Modelo SSUR-ERR*:

$$\text{Para } t = 1: \quad Y_1 = X_1 \beta_1 + u_1 \;;\; u_1 = \lambda W_{11} u_1 + \varepsilon_1$$
$$\text{Para } t>1: \quad Y_t = X_t \beta_t + u_t \;;\; u_t = \lambda W_{tt-1} u_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (25)$$

b) Modelo SSUR-LAG*:

$$\text{Para } t = 1: \quad Y_1 = \rho W_{11} Y_1 + X_1 \beta_1 + \varepsilon_1$$
$$\text{Para } t>1: \quad Y_t = \rho W_{tt-1} Y_{t-1} + X_t \beta_t + \varepsilon_t \qquad (26)$$

3. ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS SUR CON RETARDOS ESPACIO TEMPORALES.

La estimación de los modelos propuestos en la sección anterior no puede realizarse por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) debido a las consecuencias que sobre estos estimadores tiene la presencia del efecto de dependencia espacial (Anselin 1988). Aunque el proceso de inferencia podría llevarse a cabo mediante métodos diversos, la alternativa que con más frecuencia se utiliza es la estimación por el método de Máxima Verosimilitud (MV). En concreto, los estimadotes MV se obtienen a partir de la maximización del logaritmo de la función de verosimilitud asociada al modelo espacial especificado.

El proceso de inferencia de estos modelos (SSUR-ERR* y SSUR-LAG*) no difiere de forma significativa de la estimación de un modelo uniecuacional con estructura autorregresiva espacial de tipo residual o, en su caso, con variable endógena espacialmente retardada, debido a las dos hipótesis bajo las que se han construido estos modelos SSUR, así como al concepto de vecindad global que se propone. Efectivamente, en los casos que se proponen, basta con sustituir la habitual matiz de contactos espaciales W por su extensión al caso espacio temporal, W_*. El proceso general de estimación puede consultarse en Anselin (1988). A continuación damos algunos detalles de su aplicación a los modelos SSUR-ERR* y SSUR-LAG*.

Para el modelo SSUR-ERR* el logaritmo de la función de verosimilitud del proceso generado por la expresión (16) se obtiene como:

$$\text{Ln } L = -(NT/2)\ \ln\pi - (1/2)\ln|\Omega| - (1/2)(Y-X\beta)'\ \Omega^{-1}(Y-X\beta) \qquad (27)$$

con $\Omega = \sigma^2\ [(I-\lambda W_*)'.(I-\lambda W_*)]^{-1}$
teniendo en cuenta que

$$-(1/2)\ \ln|\Omega| = -(1/2)\ [\ \ln|\sigma^2 I_{NT}| - 2\ \ln|I-\lambda W_*|\ ] = -(NT/2)\ \ln\sigma^2 + \ln|I-\lambda W_*| \qquad (28)$$

Sustituyendo esta expresión en (27) se obtiene

$$\text{Ln } L = -(NT/2)\ \ln\pi - (NT/2)\ \ln\sigma^2 + \ln|I-\lambda W_*| - (1/2\sigma^2)(Y-X\beta)'(I-\lambda W_*)'(I-\lambda W_*)(Y-X\beta) \qquad (29)$$

Para maximizar esta función, se consideran los estimadores MCG, para un parámetro autorregresivo λ constante que se obtienen mediante las expresiones:

$$\begin{aligned} \tilde{\beta} &= (X'(I-\lambda W_*)'(I-\lambda W_*)X)^{-1} X'(I-\lambda W_*)'(I-\lambda W_*)Y \\ \tilde{\sigma}^2 &= \frac{1}{NT}(Y-X\tilde{\beta})'(I-\lambda W_*)'(I-\lambda W_*)(Y-X\tilde{\beta}) \end{aligned} \qquad (30)$$

al introducirlos en (29) se obtiene la función de verosimilitud concentrada:

$$\text{Ln } L = -(NT/2)\ (\ln\pi+1) - (NT/2)\ \ln\tilde{\sigma}^2 + \ln|I-\lambda W_*| \qquad (31)$$

esta función sólo dependerá de λ y debe maximizarse numéricamente.

En el caso de la primera matriz W_* propuesta (20), la estimación se correspondería con la de un SSUR-ERR homoscedástico (Anselin 1988, pág. 142) o con perturbación aleatoria contemporánea espacialmente retardada. No hay diferencia entre la estimación global de este modelo y la estimación de los modelos para cada instante t si se introduce la restricción de que el parámetro λ es constante en el tiempo y que la matriz es escalar ($\Sigma=\sigma^2 I$). En este caso, la función de verosimilitud de Y será en producto de las funciones de verosimilitud de Y_t debido a la dependencia espacial contemporánea (no inter-temporal) que se refleja en una matriz W* diagonal por bloques y a la inclusión de la hipótesis 2 de independencia temporal.

En el caso del modelo SSUR-LAG*, bastará considerar la transformación:

$$\Omega^{-1/2}\ (A_* Y - X\beta) = \nu \qquad (32)$$

donde $A_* = I - \rho W_*$, $\Omega = \sigma^2 I$ para un SSUR-LAG* y ν es un vector de perturbaciones aleatorias independientes con una distribución normal estándar. Aunque el término de error ν presenta una distribución conjunta que se comporta adecuadamente, no puede ser observado y la función de verosimilitud tiene que estar basada en Y. Por este motivo, es necesario introducir el concepto de Jacobiano que permite derivar a partir de ν la distribución conjunta de Y mediante la siguiente expresión:

$$J = \det(\partial\nu/\partial Y) = |\Omega|^{-1/2}.|A_*| = \sigma^{-NT}\ |A_*| \qquad (33)$$

Con el fin de que Ω sea definida positiva será necesario que este Jacobiano sea positivo. Esta restricción se cumplirá siempre que $|A_*|>0$, lo que depende del valor del parámetro ρ y de la especificación de la matriz de ponderaciones espaciales W_* que debe estar estandarizada por filas. Específicamente se debe cumplir que $1/w_{min}<\rho<1/w_{max}$, donde w_{min} y w_{max} son el menor y el mayor autovalor en términos reales de W_*, respectivamente.

El correspondiente logaritmo de la función de verosimilitud será

$$L = - (NT/2) \ln\pi - (NT/2) \ln \sigma^2 + \ln |A_*| - (1/2)\nu'\nu \qquad (34)$$

con

$$\nu'\nu = (A_*Y - X\beta)'(A_*Y - X\beta)/\sigma^2 \qquad (35)$$

Para maximizar esta función, siendo ρ un parámetro autorregresivo constante, los estimadores MV de los parámetros se obtienen a partir de la estimación de los parámetros β, cuya expresión es la siguiente:

$$\tilde{\beta} = (\ \ '\ \ )^{-1}\ \ '\ \ _* \ \ = (\ \ '\ \ )^{-}\ \ '\ \ - \tilde{\rho} \cdot (\ \ '\ \ )^{-}\ \ '\ \ _* \qquad (36)$$

A continuación, la sustitución de los residuos de las regresiones de X sobre Y (e_O) y de X sobre W_*Y (e_L) en la función de verosimilitud (34), da lugar a la siguiente expresión:

$$= -(\ \ /\ \ )\ \ \pi - (\ \ /\ \ )\ \ \left[(\ /\ \ )(\ _O - \tilde{\rho}\ \ )'(\ \ - \tilde{\rho}\ \ )\right] + \ \ |\ \ - \tilde{\rho}\ \ _*| \qquad (37)$$

siendo la varianza estimada del error igual a:

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{\ }{\ }(\ \ - \tilde{\rho}\ \ )'(\ \ - \tilde{\rho}\ \ ) \qquad (38)$$

Obteniendo numéricamente el valor de $\tilde{\rho}$ que maximiza la función de verosimilitud (37), es posible estimar los parámetros $\tilde{\beta}$ y $\tilde{\sigma}^2$.

4. ESTIMACIÓN DE LA RENTA BRUTA DISPONIBLE EN LOS MUNICIPIOS DE LA REGIÓN DE MURCIA.

En este apartado se realizará una estimación de la renta bruta disponible de los hogares (renta familiar disponible) por habitante (RFBDpc) a nivel provincial que supone un avance metodológico de la propuesta realizada en López *et al.* (2003). La metodología que se utiliza se basa en los principios establecidos en Chasco (2003) para la realización de un ejercicio de predicción-extrapolación espacial. Se trata de un proceso de estimación que intenta conciliar las consecuencias adversas del problema de la unidad espacial modificable (MAUP), que se plantea en todo ejercicio de regresión ecológica, y la presencia de los efectos espaciales en los dos ámbitos de la aplicación: el ámbito agregado de las provincias, donde se estimará el modelo ecológico tipo SSUR-LAG*, y el ámbito desagregado de los municipios, sobre el que se extrapolarán los resultados del modelo anterior.

Del proceso completo de predicción-extrapolación de la RFBDpc, consistente en 6 etapas (ver Chasco 2003, pp. 185 y ss.), en este artículo nos centraremos sobre todo en las fases de selección de variables, modelización espacial y predicción-extrapolación de dicha magnitud a los municipios de la Región de Murcia. Las demás cuestiones implicadas en el proceso de predicción (fundamentación teórica, análisis exploratorio espacial y análisis de los resultados) serán tratadas de forma más general y podrán ser objeto de futuras publicaciones.

4.1. Fundamento y selección de las variables explicativas de la RFBDpc

En el caso que se propone, la renta familiar bruta disponible (RFBD) es una magnitud económica, conocida también como renta familiar disponible, que es definida por el Instituto Nacional de Estadística (INE) en la Contabilidad Regional de España[2], como la suma total de los ingresos procedentes del trabajo, más las rentas de capital, prestaciones sociales y transferencias, menos los impuestos directos pagados por las familias y las cuotas pagadas a la seguridad social. Es decir, se trata del nivel de renta de que disponen las economías domésticas para gastar y ahorrar (o la suma de todos los ingresos efectivamente percibidos por las economías domésticas durante un período). Éste debería constituir el punto de partida de cualquier estimación de la RFBD, que debe diferenciarse de otras magnitudes económicas similares, como el PIB o el VAB.

Además, dado que el objetivo de este artículo consiste en la estimación de la RFBD municipal, resulta de gran importancia tener en cuenta los principios de las teorías microeconómicas sobre la renta de los hogares. Conviene destacar que una forma de combatir las consecuencias adversas del MAUP (falta de adecuación entre las relaciones económicas en distintos ámbitos o escalas de agregación) consiste en realizar una selección de buenas variables explicativas de la RFBD, no sólo en el ámbito agregado o ecológico, que es donde tendrá lugar el proceso de estimación del modelo econométrico, sino también en el nivel desagregado microterritorial al que se extrapolarán estos resultados y que es, en definitiva, el que se desea predecir.

Además, la búsqueda de variables explicativas de la RFBDpc debe considerar otra importante restricción: la disponibilidad de dicha información no sólo para el ámbito agregado (provincial), sino también para el nivel desagregado de la predicción (municipios de la Región de Murcia), en el período temporal considerado (años 1996 y 2001).

Así, a la luz de la experiencia acumulada por los autores y de un análisis exhaustivo de gran cantidad de variables socioeconómicas, se propone una relación de 8 indicadores con buena capacidad explicativa, "a priori", de la RFBD provincial, disponibles además para el ámbito municipal de la Región de Murcia en los años 1996 y 2001[3]. Se han considerado estos dos períodos temporales por constituir los más recientes para los que se dispone de cierta información municipal de relevancia procedente del Padrón de 1996 y el Censo de 2001, además de poder así establecer comparaciones con los resultados obtenidos por el Anuario Económico de España 2003 ("la Caixa", 2003).

Las 8 variables seleccionadas como buenas explicativas de la RFBD por habitante (medida en €) tanto en el ámbito de las provincias españolas como de los municipios de la Región de Murcia son: líneas telefónicas de uso doméstico por habitante, líneas RDSI y ADSL por habitante, tasa de demandas de empleo (por población de 16 y más años), distancia de los habitantes al municipio cabecera comercial más cercano, tasa de instrucción de 2º y 3º grado (por población de 16 y más

2 Actualmente, en la Contabilidad Regional de España se dispone de las series de RFBD provincial en el período 1995-2000.
3 Se ha realizado una estimación de la RFBD provincial del año 2001, a partir de las series provinciales proporcionadas por el INE para el período 1995-2000, mediante un modelo de datos de panel de efectos fijos.

años), tasa de directivos y empresarios no agrarios (por habitante), parque de turismos por habitante y precio del metro cuadrado de la vivienda. Dado que la consideración de todas estas variables en un mismo modelo de regresión produce problemas de multicolinealidad, se realizó un análisis factorial que redujo las 8 variables explicativas iniciales a 2 factores. Estos factores se calcularon por el método de componentes principales y rotación varimax para cada período temporal obteniéndose resultados muy similares: un 77% de la varianza total en 1996 y un 79% en 2001. La composición de los factores rotados, en lo que se refiere a las variables de mayor peso en los mismos, es también muy similar en ambos períodos: en el factor 1 (F1) tienen gran peso las variables tasa de instrucción, tasa de empresarios, líneas RDSI, precio de la vivienda y distancia a la cabecera comercial, mientras que en el factor 2 (F2) predominan las líneas de teléfonos de uso doméstico, tasa de demandas empleo y parque de turismos. F1 es un indicador sintético de nivel educativo-categoría profesional y F2 un indicador de consumo-empleo.

4.2. Especificación y estimación de un modelo SSUR-LAG$_*$ de la RFBDpc provincial en los años 1996 y 2001

En este apartado se presentan los resultados de la estimación de la RFBDpc provincial mediante el modelo SSUR-LAG$_*$ en los años 1996 y 2001, que es el que se utilizará para extrapolar dicha magnitud a los municipios de la Región de Murcia.

La especificación de todo modelo de econometría espacial requiere de una matriz de pesos espaciales, W, que exprese las relaciones de vecindad o interacción existente entre las unidades geográficas del espacio considerado. En este caso, se ha optado por una matriz W={w_{ij}} definida como:

$$w_{ij} = \frac{P_j}{P_i} \cdot \frac{1}{d_{ij}} \qquad (39)$$

donde P_i es la población de la provincia i-ésima y d_{ij} la distancia entre los centros geográficos de las provincias i,j. Es decir, la influencia que ejerce una provincia j sobre otra i depende directamente de la diferencia de población entre ambas e inversamente de la distancia que las separa.

Esta matriz se ha estandarizado por filas de tal forma que finalmente la matriz W* con la que se desarrolla el modelo de regresión espacial pondera la relación entre dos provincias i,j mediante la siguiente regla[4]:

$$w^*_{ij} = \frac{P_{j} \cdot \ldots^{2}}{\sum_{k \in N_i} \ldots_{ij} \cdot \ldots} \qquad (40)$$

siendo N_i el conjunto de índices de las provincias vecinas a la i-ésima.

Esta definición de matriz de pesos espaciales, frente a la alternativa más habitual de asignarle valores de 0 ó 1, tiene un doble objetivo. Por un lado, con esta matriz W*, la variable W*Y expresa más correctamente la noción de retardo espacial de la RFBDpc, dado que el elemento i-ésimo del vector W*Y será la RFBDpc media de los vecinos de la provincia i corregida por la distancia que

4 En adelante, se designará con un asterisco en el superíndice (W^*) a la matriz W estandarizada por filas, mientras que se reserva el asterisco en el subíndice (W_*) para la matriz W bloque-diagonal inferior.

las separa de i, y no una simple media aritmética de las RFBDpc.

Por otro lado, la matriz así definida da lugar a relaciones asimétricas, ya que la influencia mutua entre dos provincias vecinas dependerá, no sólo de la distancia que las separa (que es la misma en ambas direcciones), sino también de la población que posean. Se ha comprobado que en este modelo de la RFBDpc, esta matriz de interacciones asimétricas aumenta significativamente la verosimilitud respecto de otras especificaciones. Además, la presencia de la población en la especificación de la matriz W implica diferencias en los dos períodos temporales considerados; es decir, $W_{1996} \neq W_{2001}$.

Una vez definida la matriz de pesos espaciales W, se ha estimado, para cada año, un modelo de regresión provincial de la RFBDpc por mínimos cuadrados ordinarios (MCO), al que se le han aplicado diversos contrastes sobre los efectos espaciales.

Los resultados (Tabla 1) ponen claramente de manifiesto, en ambas ecuaciones, la significatividad de los parámetros estimados (t-value) así como las diferencias existentes entre los valores obtenidos en las dos ecuaciones. Este hecho está corroborado por el test de Wald sobre homogeneidad de los coeficientes: el término constante ($Wald_C$), F1 ($Wald_{F1}$) y F2 ($Wald_{F2}$) .

Tabla 1

	VARIABLE	COEF.	t-value	Prob	LIK	Tests efectos espaciales
96	CONST96	7930.03	75.658561	0.000000	-392.587	B-P=1.1 (0.59)
	F196	593.551	5.606010	0.000000		LM-err = 7.88 (0.005)
	F296	967.464	9.137570	0.000000		LM-lag = 8.49 (0.004)
01	CONST01	10015.2	95.552287	0.000000	-407.032	B-P=0.95 (0.62)
	F101	764.213	7.217895	0.000000	Suma:	LM-err = 7.79 (0.005)
	F201	1106.02	10.446256	0.000000	-799.619	LM-lag =17.1 (0.000)
Heterogeneidad de los coeficientes: $Wald_C$=10.2 (0.01), $Wald_{F1}$=5.1 (0.02), $Wald_{F2}$=5.3 (0.02)						

Asimismo, dado que la distribución de los residuos de ambas regresiones es una normal, es posible recurrir tanto a los tests del multiplicador de Lagrange (LM) como al test espacial de Breush y Pagan (B-P). Los contrastes LM ponen claramente de manifiesto la existencia de autocorrelación espacial en los residuos de la regresión (LM-err) así como la necesidad de especificar como explicativa la variable endógena espacialmente retardada (LM-lag). En ambos casos, el valor superior del test LM-lag respecto del test LM-err aconsejan la introducción de la variable RFBDpc espacial retardada como explicativa. Por su parte, el contraste B-P acepta la hipótesis nula de homoscedasticidad en ambos casos.

La existencia de heterogeneidad en los coeficientes del modelo en los dos años considerados es una clara indicación de que una especificación SUR (SSUR) es más adecuada que dos modelos espaciales diferentes para cada año. Además, la presencia de dependencia espacial en los residuos de ambos modelos pone también de manifiesto la necesidad de considerar este efecto en la especificación del modelo SSUR. En concreto, se trataría de un modelo SSUR-LAG, que incorpora como explicativa la variable endógena espacialmente retardada (WY). Por último, podría optarse por una expresión más sencilla, tipo SSUR-LAG*, como la que se presentó en la expresión (21), que considera un único parámetro autorregresivo común a ambos períodos (1996 y 2001): $\rho=\rho_{96}=\rho_{01}$. Para ello, se ha calculado un test de Wald (Anselin, 1988) sobre la homogeneidad de dicho coeficiente autorregresivo en ambos años, que no debería ser significativo, que es lo que sucede (Wald=2.83; p=0.093).

Como se ha expuesto en la Sección 2.3.2, el modelo SSUR-LAG$_*$, puede adoptar distintas especificaciones dependiendo de como se construya la matriz bloque-triangular inferior de pesos espaciales W_* de la expresión (15). Esta matriz W_*, en el caso que nos ocupa, daría lugar a los siguientes modelos, teniendo en cuenta que la matriz W está estandarizada y que, por la expresión (40), su forma será diferente dependiendo del período temporal a que se refiera la variable endógena sobre la que se aplica:

$$\text{(i)}\quad W_{*(i)} = \begin{bmatrix} W_{96,96} & 0 \\ 0 & W_{01,01} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Y_{96} = \rho \cdot W_{96,96} Y^{*}_{96} + X_{96}\beta_{96} + \varepsilon_{96} \\ Y_{01} = \rho \cdot W_{01,01} Y^{*}_{01} + X_{01}\beta_{01} + \varepsilon_{01} \end{cases} \qquad (41)$$

$$\text{(ii)}\quad W_{*(ii)} = \begin{bmatrix} W_{96,96} & 0 \\ W_{01,96} & W_{01,01} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Y_{96} = \rho \cdot W_{96,96} Y^{*}_{96} + X_{96}\beta_{96} + \varepsilon_{96} \\ Y_{01} = \rho \cdot \left(W_{01,96} Y^{*}_{96} + W_{01,01} Y^{*}_{01} \right) + X_{01}\beta_{01} + \varepsilon_{01} \end{cases} \qquad (42)$$

$$\text{(iii)}\quad W_{*(iii)} = \begin{bmatrix} W_{96,96} & 0 \\ W_{01,96} & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Y_{96} = \rho \cdot W_{96,96} Y^{*}_{96} + X_{96}\beta_{96} + \varepsilon_{96} \\ Y_{01} = \rho \cdot W_{01,96} Y^{*}_{96} + X_{01}\beta_{01} + \varepsilon_{01} \end{cases} \qquad (43)$$

siendo en los tres casos, $E\left[\varepsilon_t \varepsilon_t'\right] = \sigma^2 I$; $E\left[\varepsilon_t \varepsilon_s'\right] = 0$ si $t \neq s$

En la Tabla 2, se presentan los resultados de los tres modelos anteriores. Como puede observarse, todos ellos presentan coeficientes muy significativos (z-value), incluyendo el autorregresivo "ρ" (W_RFBD), así como valores del logaritmo de verosimilitud (LIK) superiores al obtenido por los dos modelos MCO espaciales. Además, el test espacial de Breush-Pagan (B-P)[5] rechaza la hipótesis de heteroscedasticidad en los errores y el test del multiplicador de Lagrange (LM-err) sobre autocorrelación espacial descarta también este tipo de problema. De todos ellos, elegimos el modelo SSUR-LAG$_*$ correspondiente a la matriz $W_{*(ii)}$ (24), es decir, aquél que no sólo incluye un retardo espacial sino también un retardo espacio-temporal:

$$\begin{cases} \hat{Y}_{96} = \quad \cdot \; {}^{*} \quad + \quad + \quad \cdot \quad + \quad \cdot \\ \hat{Y}_{01} = \quad \cdot \left(\; {}^{*} \quad + \; {}^{*} \quad \right) + \quad + \quad + \end{cases} \qquad (44)$$

Desde el punto de vista empírico, una especificación como ésta resulta muy verosímil dado que el nivel de RFBDpc alcanzado por una provincia (o también un municipio), en 2001, depende del comportamiento de factores exógenos en dicha provincia (o municipio), en 2001, como F1 (indicador de nivel educativo-categoría profesional) y F2 (empleo-consumo), y del valor de RFBDpc en las provincias (municipios) vecinos, no sólo en el año 2001 (dependencia espacial contemporánea) sino también en un momento anterior, es decir, 1996. Este último elemento expresa el factor de difusión que se produce en una zona cuando el nivel alto/bajo de RFBDpc de una provincia o municipio tiene consecuencias futuras sobre el nivel alto/bajo de RFBDpc en las provincias/municipios vecinos.

Este modelo es válido, no sólo para el ámbito de las provincias españolas en el que ha sido estimado, sino también para el ámbito de los municipios de la Región de Murcia, sobre el que

5 Se trata del test estandar de Breush y Pagan, corregido por la presencia de autocorrelación espacial, que contrasta la existencia de heteroscedasticidad positiva causada por las variables explicativas (F196, F296, F101, F201).

realizará la extrapolación de la RFBDpc.

Tabla 2

	VARIABLE	COEFF	z-value	Prob	LIK	Tests efectos espaciales
SSURL (i)	W_RFBD	0.522098	6.172906	0.000000	-784.689	Spatial B-P=3.70 (p=0.45)
	CONST96	3675.88	5.214408	0.000000		LM-err = 0.02 (p = 0.88)
	F196	490.092	5.604957	0.000000		
	F296	675.312	6.568233	0.000000		
	CONST01	4606.92	5.125900	0.000000		
	F101	669.096	7.705993	0.000000		
	F201	739.803	6.984593	0.000000		
SSURL (ii)	W_RFBD	0.366771	5.925560	0.000000	-783.524	Spatial B-P=2.56 (p=0.63)
	CONST96	4941.51	9.515638	0.000000		LM-err = 0.04 (p = 0.85)
	F196	520.871	5.995678	0.000000		
	F296	762.228	8.030854	0.000000		
	CONST01	3327.38	2.760899	0.005764		
	F101	648.826	7.475257	0.000000		
	F201	642.954	5.270962	0.000000		
SSURL (iii)	W_RFBD	0.585381	6.576615	0.000000	-786.356	Spatial B-P=3.66 (p=0.45)
	CONST96	3160.23	4.260907	0.000000		LM-err = 0.70 (p = 0.40)
	F196	477.551	5.324101	0.000000		
	F296	639.9	5.991219	0.000000		
	CONST01	5245.36	7.072265	0.000000		
	F101	686.697	7.726756	0.000000		
	F201	777.557	7.268351	0.000000		

4.3. Predicción-extrapolación y análisis de la RFBDpc de los municipios de la Región de Murcia en los años 1996 y 2001

El uso, con fines de predicción espacial en ámbitos desagregados (municipios), de modelos ecológicos (estimados en un agregado provincial) que incluyen la variable endógena espacialmente retardada como explicativa, implica una previa re-especificación de los mismos. Efectivamente, como lo que se desea es conocer el valor de la variable endógena municipal, en un año determinado, debe evitarse la presencia del valor retardado contemporáneo de dicha variable entre los regresores del modelo, de la siguiente manera:

$$= (\ - \rho \ )^{-1} \ \beta$$

$$_{i,96} = (\ - \ \cdot \ ^{*} \ )^{-1} (\ + \ \cdot \ + \ \cdot \ ) \qquad (45)$$

$$= (\ - \ \cdot \ ^{*} \ )^{-1} (\ W \ ^{*} \ + \ + \ + \ )$$

donde i = 1,...,45 municipios y el término $\left(I - \hat{\rho}W\right)^{-1}$ es un multiplicador espacial global (Anselin, 2002) que une la variable endógena con todos los regresores. Como puede observarse, se trata de un proceso recursivo en el que la extrapolación del valor de la RFBDpc municipal en el año 2001 ($\hat{Y}_{01}$) requiere de la previa predicción de la RFBDpc municipal en el año 1996 ($\hat{Y}_{96}$).

Una vez obtenidos con este modelo los resultados de RFBD total para los 45 municipios de la Región de Murcia, éstos han sido ajustados para que la suma provincial coincida con los datos oficiales publicados por el INE (o con las estimaciones realizadas, para 2001, a partir de las cifras del INE).

En la Tabla 3, se presentan los resultados obtenidos para la RFBDpc de 1996 y 2001 con este método, y se contrastan con las cifras publicadas por el Anuario Económico de España 2003 (“la Caixa”, 2003) para los indicadores de RFBDpc (Nivel Económico) y variación de RFBD total, en los mismos períodos, que se han obtenido también con modelos de econometría espacial[6]. Se han destacado en color gris claro/gris oscuro los 10 valores más altos/bajos estimados por el modelo para la RFBDpc y variación de RFBD total.

Tabla 3

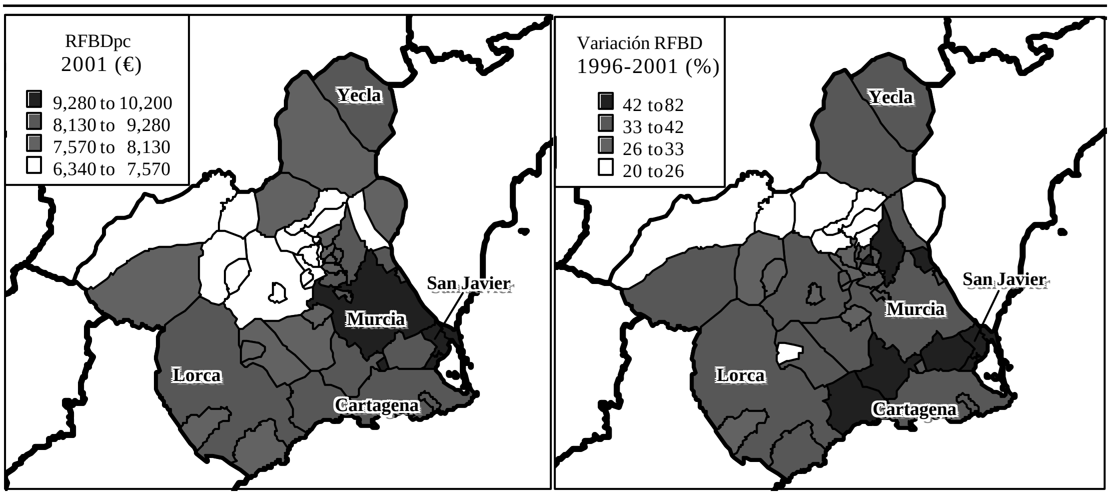
	1996 (€)	2001 (€)		Variación 96-01 (%)	
MUNICIPIO	RFBD per cap. (SUR)	RFBD per cap. (SUR)	Nivel Económico (AEE)	RFBD total (SUR)	RFBD total (AEE)
Abanilla	6.207	7.751	3	22	7
Abarán	6.082	7.375	3	24	7
Águilas	6.278	7.968	3	38	7
Albudeite	4.789	6.342	1	35	7
Alcantarilla	6.636	8.595	4	38	7
Aledo	6.484	7.692	3	22	7
Alguazas	6.273	7.809	3	27	7
Alhama de Murcia	6.215	7.887	3	33	7
Archena	5.801	7.618	3	38	7
Beniel	6.506	8.361	4	37	7
Blanca	5.686	7.060	2	25	7
Bullas	5.710	7.039	2	28	7
Calasparra	5.876	7.118	2	22	7
Campos del Río	5.442	7.080	2	30	7
Caravaca de la Cruz	6.054	7.870	3	35	7
Cartagena	7.154	9.106	5	36	7
Cehegín	5.539	7.120	2	30	7
Ceutí	5.622	7.572	3	47	7
Cieza	6.597	7.992	3	25	7
Fortuna	5.746	7.402	3	42	7
Fuente Álamo de Murcia	7.064	8.527	4	50	7
Jumilla	6.025	7.663	3	37	7
Librilla	6.314	7.669	3	26	7
Lorca	6.576	8.160	3	37	7
Lorquí	6.298	8.275	4	37	7
Mazarrón	7.001	8.482	4	58	8
Molina de Segura	6.604	8.479	4	43	7
Moratalla	5.190	6.626	2	24	7
Mula	5.555	7.217	2	39	7
Murcia	7.193	9.286	5	36	7
Ojós	5.053	7.003	-	32	-
Pliego	5.426	6.833	2	27	7
Puerto Lumbreras	6.526	7.960	3	28	7
Ricote	5.348	6.885	2	24	7
San Javier	8.473	10.196	6	45	7
San Pedro del Pinatar	7.825	9.542	5	44	7
Torre-Pacheco	7.207	8.933	5	46	7
Torres de Cotillas (Las)	6.440	8.131	3	36	7
Totana	6.327	7.779	3	35	7
Ulea	6.110	7.668	-	21	-
Unión (La)	6.327	8.276	4	36	7
Villanueva del Río Segura	5.151	6.850	2	41	7
Yecla	6.772	8.601	4	37	7
Santomera	6.510	8.698	4	53	7
Alcázares (Los)	8.011	9.793	6	82	9

6 Para los municipios de Ojós y Ulea no hay información en el Anuario, ya que se han excluido de la publicación los municipios con población inferior a 1000 habitantes según el Padrón de 1 de enero de 2002, del INE.

Como puede observarse, existe concordancia entre ambas estimaciones, al menos en lo que respecta a la ordenación de los municipios, que es lo único que puede compararse. Este acuerdo es mayor para la variable RFBDpc respecto de los resultados del Nivel Económico (año 2001) que para las cifras de variación de RFBD total en el período 1996-2001, donde el Anuario presenta unas cifras más homogéneas (dado que el objetivo del Anuario es escalar una distribución superior, para el total de municipios de España).

En la Figura 1, puede observarse que la distribución de la RFBDpc en la Región de Murcia sigue un esquema de tipo centro-periferia. Existe un "centro" regional de mayor nivel de renta (superior a 9.280 € por habitante), que se concentra en torno a los municipios costeros del Mar Menor (San Javier, Los Alcázares, San Pedro del Pinatar) y Murcia capital, y una periferia formada por los municipios del interior (el municipio de Yecla, constituye un atípico de alta renta en la periferia). En cuanto al crecimiento de la RFBD total, resulta preocupante que los menores avances se hayan producido precisamente en los municipios fronterizos con la provincia de Albacete, que presentan también menores niveles de renta, por el peligro de quedar descolgados del crecimiento general que está experimentando esta Región en los últimos años.

Figura 1



5. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta una alternativa en la modelización de procesos espacio temporales mediante las herramientas propias de la econometría espacial. Los procesos son dinámicos en el tiempo y también lo son en el espacio. Construir estructuras capaces de modelizar esta realidad ayudará a la comprensión y predicción de muchos fenómenos económicos.

La idea de unificar la dimensión espacial y temporal mediante una única matriz de contactos, aunque no exenta de inconvenientes, sí que ofrece una vía simple para solucionar la doble interrelación espacial y temporal. La presencia de dependencia espacial retardada del tipo $Y=\rho WY_{t-1}$ en el tiempo debe estar presente en estos modelos y complementar la dependencia espacial contemporánea, $Y=\rho WY_t$.

La utilización de los modelos SSUR para la estimación de la renta supone una novedad, ya que no hay resultados con modelos espacio-temporales. La introducción de la doble dimensión espacio temporal es en sí mismo un avance. La existencia de heterogeneidad en los coeficientes del modelo en los dos años considerados es una clara indicación de que una especificación SUR (SSUR) es más adecuada que dos modelos espaciales diferentes para cada año.

En el caso de la renta, es natural plantear un modelo que recoja tanto la dependencia espacial instantánea como retardada. Este hecho se constata en la aplicación desarrollada en la Sección 4 con la presencia altamente significativa del coeficiente de dependencia espacial para ambos tipos de retardos. Es de destacar, que en el modelo seleccionado, que incluye ambos tipos de retardos, este coeficiente disminuya su valor a 0,37 cuando en los modelos que sólo recogen un tipo de dependencia espacial alcanza valores de 0,52 y 0.57. Esto constata el reparto de la dependencia espacial instantánea y retardada.

En cuanto a la estimación de la RFBDpc de los municipios de la Región de Murcia, los resultados obtenidos son consistentes con la estructura económica de los municipios de la Región, existiendo un fuerte paralelismo entre la estimación aquí realizada y la obtenida por el Anuario Económico de España 2003.

6. BIBLIOGRAFÍA

Alañón, A. (2002*) "Estimación de la renta de los municipios españoles en 1991 mediante técnicas de econometría espacial"*. Actas de la XXVIII Reunión de Estudios Regionales. Murcia (CDROM).

Anselin, L. (1988) *"Spatial Econometrics: Methods and Models"*. Dordrecht: Kluwer

Anselin, L. (2001) *"Spatial econometrics".* En "A companion to theoretical econometrics", ed. Baltagi, Oxford: Basil Blackwell; pp. 310-330.

Anselin, L. (2002) *"Under the hood. Issues in the specification and interpretation of spatial regression models"*. Agricultural Economics 27; pp. 247–267.

Arora, S. y M. Brown (1977) *"Alternative approaches to spatial autocorrelation: An improvement over current practice"*. International Regional Science Review 2; 67-78.

Baltagi, B.H. (1995) *"Econometric analysis of panel data"*. John-Wiley & Sons.

Baltagi, B.H. y D. Li (2003) *"Prediction in the panel data model with spatial correlation"*. En: Anselin, L., R. Florax y S. Rey (Eds.), New Advances in Spatial Econometrics, Springer-Verlag (próxima publicación).

Baltagi, B.H., S.H. Song y W. Koh (2003) *"Testing panel data regression models with spatial error correlation"*. Journal of Econometrics (próxima publicación.

Buettner, T. y M. Zew (1999) *"Local Capital Income Taxation and Competition for Capital: The Choice of the Tax Rate"*. Actas del 39º Congreso de la European Regional Science Association. Dublín (CDROM).

Case, A. (1991) *"Spatial patterns in household demand"*. Econometrica 59, 953 –965.

Chasco, C. (2003) *"Econometría espacial aplicada a la predicción-extrapolación de datos* *microterritoriales"*. Consejería de Economía e Innovación Tecnológica, Comunidad de Madrid. Madrid.

Elhorst, J.P. (2001) *"Dynamic models in space and time"*. Geographical Analysis 33; pp. 119-140.

Hsiao, C. (1986) *"Analysis of Panel Data"*, Cambridge University Press, Cambridge.

"La Caixa" (2003) *"Anuario Económico de España 2003"*. Servicio de Estudios e Instituto Lawrence R. Klein. Barcelona.

López, F., J.A. García y M. Ruiz (2003) *"Modelos de regresión espacio temporales en la estimación municipal de la renta. Estimación de la RFBDpc municipal en la Región de Murcia"*. Actas de la XVII Reunión Asepelt-España, Almería (CDROM).

Mobley, L.R. (2003) *"Estimating hospital market pricing: An equilibrium approach using spatial econometrics"*. Regional Science and Urban Economics 33; pp. 489–516.

Pace R.K., R. Barry, O.W. Gilley y C.F. Sirmans (2000) *"A method for spatial-temporal forecasting with an application to real estate prices International"*. Journal of Forecasting, 16; pp. 229-246.

Upton, G. y B. Fingleton (1985) "Spatial data analysis by example". Volume 1. Wiley, Chichester.

Zellner, A. (1962) *"An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Test of Aggregation Bias"*. Journal of the American Statistical Association, 57, pp. 348-68.